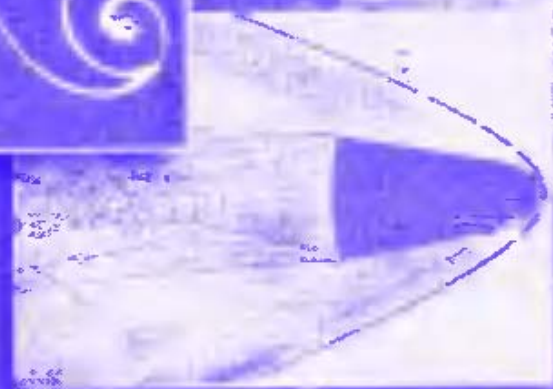
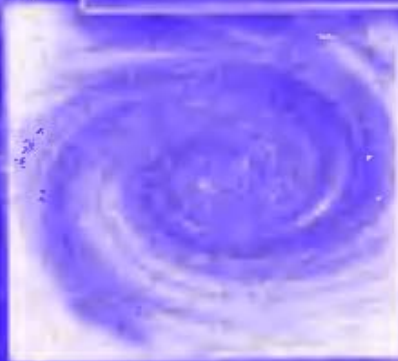
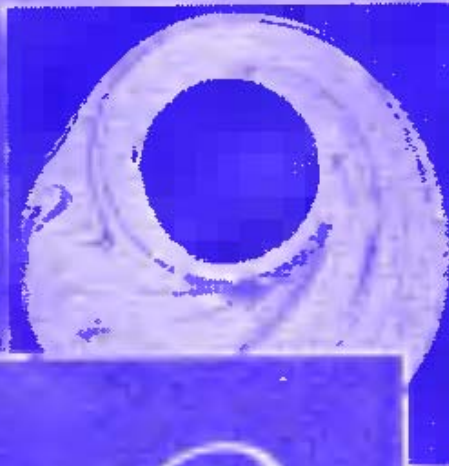
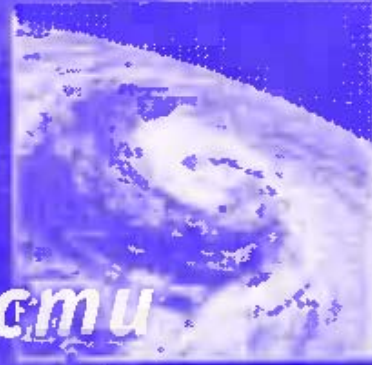


Б.Н. ИВАНОВ

Мир физической ГИДРОДИНАМИКИ

*От проблем
турбулентности
до физики космоса*



Б. Н. Иванов

**МИР
ФИЗИЧЕСКОЙ
ГИДРОДИНАМИКИ**

**От проблем турбулентности
до физики космоса**

Издание второе

*Библиотека кафедры
гидромеханики МГУ*



**URSS
МОСКВА**

Иванов Борис Николаевич

Мир физической гидродинамики: От проблем турбулентности до физики космоса. Изд. 2-е. — М.: Едиториал УРСС, 2010. — 240 с.

Предлагаемая книга основана на общефизических принципах классической гидродинамики. Отличаясь наглядностью понятий, она допускает обобщения на широкий круг явлений из различных областей. Так, например, рассматриваются квантовые сверхтекучие жидкости, замагниченная плазма, среды с высокой плотностью энергии. Гидродинамические модели в астрофизике и космологии позволяют осмыслить физику Солнца и звезд, механизм солнечно-земных связей, космические выбросы вещества и вспышки Сверхновых, происхождение галактик и их скоплений и др. Изучение четырех глобальных стихий нашей планеты: магнитосферы Земли, ее атмосферы и океана, подкоркового расплава — мантии и жидкометаллического ядра, ведется, в частности, с помощью методов физической гидродинамики.

Среди общефизических тем уделено внимание проблемам неустойчивости и турбулентности движения, нелинейным волновым процессам, кумулятивным явлениям.

Книга рассчитана на широкий круг лиц, интересующихся достижениями и развитием современного естествознания. Использование в книге новых идей последнего времени делает ее интересной также физикам, гидродинамикам, астрофизикам, геофизикам. Студенты и преподаватели соответствующих специальностей найдут в книге немало материала, полезного в учебном процессе.

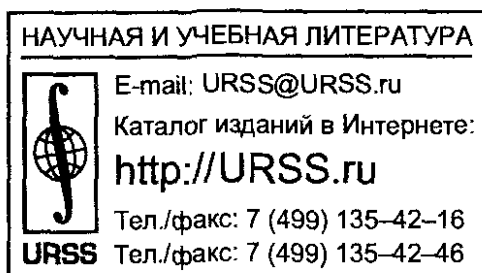
Рецензент:

член-корр. АН Украины, д-р физ.-мат. наук В. П. Шелест

Издательство «Едиториал УРСС».
117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 9.
Формат 60×90/16. Печ. л. 15.

ISBN 978-5-354-01242-8

© Едиториал УРСС, 2002, 2009



8113 ID 108815



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие	8
Введение	10
§ 1. Неравновесные состояния сред	17
§ 2. Движение жидкости с высоты птичьего полета	18
§ 3. Течение «модельной» жидкости	21
3.1. Закон сохранения вещества в гидродинамике	21
3.2. Уравнение Бернулли возьмем за основу	23
3.3. Вихри и их свойства	25
§ 4. Течение реальной жидкости	28
4.1. Почему возникает торможение потока жидкости?	28
4.2. Пуазейлевское течение	30
4.3. Неравномерно нагретая жидкость	31
4.4. Задача, которую решал Фурье	32
4.5. Диффузия. Растворение кристалла в жидкости	33
§ 5. Взгляд изнутри: случайные процессы в газах	35
5.1. Пробег и сечение столкновения	36
5.2. Молекулярное рассмотрение процесса диффузии	38
5.3. Диффузия как задача о случайном блуждании частиц	40
5.4. Связь между случайными процессами переноса в газах	41
§ 6. Законы сопротивления движению тел в жидкости	44
6.1. Метод подобия. Число Рейнольдса	44
6.2. Сопротивление при малых скоростях. Формула Стокса и опыты Милликена по определению элементарного электрического заряда	45
6.3. Сопротивление при больших (дозвуковых) скоростях. Вихревая цепочка Кармана	48
6.4. Подъемная сила крыла. Формула Жуковского	49
§ 7. Неустойчивости в гидродинамике	53
7.1. Когда слоистое правильное течение становится сильно запутанным?	53
7.2. Пограничный слой	55
7.3. Попытки как-то описать турбулентные движения	56
7.4. Переход от молекулярного к конвекционному переносу тепла. Солнечная грануляция	59
7.5. Течение Куэтта и тороидальные вихри Тейлора. Фейнман о возможностях гидродинамического описания	61
7.6. Детерминированный хаос и турбулентность	63

§ 8. Волны на воде	68
8.1. То глубоко, то мелко...	68
8.2. Волновая азбука	70
8.3. Пологие и крутые волны	72
8.4. Солисты в волновом хоре	73
8.5. Шторм на море остается загадкой	74
8.6. Волны звука в океане	74
8.7. Колебания заряженной капли или начало ядерной эры	76
§ 9. Сверхзвуковые потоки газа	81
9.1. Уравнение Бернулли и термодинамика	81
9.2. Когда среда становится сжимаемой?	82
9.3. То широко, то узко...	83
9.4. Сопло Лавалья	84
§ 10. Гидродинамика и физико-химические процессы	86
10.1. Вводные замечания	86
10.2. Газовый поток и горение	87
10.3. Газовый поток как активная лазерная среда	89
10.4. Электризация грозовых облаков	91
10.5. Перемешивание жидкостей демонстрирует упорядоченный хаос	93
§ 11. Знакомьтесь с ударными волнами	96
11.1. С ними изредка встречаются все	96
11.2. Распространение возмущений в потоке сжимаемого газа	97
11.3. Общие соотношения для ударного скачка	99
11.4. Ударные волны в идеальном газе	102
11.5. Задача о сильном взрыве в атмосфере	104
§ 12. Эффекты гидродинамической кумуляции	106
12.1. Кумулятивные струи	106
12.2. Схлопывание пузырьков в жидкости	109
12.3. Сходящиеся сферические и цилиндрические ударные волны	110
12.4. Роль неустойчивостей в ограничении кумуляции. Создание сверхсильных магнитных полей	111
12.5. Выход ударной волны на поверхность звезды. Происхождение космических лучей	112
§ 13. Кавитация в жидкости	113
§ 14. Моделирование и опыт	116
14.1. Аэродинамические и плазменные трубы	116
14.2. Баллистические установки и ударные трубы	120
§ 15. Эксперимент на дисплее	124
15.1. Кратко об ЭВМ	124
15.2. Что такое численный эксперимент?	125

§ 16. За пределами гидродинамики	128
16.1. Походный термос и торможение спутников	128
16.2. Как можно накопить ядерное топливо	131
16.3. «Вакуум» в ... кристалле и гидродинамика фононов	132
16.4. Флуктуационные явления в гидродинамике	135
§ 17. Чудеса в лаборатории Капицы, или почему Ландау увлекся гидродинамикой	139
17.1. Жидкий гелий и квантовая механика	139
17.2. Жидкость, которая стоит и движется одновременно	143
17.3. Мысленный эксперимент Фейнмана: квантованные вихри	144
17.4. Сверхтекучесть в звездах и атомных ядрах	146
§ 18. Экзотические жидкости	149
18.1. О «неожиданных» свойствах классической жидкости. О квантовой турбулентности. О путях обобщения гидродинамики	149
18.2. Электронная жидкость металлов	151
18.3. Экситонная жидкость полупроводников	152
18.4. Течения полимерной жидкости	155
§ 19. Исследования по управляемому термоядерному синтезу (УТС) и магнитная гидродинамика. Турбулентное динамо Земли и Солнца. Нелинейные явления в плазме	159
19.1. Самостягивающийся разряд и его гидродинамическая неустойчивость	159
19.2. Как возникают и «живут» магнитные поля звезд и планет	163
19.3. О «карнавале» колебаний и волн в магнитной гидродинамике	165
19.4. Нелинейные волновые эффекты в плазме и их аналоги в гидродинамике, акустике, оптике	166
19.5. Волновая турбулентность плазмы	169
§ 20. О солнечно-земных связях и геофизической гидродинамике	173
20.1. Вводные замечания	173
20.2. Солнце — плазменное образование и природный термоядерный реактор	174
20.3. Магнитосфера Земли	178
20.4. Атмосфера и океан. Задача о вращающейся жидкости	181
§ 21. Мир сверхвысоких плотностей энергии и релятивистская гидродинамика	187
§ 22. Крупномасштабная гидродинамика Вселенной	191
22.1. Основные этапы эволюции Вселенной	191
22.2. Иерархия структур во Вселенной	194
22.3. Гидродинамические процессы при формировании структур Вселенной	196

Приложение	199
Очерки к параграфам	200
Астрофизика	200
Космические выбросы вещества: объект SS 433 и его теоретическая модель. (К § 21)	200
Механизм гидромагнитного динамо в космических структурах. (К § 19.2)	205
Мазерный эффект в космосе. (К § 10.3)	207
О жидкой планете, похожей на звезду. (К § 20.4)	209
Геофизика и солнечно-земные связи	210
Торнадо: его топология, физика и гидродинамика. (К § 20.4)	210
О солнечной сейсмологии и акустическом зондировании океанов и мантии Земли. (К § 20.4)	212
Физика плазмы	215
Самоподдерживающийся режим «горения» термоядерной плазмы. (К § 19.1)	215
Кумулятивное сверхсжатие лазерной плазмы. (К § 19.1)	217
«Серфинг» на плазменной волне — новый метод ускорения частиц. (К § 19.5)	219
Физико-техническая область	221
Нелинейная среда становится антенной. (К § 19.4)	221
Пузырьковые камеры в физике частиц высоких энергий. (К § 13)	222
«Окна» для газодинамических лазеров. (К § 10.3)	223
Магнитогидродинамический генератор (МГД-генератор). (К § 9.4)	225
Роль «капельной физики» в эффективной работе газодинамических двигателей (ГД). (К § 10.2)	226
Ударные волны	229
К истории учения об ударных волнах. (К § 11.2)	229
Расчет ударного скачка в газе. (К § 11.4)	229
Задача о скорости звука (К § 21)	232
Литература	234
Общее руководство	234
Литература к параграфам	234
К § 6. Законы сопротивления...	234
К § 7. Неустойчивости в гидродинамике	234
К § 8. Волны на воде	234
К § 10. Гидродинамика и физико-химические процессы	235
К § 11. Ударные волны	235

К § 12. Гидродинамическая кумуляция	235
К § 13. Кавитация	235
К § 14. Моделирование и опыт	236
К § 15. Эксперимент на дисплее	236
К § 16. За пределами гидродинамики	236
К § 17. Сверхтекучая жидкость	236
К § 18. Экзотические жидкости	237
К § 19. Исследования по УТС и магнитная гидродинамика. Турбулентное геодинамо. Нелинейные явления в плазме	237
К § 20. О солнечно-земных связях и геофизической гидродинамике	238
К § 21. Мир сверхвысоких плотностей энергии и релятивистская гидродинамика	238
К § 22. Крупномасштабная гидродинамика Вселенной . . .	239
Литература к Приложению	239

Предисловие

Одной из черт современного естествознания является исследование нелинейных систем и систем далеких от равновесия. Гидродинамика хорошо приспособлена для решения подобного рода задач. Действительно, в состоянии равновесия макродвижения невозможны, а сами движения сред есть предмет гидродинамики. И далее, в гидродинамике сильно развиты нелинейные эффекты (нелинейная среда). Соответственно сложны и нелинейны гидродинамические уравнения. Это затрудняет прямое их исследование и решение. Частично эту нишу заполняет эксперимент (численный на ЭВМ и лабораторный). Замечательный анализ этих вопросов дан в заметках акад. В. Ч. Захарова в § 7.3 и Р. Фейнмана в § 7.5.

Гидродинамика, вместе с физикой плазмы, могут стать исходной базой для формирования «нелинейного» физического мышления. При этом в рамках гидродинамики нелинейные объекты выступают наглядно и зримо (например, крутые морские волны).

Академик Б. Б. Кадомцев в одном из интервью (1990 г.) по этому поводу заметил: «Исследования плазмы оказались благодатнейшей областью для создания нового физического мышления, хотя практические применения есть уже сейчас».

...Плазма мне напоминает живое существо. Чтобы хоть отдаленно приблизиться к пониманию плазмы, потребовалась новая система знаний — физика нелинейных явлений и физика сложных объектов... Исследования плазмы ведут ученых к пониманию процессов упорядочения структур, самоорганизации вещества, стремления неживого к подобию живого».

Во второй половине XX столетия появились фундаментальные математические и физические идеи, сформировавшие представление о так называемом детерминированном хаосе, возникающем в нелинейных классических системах, подчиняющихся динамическим законам. Дело в том, что хорошо известные результаты, связанные с однозначностью и предсказуемостью поведения тел и частиц в полях, течений жидкостей и газов, оказались справедливыми лишь для устойчивых режимов движения. Поведение таких динамических нелинейных систем (даже совсем простых) в режиме неустойчивости становится хаотичным и непредсказуемым. Однако хаос в указанных условиях оказывается упорядоченным, и его структура подчиняется определенным правилам.

Все разделы физики, разве что кроме ее квантовых частей, допускают обобщение на нелинейность в «экстремальных» условиях. Представление о детерминированном хаосе становится универсальным в физике. В гидродинамике оно связано с ключевым понятием турбулентности (см. в дальнейшем § 7.6).

Какой способ изложения избран в предлагаемой книге? Автор исходил из простейшего уравнения гидродинамики — уравнения Бернулли

и на его основе рассмотрел довольно широкий круг вопросов. При этом сам рассматриваемый материал взят из наиболее актуальных областей приложения гидродинамики (например, кумулятивные эффекты, кавитация, движение сжимаемых жидкостей и др.). Качественно дается представление также об уравнении Навье—Стокса и связанных с ним явлениях. В целях математической простоты автор широко пользуется соображениями размерностей и симметрии и оценками результатов лишь по их порядку величины. Рассмотрение материала в книге ведется в основном с использованием системы единиц СИ.

Как пользоваться принятой в книге нумерацией формул и рисунков? В номерах формул (и рисунков) сначала указан номер параграфа, в котором использована эта формула (рисунок), а затем порядковый номер формулы (рисунка). Например, ссылка на формулу (11.3), означает, что нужно обратиться к § 11, а рис. 6.2 отыщется в § 6.

На кого рассчитана предлагаемая книга?

Прежде всего на широкий круг лиц, интересующихся достижениями и развитием современного естествознания, которым автор уделил много внимания. Так, большинство параграфов изложено лишь на качественном уровне, математика дана в форме начал анализа (в рамках школьной программы), текст хорошо иллюстрирован, приведена библиография обзорных работ ведущих специалистов в своих областях (опубликованных в популярных изданиях).

Идейный багаж современной гидродинамики значительно пополнился и усложнился, а сфера ее применения (в форме различных обобщений: магнитная гидродинамика, геофизическая гидродинамика и др.) необычайно расширилась. В связи с этим книга может оказаться полезной физикам, гидродинамикам, астрофизикам, геофизикам. Студенты и преподаватели соответствующих специальностей могут найти в книге немало материала для использования в учебном процессе.

Б. Иванов

Введение

«Кого не пленяет течение жидкости, кто не любит течение воды! Все мы в детстве любили плескаться в ванне или возиться в грязных лужах. Став постарше, мы восхищались плавным течением реки, водопадами и водоворотами; мы любим ими, рядом с твердыми телами они кажутся нам почти одушевленными...

Попытки ребенка преградить путь маленькому ручейку, текущему по улице, и его удивление перед тем, как вода умудряется все же пробить себе дорогу, напоминает наши многолетние попытки понять механизм течения жидкости».

Эти слова принадлежат не лирику, а физику такого масштаба, как Ричард Фейнман. С его превосходной книгой «Характер физических законов», изданной в серии «Библиотечка “Квант”», читатель может ознакомиться с большой пользой для себя.

Однако вернемся к жидкостям. В начальной школе нам говорили, что жидкости — это тела, которые не имеют своей собственной формы. В старших классах это положение формулировалось глубже: в жидкостях отсутствуют деформация сдвига. Малейшее напряжение сдвига приводит к течению жидкости.

Посмотрим теперь на жидкости как на тела, состоящие из огромного количества атомов или молекул. С такой микроскопической точки зрения можно сказать, что жидкости — это тела, в которых взаимодействие между частицами велико, и в то же время тепловое движение самих частиц является сложным. Это обстоятельство делает теоретическое изучение статистических свойств жидкостей весьма затруднительным.

Характер взаимодействия частиц жидкости, различный для разных жидкостей, сильно сказывается, например, на температурной зависимости термодинамических величин. Это означает, что тепловые свойства конкретных жидкостей существенно индивидуальны. Лишь при температурах, близких к абсолютному нулю, возможно исследование тепловых свойств жидкостей в общем виде. Однако в природе имеется только одно вещество — гелий, который остается жидким при $T \rightarrow 0$ К. Эта жидкость является квантовой.

С точки зрения физики, к жидкостям относят не только обычные — атомные и молекулярные — жидкости, но также квантовую электронную жидкость в металлах, электронно-дырочную жидкость в полупроводниках (где, в частности, могут существовать так называемые экситонные капли), нуклонную жидкость тяжелых атомных ядер и нейтронных звезд и др. (см. в дальнейшем §§ 17.4, 18.1–18.3).

В данной книге указанный взгляд на жидкость — как бы изнутри, с микроскопической точки зрения — нас будет интересовать по мере необходимости. Так, в жидкостях, состоящих из сложных цепочечных

молекул, под влиянием внутренних взаимодействий могут изменяться геометрическая форма и пространственная ориентация самих молекул. Подобные изменения могут быть вызваны и течением среды в целом. В результате удастся понять характер динамики сложных сред, например, особенности в свойствах движения полимерных жидкостей (см. § 18.4).

Существенно влияние гидродинамических течений на ход таких физико-химических процессов как горение, детонация и взрыв химических смесей; создание активной лазерной среды в газовых потоках; механизмы электризации грозových облаков; процессы перемешивания жидкообразных сред, и, в частности, динамика перемешивания земной магмы. Этим вопросам мы также уделим внимание (см. § 10).

Изучение движений жидкости как целого, так сказать с высоты птичьего полета, — вот наш главный предмет изложения.

Человек всюду встречается с водой: это лесные ручьи, озера, реки, моря, океаны. Вода и понятие «жидкость» для человека стали синонимами. Так появилось название науки о течениях жидкости — гидродинамика. «Гидрос» в переводе с греческого «вода».

Наряду с гидродинамикой существует и аэродинамика, наука о свойствах течений воздушных масс («аэрос» с греческого переводится как «воздух»). Замечательно, однако, то, что в движениях воды и атмосферного воздуха много общего. Законы аэродинамики и гидродинамики неотличимы. Разумеется, эти законы относятся не только к воде и воздуху, а ко всем жидкостям и газам.

В движениях жидкостей и газов есть и различия, например, в жидкостях — учет кавитационных явлений, в газах — учет сжимаемости и возможность сверхзвуковых течений.

С начала XX века основным стимулом в развитии гидро- и аэродинамики были потребности авиационной техники. Обтекание тел дозвуковыми и сверхзвуковыми потоками газа, образование и свойства ударных волн, гидродинамика горения и газодинамические процессы в воздушно-реактивных двигателях — вот далеко не полный перечень проблем, которые решала теоретическая и прикладная гидродинамика в первой половине XX века.

В дальнейшем создание ракетно-космической техники ставило перед исследователями задачи по изучению течений сильно разреженных газов, а также движений тел в плотной высокотемпературной плазменной среде.

Несмотря на практическое обособление, гидродинамика является частью физики. Это следует из того обстоятельства, что гидродинамика, с одной стороны, является областью применения общих методов и законов теоретической физики и, с другой стороны, тесно связана с экспериментом.

Каково место гидродинамики в системе теоретической физики? Гидродинамика, как и термодинамика, является макроскопической теорией. Гидродинамике подвластны также и неравновесные состояния. При этом допустимо рассмотрение систем, далеких от равновесия.

Последнее обстоятельство является особенно ценным. Ведь статистическая неравновесная механика способна аналитически изучать лишь небольшие отклонения сред от состояний теплового равновесия.

Гидродинамика основана на законах сохранения — этим объясняется ее универсальность. Тем не менее у гидродинамики, как и у термодинамики, есть границы применимости. В обоих случаях они связаны со статистическими флуктуациями макроскопических величин, входящих в количественные соотношения; а именно, с относительным уровнем флуктуаций в системах. Как следствие этого, ограничения в применимости гидродинамики наступают при рассмотрении сильно разреженных сред.

В § 16 «За пределами гидродинамики» изложен статистический подход при изучении сильно разреженных сред, а также приведен ряд практических задач, решаемых статистическим путем. Конец § 7.3 посвящен выяснению места гидродинамики в иерархической структуре физики.

Одной из ключевых проблем гидродинамики является проблема турбулентности. К настоящему времени она приобрела общефизическое значение. Почему правильное, слоистое течение жидкости (или газа) вдруг становится беспорядочным, хаотическим. Ведь в гидродинамике, по существу, используется классическая механика, а она, в принципе, не содержит элементы случайного. Хаос же основан на законах случая. Как же возникает случайное из неслучайного?

Возможный ответ на этот вопрос был получен лишь в 1960–70-х гг., когда возникли методы теории детерминированного (упорядоченного) хаоса (об этом упоминалось в Предисловии).

Основные идеи указанного подхода к изучению турбулентности будут рассмотрены нами в дальнейшем (см. § 7.6).

Большую роль в становлении качественных представлений о так называемой развитой турбулентности сыграли работы одного из крупнейших математиков современности А. Н. Колмогорова и его ученика геофизика А. М. Обухова (см. § 7.3).

В учение о связи упорядоченного хаоса и неустойчивости в нелинейных динамических системах (и, в частности, системах гидродинамического типа) внесли фундаментальный вклад отечественные математики А. Н. Колмогоров, В. И. Арнольд, Я. Г. Синай, а также физики — Н. С. Крылов, Р. З. Сагдеев, Г. М. Заславский, Б. В. Чириков.

Проблемы нелинейных волновых процессов относятся к числу интенсивно разрабатываемых. Уравнения гидродинамики нелинейны, поэтому точная теория волн в жидкости должна быть нелинейной. Наглядными образцами нелинейных волн являются морские волны с крутым профилем и большой амплитудой; эти волны при подходе к берегу меняют форму профиля, теряют устойчивость и разрушаются. Для таких волн уже несправедлив принцип независимого распространения. Типичными эффектами в нелинейной теории волн являются: укручение профиля волны, генерация высших гармоник, солитоны в диспергирующих средах, резонансные взаимодействия волн и др. (см. §§ 8.3–8.5, 19.4).

Нелинейные волновые процессы, так же как и турбулентность, вызывают общефизический интерес. В качестве примера отметим солитоны. В нелинейной среде с дисперсией могут существовать уединенные волны — солитоны. Представление о солитонах возникает не только в гидродинамике, но и во многих задачах физики плазмы, физики твердого тела и др.

В книге, относительно подробно, мы остановимся на нелинейных волновых эффектах в плазме и укажем их аналоги в гидродинамике, акустике, оптике. Примерами нелинейных явлений в плазме являются: резонансная передача энергии от волн к частицам и обратно, самосжатие волновых пакетов и волновой коллапс, бесстолкновительные ударные волны и др. (см. §§ 19.4, 19.5, 20.3).

Замечательные работы в области физики нелинейных процессов сделаны нашими учеными: Л. И. Мандельштамом в разделе радиофизика, Р. З. Сагдеевым и Б. Б. Кадомцевым — физика плазмы, Р. В. Хохловым — нелинейная оптика, В. Е. Захаровым, Л. Д. Фаддеевым — теория солитонов.

Кумуляция энергии и ее границы — вот другая важная проблема в гидродинамике. Суть явления кумуляции состоит в том, что в ходе процесса происходит самопроизвольная неограниченная концентрация энергии. Об этом говорят расчетные схемы, описывающие явление кумуляции в том или ином случае. Однако, поскольку неограниченный рост плотности энергии происходит в сплошной среде, то ясно, что атомизм самой среды будет естественной границей для концентрации энергии. Опыт же показывает, что гораздо раньше кумуляция энергии в среде прекращается. По-видимому, должна быть связь между фактом ограничения кумуляции и гидродинамической неустойчивостью.

К явлениям кумуляции относятся, например, схлопывание пузырьков в жидкости, сходящиеся сферические и цилиндрические ударные волны. Эффекты кумуляции находят применение при создании экстремальных состояний вещества и поля, т. е. состояний вещества при сверхвысоких давлениях, температурах или напряженностях полей. Так, ряд направлений в проблеме управляемого термоядерного синтеза основан на использовании явлений кумуляции.

Важные работы в области гидродинамической кумуляции выполнены нашими представителями науки: математиком и механиком М. А. Лаврентьевым и физиками Е. И. Забабахиным, К. П. Станюковичем и др.

Явлениям кумуляции в книге уделено достаточное внимание. Приведены основы гидродинамической теории кумуляции и даны такие экзотические применения, как магнитная кумуляция, т. е. получение сверхсильных магнитных полей путем взрывного обжатия начального поля жидкометаллическим лайнером. Относительно подробно изложен вопрос о кумулятивном сверхсжатии лазерной плазмы. Из астрофизических приложений качественно рассмотрен выход ударной волны на поверхность звезды при вспышке Сверхновой (см. § 12).

Когда средние энергии движения частиц в макросистеме сравниваются или превышают их собственные релятивистские энергии покоя, необходимо уравнения гидродинамики привести в соответствие с принципами теории относительности. Такая релятивистская гидродинамика может успешно применяться при рассмотрении микроскопических процессов множественного образования частиц при столкновениях, например, протонов с ядрами атомов при энергиях, превышающих 10^{12} эВ. Подобного рода задачами занимались физики такого масштаба, как Гейзенберг, Ферми, Ландау (см. § 21).

Релятивистская гидродинамика необходима при рассмотрении таких грандиозных катастрофических процессов в космосе, как взрыв сверхновых звезд, гравитационный коллапс массивных астрофизических объектов.

Исследование многих явлений в космосе требует применения так называемой магнитной гидродинамики. Ее предметом является изучение движения электропроводящих жидкостей и газов, находящихся во внешних магнитных полях.

Основное состояние вещества в космосе — это плазменное состояние. Сама плазма есть электронейтральная среда, однако состоящая из противоположно заряженных компонентов: ионов и электронов. Солнце, по существу, плазменное образование. Динамика солнечных протуберанцев, образование солнечных пятен, взаимодействие солнечного ветра с земной магнитосферой — все это может быть понято в рамках магнитной гидродинамики.

В книге должное внимание уделено физике плазмы и ее разделу — магнитной гидродинамике. Рассмотрены такие приложения последней, как турбулентное МГД-динамо, являющееся механизмом генерации собственных магнитных полей звезд и планет и, в частности, магнитного поля Земли. На примере солнечной плазмы и плазмы земной магнитосферы изучена роль такого фундаментального свойства замагниченной плазмы, как пересоединение магнитных силовых линий. Процессы, связанные с этим свойством замагниченной плазмы, носят взрывной характер, и этим, возможно, объясняется периодическое возникновение «бурных событий» на Солнце и в земной магнитосфере (см. §§ 19.2, 20.2, 20.3).

«Опускаясь на Землю», заметим, что главной глобальной проблемой человеческой цивилизации сейчас, и в особенности в будущем, является проблема энергии и экологии! Их решение намечается со стороны мирового сообщества ученых, занимающихся физикой высокотемпературной плазмы. В нашей стране работы в этом направлении, начиная с 50-х гг., возглавил Л. А. Арцимович (ИАЭ им. Курчатова). После краткого инженерно-физического «штурма» проблемы и постигших неудач, коллектив теоретиков перешел к глубокому и последовательному анализу проблемы (совместно с постановкой экспериментов), в результате которого (по прошествии нескольких десятилетий) возник новый раздел физики — физика плазмы. В ряду основоположников плазменной науки

(среди отечественных ученых) следует назвать А. А. Власова, Л. Д. Ландау, Б. Б. Кадомцева, Р. З. Сагдеева, В. Д. Шафранова и др.

Солнечное излучение (как носитель энергии) ведет к сложнейшим гидродинамическим процессам в земной атмосфере и в Мировом океане. Именно эти процессы и формируют явления погоды. Само предсказание погоды основано на численном решении гидродинамических уравнений с помощью ЭВМ.

Научным фундаментом, при изучении процессов в атмосфере Земли и ее океане, является геофизическая гидродинамика. Последняя рассматривает атмосферу и океан как вращающуюся (в целом) среду. Соответственно, она учитывает такие инерционные силы, как сила Кориолиса и центробежная сила. Это вносит особенности в формирование течений воздушных и океанских масс. Указанный материал изложен в § 20.4.

Заметный вклад в физику атмосферы и океана внесли российские ученые А. М. Обухов, А. С. Монин и др.

Проблемы, связанные с дальним космосом (см. § 22), это образование звездных галактических структур и сверхскоплений галактик, формирующих крупномасштабную ячеистую структуру Вселенной. Для решения этих проблем необходимо развивать трехмерную гидродинамику, т. е. уметь анализировать пространственные движения газоподобных сред. Таково мнение ряда ведущих теоретиков-астрофизиков, в частности Я. Б. Зельдовича. Дело в том, что аналитическими методами в гидродинамике изучаются лишь одномерные и двумерные движения. Что касается трехмерных пространственных движений, то они пока доступны лишь для численных исследований на ЭВМ.

Следует вообще сказать о значении вычислительной гидродинамики. В 1943 г. в США появились первые цифровые ЭВМ. Один из их создателей и основоположников-теоретиков, выдающийся математик современности Дж. фон Нейман уже в 1945 г. на Канадском математическом конгрессе в Монреале призывал к широкому использованию ЭВМ для численного решения сложных нелинейных уравнений гидродинамики. С тех пор вычислительная гидродинамика прошла большой путь, и ныне численный эксперимент на ЭВМ может не только конкурировать с лабораторным экспериментом в аэродинамических трубах, но и имеет перед ним ряд преимуществ (см. § 15).

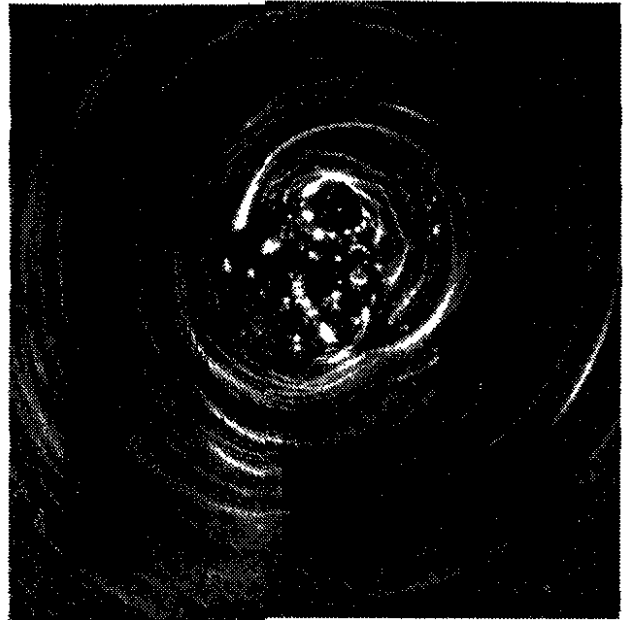
Естественно, что в книге представлены и такие традиционные темы, как: 1) течение идеальной жидкости, 2) вихри и их свойства, 3) роль вязкости, теплопроводности и диффузии, 4) законы сопротивления (при малых и больших скоростях), 5) метод подобия и моделирования явлений, 6) аэродинамический эксперимент, 7) сжимаемость среды и сверхзвуковые потоки газа, 8) ударные волны. Наряду с этим в книге рассматривается материал, казалось бы, находящийся за пределами гидродинамики, а именно: 1) сильно разреженный газ и характеристики случайных процессов в газе; соответственно, приведено решение задачи о торможении искусственных спутников Земли, и изложен эффузионный метод разделения изотопов, применяемый в ядерной технологии; 2) дано пред-

ставление о так называемой фононной гидродинамике, необходимой, в частности, для описания передачи тепла в диэлектрических кристаллах при низких температурах; 3) включен редко обсуждаемый вопрос, посвященный флуктуационным явлениям в гидродинамике (в значительной степени новый и интенсивно разрабатываемый).

В заключение этого краткого обзора книги укажем на совершенно поразительную группу явлений, связанную с квантовыми жидкостями (см. § 17). Это низкотемпературные объекты, в которых действуют законы квантовой механики, причем жидкость проявляет свои квантовые свойства макроскопически. Например, она может течь в капилляре без всякого трения, другими словами, тела, помещенные в поток такой жидкости, не испытывают сил сопротивления. Квантовая жидкость в сосуде не может вращаться с произвольными угловыми скоростями: набор этих скоростей дискретен.

Многие явления в квантовой жидкости описываются «двухскоростной» гидродинамикой, построенной Л. Д. Ландау еще в 1941 г. Однако жидкий сверхтекучий гелий (а именно он является одной из квантовых жидкостей) по-прежнему продолжает удивлять исследователей все новыми эффектами.

Физические представления, развитые при построении теории квантовых жидкостей (Л. Д. Ландау, Н. Н. Боголюбов, Р. Фейнман), легли в основу нашего понимания таких явлений, как сверхпроводимость металлов, ряд свойств атомных ядер, поведение компактных астрофизических объектов — пульсаров (нейтронных звезд).



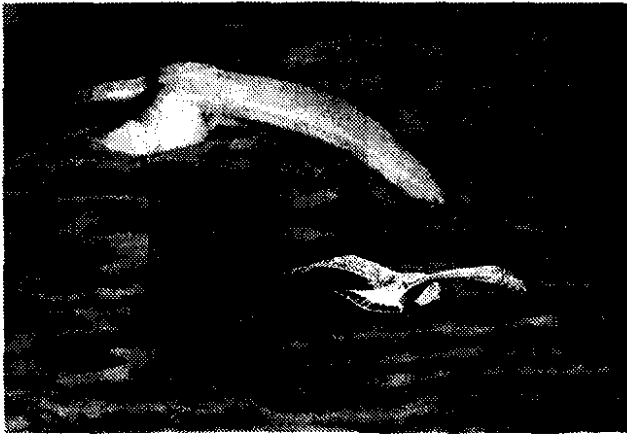
§ 1. Неравновесные состояния сред

Уже в школе рассматривают термодинамически равновесные состояния макроскопических систем и равновесные процессы в них. Под равновесными процессами подразумевают достаточно медленные процессы; считается, что в каждый момент времени вся система находится в некотором равновесном состоянии и сам ход процесса представляет собой непрерывную смену одних равновесных состояний другими.

Говоря о «достаточной медленности процесса», мы имеем в виду, что характерные времена процесса много больше так называемых времен релаксации. Под последними разумеют времена установления равновесия в системе; ведь если замкнутая система в какой-то момент находилась в неравновесном состоянии, то наиболее вероятным следствием в последующие моменты времени будет ее переход в равновесное состояние.

Весьма важным обстоятельством является то, что время релаксации существенно зависит от размеров системы, а именно оно растет с увеличением размеров макротел. Это означает, что малые части макросистемы приходят в равновесие значительно быстрее, чем все тело в целом. Указанная особенность времен релаксации позволяет ввести понятие о локальном равновесии, т. е. равновесии в точке. Под точкой в данном случае имеется в виду достаточно малый элемент объема тела, который мал по сравнению с размерами самого тела, но содержащий еще весьма большое количество молекул или атомов.

При локальном равновесии «точка среды» характеризуется своим местным значением температуры, а сама неравновесная среда будет описываться «полем температур». С течением времени неполное равновесие всей замкнутой системы будет переходить в полное с постепенным выравниванием температуры для всех ее частей.



Динамическая «жизнь» океана, с его течениями, волнениями поверхностных слоев, характером взаимодействия с атмосферой, донным и береговым рельефом, не может быть изучена без использования методов классической и физической гидродинамики

§ 2. Движение жидкости с высоты птичьего полета

Во Введении мы уже поясняли смысл этой фразы, популярной по своей форме. Она довольно точно отражает содержание этого параграфа, в котором вводится понятие о макроскопическом движении среды.

Для каждой точки среды, в силу локального равновесия в ней, выполняется уравнение состояния данного вещества среды. Вследствие этого, знание температур для отдельных точек среды (при известной плотности) дает одновременно информацию и о давлениях в этих точках. В равновесных системах давление P и температура T постоянны по всему объему тела. Постоянство P предполагает механическое равновесие тела, а постоянство T — тепловое равновесие его. Естественно, что в состоянии равновесия должны отсутствовать внутренние макроскопические движения в системе. Причем под макроскопическим движением в отличие от микроскопического движения молекул подразумевают движение, в котором участвуют как целое отдельные макроскопические части тела. Если же в теле имеется какое-то распределение давлений $P(\vec{r})$ и температур $T(\vec{r})$, где \vec{r} — радиус-вектор произвольной «точки среды», то ясно, что система уже не будет равновесной. Благодаря наличию перепадов (градиентов) давления в теле возникнут внутренние макроскопические движения, характеризующиеся каким-то распределением скорости $\vec{v}(\vec{r})$ в среде.

Практически имеют дело с макроскопическими движениями в жидкостях и газах, причем общие закономерности такого движения одинаковы для жидкостей и газов. Как же описывать макроскопические движения сред, которые сопровождаются перемещениями не отдельных «точек среды» и не их ограниченной совокупности, а переносом целого континуума точек (расположенных сплошь, непрерывно)? На помощь приходят законы сохранения.

Однако в применении к сплошным средам законами сохранения удобно пользоваться в так называемой локальной форме.

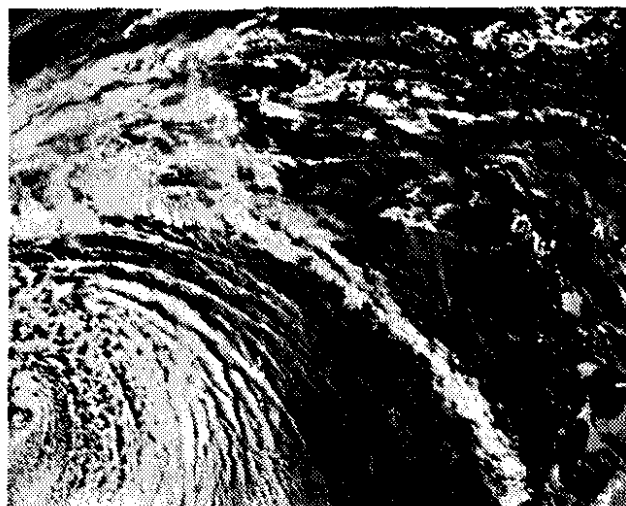
Локальная формулировка законов сохранения не только удобна и наглядна, но и необходима. Дело в том, что релятивистские принципы, основным содержанием которых является утверждение о конечной скорости распространения частиц и полей, делают не вполне эквивалентными следующие две формулировки законов сохранения (рассмотрим их на примере закона сохранения электрического заряда): 1) суммарный заряд в замкнутой системе движущихся заряженных частиц сохраняется, если мы произведем простой подсчет зарядов «здесь» и зарядов «там», 2) убыль заряда в единицу времени «здесь» равна потоку заряда, который обеспечивает его появление «там». Второе определение более глубоко и передает некоторые детали того, как происходит сохранение — величина сохраняется локально.

При рассмотрении макроскопических движений сплошных сред (гидродинамика) можно использовать законы сохранения энергии, импульса (в некоторых случаях и момента импульса), а также закон сохранения массы; последний, в рамках гидродинамики, можно трактовать как сохранение количества вещества («числа частиц»). Указанные законы сохранения для двух скалярных величин и одной векторной дают пять уравнений. В соответствии с этим количественное описание состояния движущейся жидкости (и газа) осуществляется с помощью одной векторной функции $\vec{v}(\vec{r}, t)$, дающей три компонента, и двух скалярных функций, например $P(\vec{r}, t)$ и $\rho(\vec{r}, t)$, где ρ — плотность вещества среды. Кинематика движения жидкости дается распределением скоростей $\vec{v}(x, y, z, t)$, являющихся функциями координат x, y, z и времени t . Термодинамическое состояние жидкости характеризуется распределением давления $P(x, y, z, t)$ и плотности $\rho(x, y, z, t)$. По значениям P и ρ , используя уравнение состояния вещества, можно определить все остальные термодинамические величины.

В заключение параграфа остановимся на пределах применимости макроскопического описания. Гидродинамика, так же как и термодинамика, не интересуется микроскопическим состоянием вещества среды. Среды рассматриваются как сплошные, т. е. их атомарной структурой можно пренебречь. В соответствии с этим гидродинамические соотношения, так же как и термодинамические, применимы к любым средам. Сами же пределы гидродинамического описания особенно четко проявляются при рассмотрении макроскопических движений газов. А именно, законы гидродинамики (в данном случае газодинамики) справедливы до тех пор, пока длины свободных пробегов l молекул (см. в дальнейшем) газа много меньше характерных размеров L системы. Так, в аэродинамических трубах при нормальных давлениях ведут исследование газовых потоков, обтекающих разного рода модели, на основе законов гидродинамики; ведь в этом случае $l \ll L$, где L — размеры модели. Если же понижать давление в каналах трубы, то течение сильно разреженных газов уже не будет описываться гидродинамикой, ибо в этих условиях может оказаться, что $l \sim L$. Вообще, в рамках гидродинамики полагают $l \rightarrow 0$.

Границы применимости гидродинамики и термодинамики совпадают. В связи с этим замечанием напомним, что точность описания в термодинамике определяется относительным уровнем тепловых флуктуаций в макросистеме. Что же касается течений сильно разреженных газов, то они должны рассматриваться на основе методов статистической теории явлений переноса.

Вихрь в земной атмосфере (вид с космической высоты)



§ 3. Течение «модельной» жидкости

3.1. Закон сохранения вещества в гидродинамике

Как понимать название настоящего параграфа? Дело в том, что реальная жидкость отличается сложностью явлений, происходящих в ней. Действительно, при взаимном скольжении слоев жидкости в ней проявляются силы внутреннего трения — свойство так называемой вязкости. Хотя бы небольшое различие температур в разных точках жидкости ведет к процессам теплопередачи. Неоднородность в химическом составе жидкости влечет за собой появление диффузии. При значительных скоростях движения сред (особенно газов) проявляются эффекты сжимаемости, т. е. плотность среды становится переменной. Наконец, в электропроводящих жидкостях каждая точка среды будет характеризоваться дополнительно своими значениями электрических и магнитных полей, а также наличием токов.

Поставим жидкость в такие условия, когда от большинства перечисленных свойств можно отвлечься. Примем во внимание лишь самое главное из ее свойств, а именно, чисто механические закономерности движения. «Портрет» такой жидкости будет скорее «дружеским шаржем» на реальную жидкость. Подобную «модельную» жидкость в гидродинамике называют идеальной.

В предыдущем параграфе было отмечено, что для рассмотрения течений жидкости используются законы сохранения. Остановимся сначала на законе сохранения массы. Макроскопическое движение в среде, естественно, сопровождается переносом массы. Изменение величины $\rho(\vec{r}, t)$ подчиняется закону сохранения массы в его локальной формулировке: убыль массы в единицу времени в некотором объеме должна равняться потоку массы через поверхность, охватывающую рассматриваемый объем. Сформулируем это утверждение количественно. Пусть рассматриваемый объем в жидкости есть V_0 (мы его выделяем в жидкости мысленно). Количество жидкости (ее масса) в объеме V_0 будет выражаться как $\bar{\rho}V_0$, где

$\bar{\rho}$ есть среднее значение плотности жидкости в объеме V_0 (ведь сама плотность есть функция координат). Что же касается уменьшения количества жидкости в объеме V_0 за единицу времени, то оно запишется в виде

$$-\frac{\Delta(\bar{\rho}V_0)}{\Delta t}. \quad (*)$$

Знак «-» здесь поставлен для того, чтобы само выражение было положительным.

Рассмотренное уменьшение количества жидкости в объеме V_0 за единицу времени может быть вычислено и другим способом. Сам объем V_0 ограничен некоторой поверхностью S_0 . Введем направленный элемент поверхности $d\vec{S}$; его абсолютная величина равна площади элемента поверхности, а направлен он по внешней нормали к поверхности. Масса жидкости, вытекающая через элемент поверхности $d\vec{S}$ за единицу времени, будет $\rho\vec{v} d\vec{S}$, ведь скалярное произведение

$$\vec{v} d\vec{S} = |\vec{v}| |d\vec{S}| \cos(\vec{v}, d\vec{S})$$

есть секундный объем жидкости. Выражение $\vec{v} d\vec{S}$ положительно, если угол $\vec{v}, d\vec{S}$ острый, и отрицательно, если он тупой, т. е. элементарный поток $\rho\vec{v} d\vec{S}$ жидкости берется со знаком «+», если жидкость вытекает из объема V_0 , и со знаком «-» в случае его втекания в объем V_0 . Чтобы получить полное количество жидкости, вытекающее за единицу времени из объема V_0 , нужно обойти всю ограничивающую его поверхность S_0 и просуммировать все элементарные потоки (со своими знаками). Так нужно было бы сделать. Однако мы воспользуемся средним значением нормальной составляющей скорости \bar{v}_n потока, и запишем искомое выражение как

$$\bar{\rho}\bar{v}_n S_{\text{замк}}. \quad (**)$$

Сравнивая теперь (*) и (**), получим окончательно

$$-\frac{\Delta(\bar{\rho}V_0)}{\Delta t} = \bar{\rho}\bar{v}_n S_{\text{замк}}. \quad (3.1)$$

Это есть закон сохранения вещества в гидродинамике.

Заметим, что в физике уравнение вида (3.1) встречается неоднократно. Если для величины и ее потока имеет место соотношение типа (3.1), это означает ее сохранение. В данном случае, рассматриваемой величиной является плотность массы ρ , а плотностью потока массы выражение $\rho\vec{v}$.

Рассмотрим стационарное течение жидкости, т. е. такое ее движение, при котором величины, описывающие это движение, не зависят

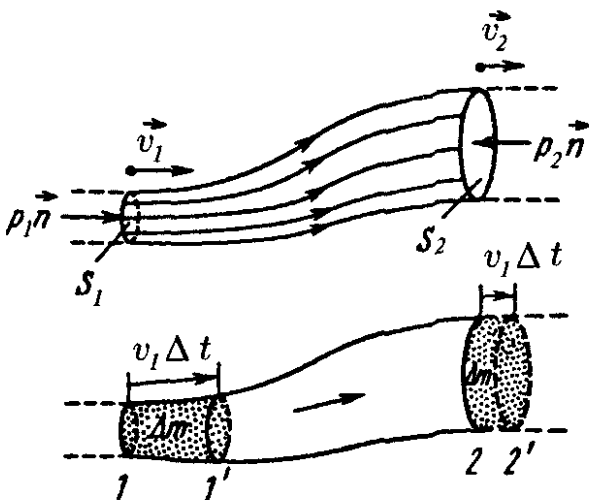


Рис. 3.1

от времени. Используем понятие трубки тока, это есть объем движущейся жидкости, поверхность которого ограничена линиями тока (траекториями «точек жидкости»). Пример трубки тока дается на рис. 3.1. Ясно, что в трубке тока изменения количества жидкости не происходит (поток жидкости через боковую поверхность трубки тока отсутствует), т. е.

$$\frac{\Delta(\bar{\rho}V_0)}{\Delta t} = 0.$$

В силу этого, из (3.1) следует

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 = \text{const}; \quad (3.2)$$

здесь S_i — площади сечений трубки тока в соответствующих местах. Эта важная и простая формула найдет в дальнейшем многочисленные применения.

В случае несжимаемой жидкости, т. е. когда плотность вдоль трубки тока неизменна:

$$\rho_1 = \rho_2 = \text{const},$$

из (3.2) вытекает хорошо известная связь

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1},$$

говорящая о том, что в узком месте жидкость течет быстрее, чем в широком.

3.2. Уравнение Бернулли возьмем за основу

Закон сохранения импульса в жидкости должен выражаться соотношением типа (3.1), т. е.

$$\frac{\Delta}{\Delta t} \left(\begin{array}{c} \text{импульс} \\ \text{ед.объема} \\ \text{жидкости} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{плотность} \\ \text{потока} \\ \text{импульса} \end{array} \right) \cdot S_{\text{замк}}. \quad (3.3)$$

Это и есть уравнение движения в гидродинамике. Оно аналог уравнений движения Ньютона.

Для случая стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости из уравнения (3.3) следует известное соотношение Бернулли

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \text{const}. \quad (3.4)$$

При этом в безвихревых течениях const одна и та же для всех линий тока в жидкости. Наличие же вихрей приводит к тому, что const может быть различной для различных линий тока и линий вихря.

Заметим, что запись (3.4) верна для условий невесомости, а также для горизонтально расположенных трубок тока, находящихся в поле тяжести.

Ввиду важности уравнения (3.4) приведем его элементарный количественный вывод. Для этого рассмотрим пучок линий тока, образующих

трубку тока (см. рис. 3.1). Сохранение массы жидкости (между сечениями 1–2) при ее течении вдоль трубки тока, означает, что количества втекающей и вытекающей жидкости должны быть одинаковыми, т. е. $\rho S_1 v_1 \Delta t = \rho S_2 v_2 \Delta t \equiv \Delta m$, где ρ — плотность жидкости, S — площадь сечения трубки тока, v — скорость потока, Δt — интервал времени рассмотрения. Течение возникает под влиянием разницы давлений в жидкости. Отсюда полную работу, произведенную над жидкостью, заключенной между сечениями 1–2, нужно приравнять изменению энергии элемента Δm жидкости на его пути от сечений 1 к 2. Это следует из того, что при стационарном течении энергия жидкости, находящейся между сечениями 1'–2, остается неизменной. В результате

$$P_1 S_1 v_1 \Delta t - P_2 S_2 v_2 \Delta t = \frac{\Delta m}{2} (v_2^2 - v_1^2),$$

где P — давление жидкости, Δm — масса рассматриваемого элемента жидкости. Поскольку же $\Delta m = \rho S_i v_i \Delta t$, где i — номер сечения, то последнее соотношение переходит в

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho}.$$

Это не что иное как формула (3.4).

Обобщением формулы (3.4) на случай наличия поля тяжести является

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + gz = \text{const}, \quad (3.5)$$

где g — ускорение силы тяжести, z — вертикальная координата рассматриваемого сечения трубки тока.

Полученные нами соотношения (3.4), (3.5) описывают движения идеальной жидкости. Поскольку в отмеченные формулы время t , неявно содержащееся в скорости v и ускорении g , входит лишь в квадрате, то сами уравнения движения не изменятся при операции $t \rightarrow -t$. Это означает, что в такой ситуации допустим прямой и обратный ход времени, т. е. само движение идеальной жидкости обратимо.

Отметим, что движение тел в идеальной жидкости при безвихревом обтекании не должно встречать сопротивления. В такой жидкости отсутствуют процессы диссипации энергии, т. е. перехода ее механической энергии в тепло¹⁾.

Возбуждение вихревых движений в идеальной жидкости сопровождается затратами энергии, при этом завихренность имеет тенденцию к самоусилению. Сопротивление, возникающее при этом, называют индуктивным.

¹⁾ Сказанное справедливо для равномерного прямолинейного движения тел в идеальной жидкости. При ускоренном движении это не так. Причиной является появление «инерционной» силы сопротивления.

При движении тел в конечном объеме идеальной жидкости, вблизи ее свободной поверхности, на самой поверхности возникает система поверхностных волн, уносящих энергию. Последнее вызывает наличие волнового сопротивления.

Дальнейшее рассмотрение покажет, что «модельная» идеальная жидкость хорошо описывает движения сред при больших скоростях. Более того, идеальная жидкость реально существует в природе в виде жидкого сверхтекучего гелия (см. § 17).

В заключение параграфа кратко остановимся на гидростатике, ибо ей в школе уделяют не мало времени. Покоящаяся жидкость в однородном поле тяжести может находиться в механическом равновесии.

Уравнением равновесия жидкости в поле тяжести будет

$$P(z) = P_0 + \rho g(h - z), \quad (3.6)$$

где P_0 — внешнее давление (например, атмосферы) на свободную поверхность жидкости, находящейся при $z = h$. Зависимость давления только от вертикальной координаты z естественна, ибо изменение давления в горизонтальной плоскости вызвало бы движение жидкости.

3.3. Вихри и их свойства

Основания классической гидродинамики были заложены Д. Бернулли (1700–1782), Л. Эйлером (1707–1783), Г. Гельмгольцем (1821–1894) и др. Даниил Бернулли, швейцарец по происхождению, в 1738 г. опубликовал свой труд «Гидродинамика», в котором приводится уравнение, положенное нами в основу изложения.

Леонард Эйлер, также швейцарец, в отличие от Даниила Бернулли, тяготевшего к физике и качественному рассмотрению, был математиком и теоретиком. Его основной труд по теоретической гидродинамике увидел свет в 1755 г.

Герман Гельмгольц, немецкий физик и физиолог, много сделал в изучении вихревых движений жидкостей. Его работа 1858 г. содержит основные положения, относящиеся к вихрям.

Чтобы сформулировать эти положения, необходимо ввести понятие циркуляции вектора скорости. Для этого мысленно проведем в движущейся жидкости произвольный замкнутый контур. «Жидкие частицы», попавшие в этот контур, совершают некоторое движение.

Пометим эти частицы и проделаем следующие математические операции:

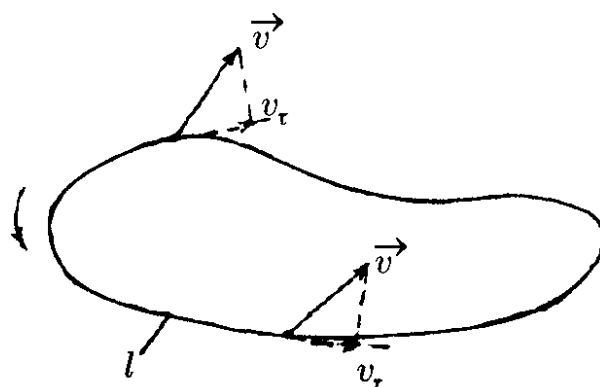


Рис. 3.2

- 1) совершим обход вдоль контура l так, как изображено стрелкой на рис. 3.2;

- 2) при обходе контура будем последовательно в каждой его точке брать скалярное произведение скорости \vec{v} произвольной «меченой» частицы на вектор перемещения $\Delta\vec{l}$;
- 3) просуммируем все указанные элементарные произведения (со своими знаками) вдоль всего замкнутого контура. В результате

$$\Gamma = \sum_{\text{вдоль контура}} \vec{v} \cdot \Delta\vec{l} = \sum_{\text{вдоль контура}} v_{\tau} \cdot \Delta l \approx \langle v_{\tau} \rangle l,$$

где Γ называют циркуляцией вектора скорости²⁾.

Если циркуляция $\Gamma \neq 0$, это означает, что существуют замкнутые вихревые линии для «меченых» частиц жидкости. Другими словами, при $\Gamma \neq 0$ в жидкости имеется вихревое движение.

Каковы свойства вихревых движений в идеальной жидкости? Они сводятся к следующим положениям:

- 1) вихрь сохраняет величину циркуляции скорости $\Gamma = \text{const}$;
- 2) в безвихревой жидкости вихри могут порождаться только парами, причем с противоположным направлением циркуляции ($\Gamma_1 + \Gamma_2 = 0$);
- 3) вихревая трубка тока стремится быть замкнутой: а) или сама на себя, б) или на свободной поверхности жидкости, в) или на обтекаемом теле, г) или на стенках сосуда;
- 4) вихревая трубка переносится потоком и может деформироваться; устойчивая ее форма — кольцевая;
- 5) две отдельные линейные вихревые трубки могут смыкаться между собой, образуя замкнутые конфигурации.

Мы уже отмечали, что жидкий сверхтекучий гелий является единственной в природе идеальной атомной жидкостью. При некоторых критических скоростях течения в нем возникают вихревые квантованные движения (см. § 17.2).

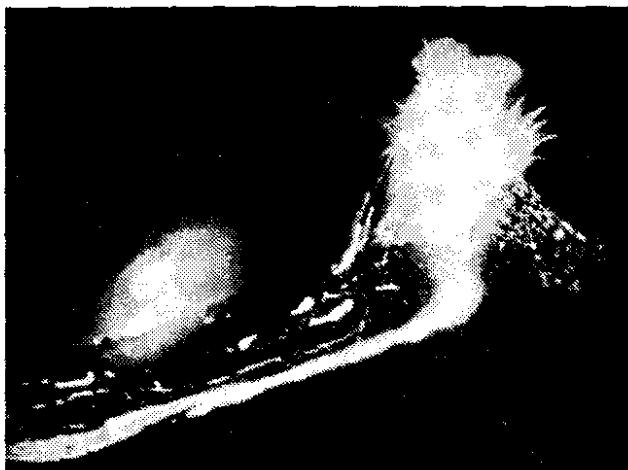
Крупномасштабные вихревые движения существуют в земной атмосфере и Мировом океане (см. фото-заставку к § 3). К 1987 г. в Институте физики атмосферы АН СССР под руководством А. М. Обухова были выполнены эксперименты по моделированию вихрей-циклонов, возникающих во вращающемся тонком слое жидкости.

На Юпитере — «планете, похожей на звезду» (так иногда ее называют), центробежные силы инерции весьма значительны. Они, как известно, возникают во вращающихся системах отсчета. Оценки показывают, что эти силы в состоянии погасить крупномасштабные вихревые движения в атмосфере Юпитера и поэтому последняя может иметь упорядоченный характер. Детальные снимки, полученные с американского космического аппарата «Вояджер» (прошедшего вблизи гигантского

²⁾ В формуле для Γ символ v_{τ} обозначает касательную составляющую скорости, а угловые скобки (...) — усреднение скорости вдоль контура l .

Юпитера), показали, что его атмосфера имеет правильную полосатую структуру (см. фото-заставку к § 20). Сравните снимки структур облачных покрытий Земли и Юпитера.

На Юпитере существует Большое красное пятно, которое астрономы наблюдают уже свыше трехсот лет (см. фото-заставку к § 8). В Институте атомной энергии им. И. В. Курчатова коллектив научных сотрудников, возглавляемый М. В. Незлиным, поставил эксперименты по моделированию Большого красного пятна. Эти опыты и расчеты показали, что Большое красное пятно Юпитера можно трактовать как долгоживущий вихрь, имеющий волновую солитонную природу (см. § 20.4).



«Дыхание» вулкана — сложнейшее физико-химическое и гидродинамическое явление; оно обусловлено особенностями конвективного движения земной магмы, вариациями теплового потока от ядра планеты, временной эволюцией химического состава вещества магмы, хитросплетениями механического напряжения в твердых породах и др.

§ 4. Течение реальной жидкости

4.1. Почему возникает торможение потока жидкости?

Попробуйте сдуть с неубранного стола пыль и всякого рода крошки. Если сухие крошки вам и удастся привести в движение, то пыль уж никак.

Подойдите к домашнему вентилятору. На его лопастях вы увидите тонкий слой пыли. Включите вентилятор и после быстрого вращения вновь посмотрите на лопасти. Вопреки вашим ожиданиям, на лопастях по-прежнему будет налет тонкого слоя пыли. Даже на гигантских лопастях вентиляторов больших аэродинамических труб можно наблюдать ту же картину.

Каждый из нас был у реки. Каким бы быстрым ни было ее течение, у самого берега вода неподвижна.

Описанное поведение газов и жидкостей демонстрирует важнейшее свойство реальных текучих сред — их вязкость. Попробуем разобраться в этом явлении. Если различные «точки жидкости» движутся с одинаковыми скоростями, то жидкость находится в равновесном состоянии. Действительно, если ввести систему отсчета связанную с жидкостью, то в этой системе жидкость покоится. Однако, если скорости всех участков жидкости различны, то введение указанной системы отсчета становится невозможным. В этом случае жидкость окажется в неравновесном состоянии и в ней возникнут самопроизвольные процессы перехода в состояние равновесия. Эти процессы обуславливают появление такого свойства жидкости, которое называют вязкостью.

Процесс выравнивания скоростей между соседними участками жидкости сопровождается переносом импульса. Механизм этого переноса носит молекулярный характер, а значит сам процесс является термодинамически необратимым. Полученное в предыдущем параграфе уравнение (3.3) описывает чисто механический обратимый перенос импульса в среде. При наличии же вязкости в ней любой градиент скорости вызывает дополнительно и необратимый перенос импульса.

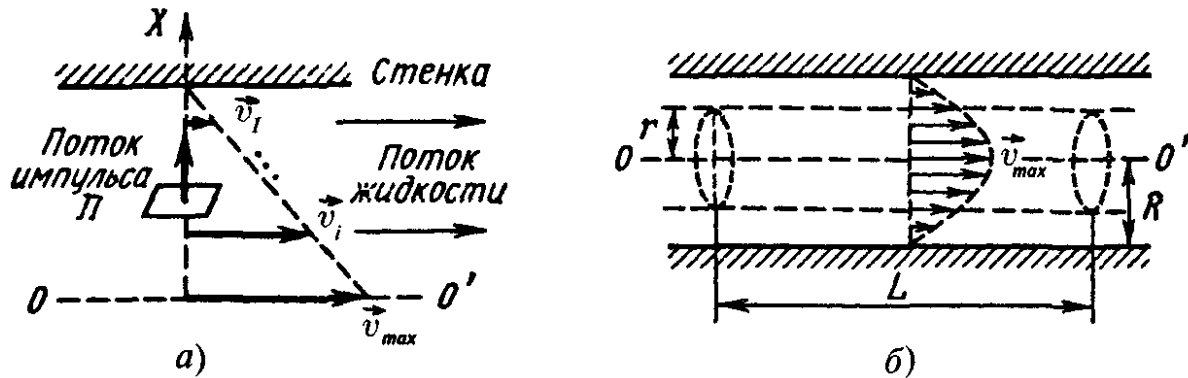


Рис. 4.1

Рассмотрим плоскопараллельный поток жидкости, т. е. такое ее течение, в котором вектор скорости \vec{v} всюду имеет одинаковое направление (см. рис. 4.1). Пусть, к тому же, величина скорости v меняется (уменьшается) лишь вдоль положительной оси X , перпендикулярной потоку жидкости. Тогда скорость будет функцией координаты, т. е. $v = v(x)$. В этом случае для умеренных перепадов (градиентов) dv/dx скорости течения, поток импульса Π будет пропорционален градиенту скорости:

$$\Pi = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (4.1)$$

где η — коэффициент вязкости среды. В (4.1) поток Π импульса положителен, поскольку он берется вдоль положительного направления оси X ; производная же dv/dx отрицательна, так как скорость падает вдоль указанного направления. Знак « $-$ » в (4.1) обеспечивает положительность правой части равенства.

Установим размерность коэффициента вязкости. Поскольку поток импульса есть полный импульс, переносимый через единичную площадку, перпендикулярную выделенному направлению X , в единицу времени, то

$$[\Pi] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}.$$

Размерность же градиента скорости

$$\left[\frac{dv}{dx} \right] = \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{м}} = \frac{1}{\text{с}}.$$

Так как размерности левой и правой части равенства (4.1) должны быть одинаковы, то для размерности коэффициента вязкости получим

$$[\eta] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} \equiv \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Всякая реальная жидкость обладает вязкостью. Если такая жидкость течет, например, вдоль стенок цилиндрической трубы, то тонкий слой жидкости непосредственно прилегающий к поверхности твердого тела будет, вследствие молекулярного сцепления, как бы «прилипать» к стенке. В результате скорость течения жидкости будет возрастать от $\vec{v} = 0$

на стенках до некоторого максимального значения на оси трубы. Вследствие же (4.1), из жидкости к стенкам установится поток импульса (ведь импульс передается от быстрых частиц к медленным). Но всякое изменение импульса системы со временем означает, что на нее действует некоторая сила, в данном случае — сила трения. Последняя приводит к постепенному замедлению течения жидкости и переходу в конечном итоге ее кинетической энергии в тепло.

4.2. Пуазейлевское течение

Французский физиолог и физик Жан Пуазейль в 1840 г. опубликовал свои экспериментальные исследования по движению крови в венах и капиллярных сосудах. Эта работа еще один пример нетрадиционного применения методов гидродинамики.

В теоретическом плане работа Пуазейля сводилась к следующей задаче. Рассмотрим стационарное течение жидкости в цилиндрической трубе. Жидкость будем характеризовать коэффициентом вязкости η . Геометрия трубы задается ее радиусом R и длиной L . Жидкость движется вдоль оси цилиндра под влиянием перепада давлений $\Delta P = P_2 - P_1$ на концах трубы (см. рис. 4.1 б).

На текущую жидкость действуют две силы: сила трения, тормозящая поток, и движущая сила, связанная с ΔP . Чтобы написать выражения для этих сил, построим в потоке жидкости вспомогательный коаксиальный цилиндр с радиусом r (отсчет производим от оси цилиндра). Так как поток импульса Π направлен вдоль радиуса от оси к стенке, то сила трения

$$F_{\text{тр}} = \Pi \cdot \left(\begin{array}{c} \text{площадь} \\ \text{боковой} \\ \text{поверхности} \\ \text{цилиндра} \end{array} \right) = \Pi \cdot 2\pi r L.$$

Учтем, что сам поток импульса в рассматриваемом случае выглядит как

$$\Pi = -\eta \frac{dv}{dr}.$$

В результате сила трения, действующая на выделенный объем жидкости со стороны окружения, будет

$$F_{\text{тр}} = -2\pi r L \eta \frac{dv}{dr}.$$

Разность давлений ΔP , действующая на основания рассматриваемого цилиндра, даст движущую силу

$$F_{\text{давл}} = \Delta P \cdot \left(\begin{array}{c} \text{площадь} \\ \text{основания} \\ \text{цилиндра} \end{array} \right) = \Delta P \cdot \pi r^2.$$

Поскольку течение жидкости стационарное, то указанные силы должны быть одинаковы ($F_{\text{тр}} = F_{\text{давл}}$), т. е.

$$-2\pi r L \eta \frac{dv}{dr} = \pi r^2 \Delta P,$$

или

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta P}{2L\eta}r. \quad (*)$$

Решение этого уравнения мы предлагаем найти читателю. Здесь же приведем окончательный результат:

$$v = \frac{\Delta P}{4L\eta}(R^2 - r^2). \quad (**)$$

Из формулы (**) следует, что скорость в потоке вязкой жидкости меняется по параболическому закону, возрастая от нуля на стенках до максимального значения $v_{\max} = (\Delta P/4L\eta)R^2$ на оси цилиндрической трубы (см. рис. 4.1 б).

Формула (**) названа формулой Пуазейля, в честь экспериментальных работ этого исследователя, хотя непосредственно он к ней отношения не имеет. Формула Пуазейля применима только для ламинарных течений (см. в дальнейшем). Один из методов эмпирического определения коэффициентов вязкости жидкостей основан на этой формуле.

4.3. Неравномерно нагретая жидкость

Реальная жидкость отличается от «модельной» идеальной жидкости еще и тем, что температура ее в различных местах может быть различной. Так, купаясь в реке в солнечный теплый день, вы, нырнув поглубже, попадали в прохладные слои воды.

Спрашивается, какие дополнительные процессы возникают при рассмотрении движения неравномерно нагретой жидкости? Чисто механический обратимый перенос импульса в среде обуславливает, естественно, и обратимый перенос механической энергии. Если температура движущейся жидкости различна в различных точках, то наряду с обратимым переносом энергии, возникнет и необратимый ее перенос из мест с более высокой температурой в места с температурой более низкой. Этот последний поток энергии связан с переходом системы в термодинамически равновесное состояние. Сам процесс выравнивания температур, который называют теплопроводностью, осуществляется молекулярным механизмом: молекулы из более нагретых участков среды, сталкиваясь при своем движении с молекулами соседних, менее нагретых участков, передают им часть своей энергии.

Отметим, что при течении вязкой и неравномерно нагретой жидкости необратимый перенос энергии связан не только с теплопроводностью, но и с наличием трения. Пусть температура T среды меняется только вдоль некоторого выделенного направления, которое примем за ось X . Сам поток тепла определим как его количество, проходящее через единичную площадку, перпендикулярную оси X , в единицу времени. В случае, если перепады температур в неподвижной среде невелики, то плотность потока тепловой энергии j_r пропорциональна градиенту температур, т. е.

$$j_r = -\kappa \frac{dT}{dx}, \quad (4.2)$$

где κ есть так называемый коэффициент теплопроводности, он определяет скорость передачи тепла. Размерность потока тепла, по определению, будет Дж/(м² · с). Поскольку же размерность $[dT/dx] = \text{град/м}$, то размерность коэффициента теплопроводности будет

$$[\kappa] = \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{град}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}.$$

4.4. Задача, которую решал Фурье

В гидродинамике много элементов так называемой математической физики. Это раздел математики, который изучают и на «мехмате», и на «физфаке» вузов. Он содержит детальную разработку математических вопросов, часто возникающих при решении физических и физико-технических проблем.

Одним из основателей классической математической физики является Жан Фурье, французский исследователь, главный труд которого — «Аналитическая теория тепла» (1822 г.). В этой работе вводится понятие о теплопроводности, выводится дифференциальное уравнение для распространения тепла в неподвижных средах и с помощью его решается множество задач по теплопередаче в системах с усложненной геометрией.

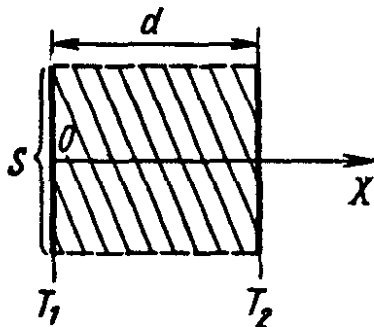


Рис. 4.2

Одну из самых простых задач мы изложим ниже. Пусть рассматриваемый слой вещества толщиной d ограничен двумя параллельными плоскостями; площадь каждой из них есть S (см. рис. 4.2). Сами плоскости поддерживаются при температурах T_1 и T_2 , при этом $T_1 > T_2$. Будем считать коэффициент теплопроводности вещества $\kappa = \text{const}$; мы пренебрегаем его зависимостью от температуры и для этого полагаем разность $T_1 - T_2$ относительно малой. Поскольку

поток тепла будет направлен от T_1 к T_2 , введем ось X в направлении от T_1 к T_2 с началом отсчета в T_1 .

Исходя из соображений симметрии, ясно, что распределение температур $T(x)$ будет зависеть лишь от x . Составим уравнение для искомого распределения температур. В выражении для полного потока тепла

$$Q = j_{\varepsilon} S, \quad (*)$$

используем связь (4.2), тогда (*) примет вид

$$Q = -\kappa S \frac{dT}{dx},$$

где Q от x не зависит.

Полученное дифференциальное уравнение для искомой функции $T(x)$ необходимо проинтегрировать, в результате чего будет найдено его решение, т. е. распределение температуры в слое как функция x . Для

этого перепишем уравнение как

$$dT = -\frac{Q}{\kappa S} dx;$$

интегрирование левой и правой частей написанного выражения дает

$$T = -\frac{Q}{\kappa S} x + \text{const.}$$

Мы видим, что температура есть линейная функция координаты поперек слоя.

Определение постоянной интегрирования мы отдаем в руки читателя.

4.5. Диффузия. Растворение кристалла в жидкости

До сих пор мы рассматривали однородную жидкость. Сейчас остановимся на изучении поведения смесей жидкостей. Пусть жидкость состоит из смеси двух веществ, причем состав смеси неоднороден вдоль ее объема. При макроскопическом движении смеси жидкости ее состав в каждом данном участке не будет меняться. Это есть следствие чисто механического обратимого переноса массы. Однако неоднородность состава смеси в различных участках вызовет и необратимый перенос компонентов смеси. Механизм этого переноса будет носить молекулярный характер. Сам указанный процесс выравнивания концентрации называют диффузией.

При изучении диффузии обычно рассматривают неподвижную, равномерно нагретую, неоднородную жидкость. Состав смеси описывается концентрацией c , определяемой как отношение массы одного из входящих в состав смеси веществ к полной массе жидкости в данном элементе объема. Пусть даны две сферические концентрические поверхности, между которыми заключен слой вещества. На этих сферах поддерживаются определенные концентрации c_1 и c_2 (см. рис. 4.3). Пусть $c_1 > c_2$, тогда возникающий диффузионный поток

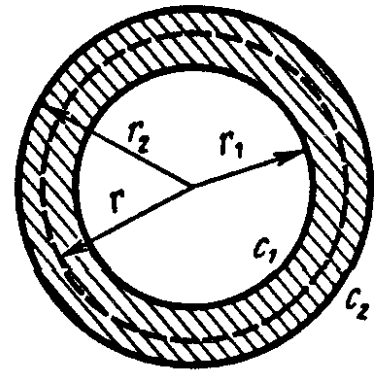


Рис. 4.3

$$j_m = -D \frac{dc}{dr}, \quad (4.3)$$

где D есть коэффициент диффузии, а dc/dr — градиент концентрации. Полный же поток вещества

$$N = 4\pi r^2 j_m,$$

или

$$N = -4\pi D r^2 \frac{dc}{dr}.$$

Это соотношение в сущности есть дифференциальное уравнение для распределения концентраций $c(r)$. Его решение имеет вид

$$c = \left(\frac{N}{4\pi D} \right) \frac{1}{r} + \text{const.}$$

Оно дает распределение состава смеси в неподвижном сферическом слое жидкости между двумя концентрическими поверхностями.

Учет граничных условий для концентраций приводит к выражению

$$N = \frac{4\pi D(c_1 - c_2)}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}.$$

Отсюда следует, что если $r_2 = \infty$ (неограниченная среда вокруг сферы радиуса r_1) и при этом на бесконечности концентрация равна нулю, то

$$N = 4\pi D c_1 r_1. \quad (*)$$

Этой формулой может описываться, например, скорость растворения твердого тела в жидкости, ибо она определяется скоростью диффузии растворяющегося вещества в жидкости. В самом деле, ведь в узком слое вблизи поверхности тела сразу образуется насыщенный раствор. Последующее же растворение идет по мере диффузии растворенного вещества из этого слоя в окружающую жидкость. Если растворяемое тело имеет форму шара (радиуса r_1) и концентрация насыщенного раствора вблизи него равна c_1 , а вдали от шара положена равной нулю, то полный диффузионный поток N от шара в растворитель, т. е. количество растворяющегося в единицу времени вещества, определится через (*).

Здесь удобно остановиться на размерности коэффициента диффузии. Если определить j_m как число молекул растворенного вещества, проходящих в единицу времени через единичную площадку, то $[j_m] = 1/(c \cdot \text{м}^2)$. Концентрация же есть число растворенных молекул в единичной объеме и ее размерность $[c] = 1/\text{м}^3$. Если же теперь в (4.3) сравнить размерности обеих сторон, то получим

$$[D] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Как оценивать времена диффузионных процессов? Исходим из соображений размерности. Прежде всего, время выравнивания концентрации в некоторой смеси не может зависеть от самой концентрации. В самом деле, если концентрацию смеси в различных местах изменить в одинаковое число раз, то пропорционально этому изменению изменится и диффузионный поток и время выравнивания останется прежним. Совершенно очевидно, что время установления τ однородного состава смеси во всей системе может определяться лишь коэффициентом диффузии D и размером L той области среды, в которой концентрации различны. Из этих величин можно составить единственную комбинацию, имеющую размерность времени

$$\tau \sim \frac{L^2}{D}. \quad (4.4)$$

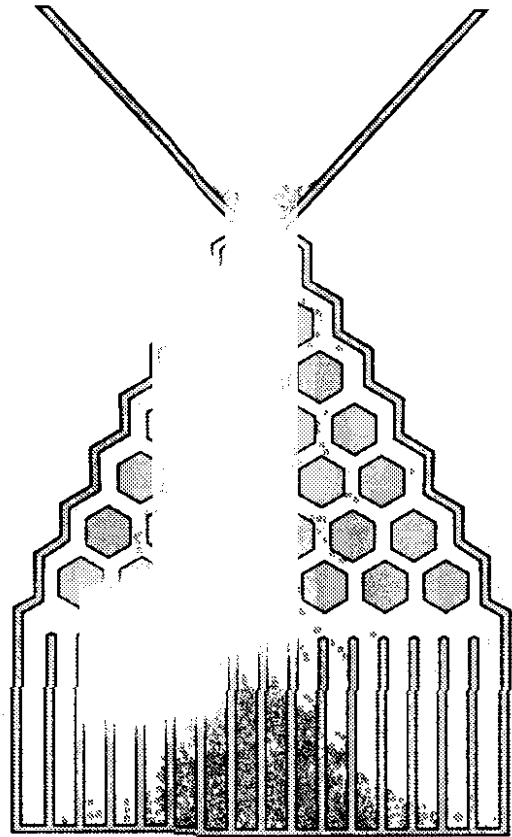
Время τ можно назвать «временем релаксации» для процесса диффузии, т. е. временем установления равновесного состава смеси вдоль системы. Оно пропорционально квадрату размера системы и обратно пропорционально коэффициенту диффузии.

Демонстрационное моделирование случайного молекулярного движения

Прибор представляет собой плоскую доску, покрытую (с некоторым зазором) с лицевой стороны стеклом. Сама доска покрыта металлическими шестиугольниками, расположенными в шахматном порядке. Снизу пространство доски разделено металлическими пластинами на ячейки. Сверху доска в своей центральной части имеет плоскую коническую воронку, в которую может насыпаться металлическая дробь.

Шарики дроби, проходя через «лес препятствий», испытывают случайные блуждания по пространству доски. В какую ячейку доски попадет тот или иной шарик предсказать невозможно. Можно лишь рассчитать вероятность попасть дробинке в ту или иную ячейку.

При достаточно большом количестве бросаний дробинки заполнение пространства ячеек образует распределение, напоминающее закон ошибок Гаусса.



§ 5. Взгляд изнутри: случайные процессы в газах

Здесь мы хотим углубить понятия о вязкости, теплопроводности и диффузии, введенные «полуэмпирическим» путем в предыдущем параграфе. А именно, будет установлена связь вязкости, теплопроводности и диффузии с молекулярной динамикой в газах.

Такой физический подход к изучению явлений переноса в газах особенно полезным оказывается в приложениях. Появление аэрокосмической техники ставит летательные аппараты в экстремальные условия полета. В самом деле, на околоземной орбите аппарат движется в сильно разреженной атмосфере; здесь окружающую среду нельзя рассматривать как сплошную. Производя сход с орбиты, аппарат проследует через ионосферные слои, представляющие собой частично ионизованную плазму. Движение аппарата на более низких высотах, через плотные слои атмосферы, сопровождается образованием мощной ударной волны. Огромная коническая ударная поверхность с тупой вершиной раскаляет воздух внутри себя до нескольких тысяч градусов. Чуть поодаль от этого раскаленного и уплотненного воздушного «щита» движется сам летательный аппарат. Значительно потеряв скорость, в дальнейшем аппарат совершает планирующий полет по обычным законам аэродинамики.

Процессы диффузии, вязкости и теплопроводности называют кинетическими процессами, а иногда процессами переноса и даже случайными процессами. Последний термин пожалуй наиболее удачен, ибо понять термодинамическую необратимость указанных процессов легче всего с точки зрения законов больших чисел.

Сами эмпирические постоянные — коэффициенты вязкости, теплопроводности и диффузии — называют кинетическими коэффициентами. В жидкостях и газах кинетические коэффициенты, являясь некоторыми характеристиками вещества, проявляют, вообще говоря, зависимость от температуры и давления. Нахождение кинетических коэффициентов производится обычно опытным путем: создаются градиенты и измеряются соответствующие потоки. Производя такого рода измерения при различных температурах и давлениях, находят зависимость кинетических коэффициентов от состояния вещества среды. В жидкостях и плотных газах отсутствуют сколько-нибудь общие зависимости кинетических коэффициентов от T и P . Последнее связано с различием молекулярных взаимодействий в различных жидкостях, которое существенно для процессов молекулярного переноса массы, импульса и энергии.

Идеальные газы, т. е. газы с не взаимодействующими молекулами (точнее, слабо взаимодействующими), допускают теоретическое рассмотрение связи кинетических коэффициентов с молекулярными параметрами в общем виде. Однако как бы мало ни было взаимодействие между молекулами такого относительно разреженного газа, именно оно (взаимодействие) является механизмом установления статистического равновесия в системе.

Материал, изложенный в этом параграфе, будет использован в дальнейшем (см. § 16 и др.).

5.1. Пробег и сечение столкновения

Взаимодействие молекул (или атомов) на относительно больших расстояниях носит характер слабого притяжения (ван-дер-ваальсовы силы). Что же касается взаимного влияния молекул при их тесном сближении, то оно проявляется как обоюдная «непроницаемость». Возникновение резко возрастающих сил отталкивания между молекулами на расстояниях, сравнимых с собственными размерами молекул, обусловлено двумя обстоятельствами: 1) кулоновским отталкиванием ядер, 2) «квантовомеханической несовместимостью» внешних электронных оболочек одинаковых молекул при их взаимном касании (электроны есть ферми-частицы³⁾). Если попытаться графически изобразить зависимость энергий межмолекулярного взаимодействия U_{12} от расстояния r между центрами молекул, то несколько условно указанная функция $U_{12}(r)$ представлена на рис. 5.1. Условность рис. 5.1. связана с тем, что взаимодействие молекул, в отличие от взаимодействия атомов, зависит не только от взаимных расстояний.

³⁾ О понятии «ферми-частица, или фермион», равно как и о ряде других квантовых понятий, см. в дальнейшем § 17.1.

но и от взаимной ориентации, т. е. U_{12} является функцией многих параметров. На этом рисунке r_0 есть «радиус» молекулы; U_0 — «глубина потенциальной ямы», она порядка величины критической температуры данного вещества и составляет десятые или сотые доли электронвольта. Заметим, что аналогичная функция $U_{12}(r)$ для межатомного взаимодействия внутри молекулы имеет минимум U_0 порядка нескольких электронвольт.

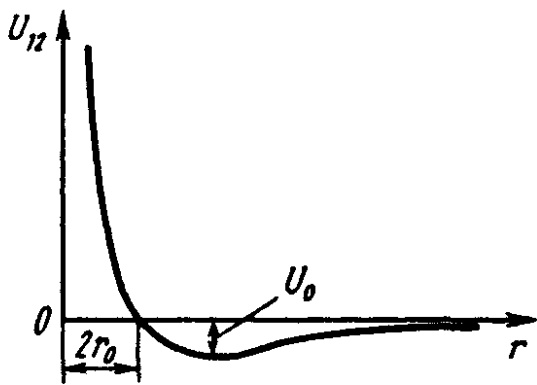


Рис. 5.1

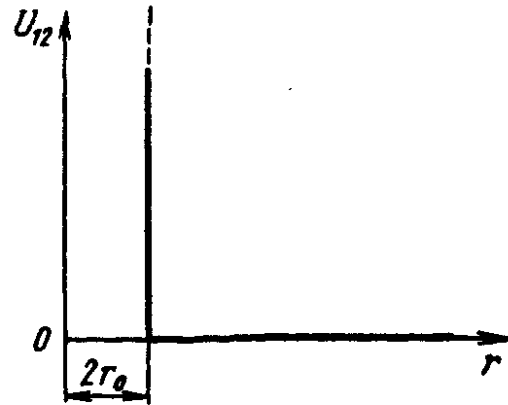


Рис. 5.2

Рассмотрение реальных взаимодействий молекул, а оно должно проводиться на квантовомеханической основе, является довольно сложным делом. Мы введем упрощение, перейдя от кривой взаимодействия двух молекул (рис. 5.1) к кривой взаимодействия двух упругих шаров (рис. 5.2). На рис. 5.2 r_0 есть радиус шара; само же взаимодействие сводится к кратковременным моментам столкновений шаров.

Рассмотрим достаточно разреженный газ молекул (шаров), в котором можно было бы пренебрегать одновременными столкновениями более чем двух молекул в одном акте столкновения. Пусть число молекул в единице объема есть n . Какое среднее расстояние l должна пройти молекула для того, чтобы с заметной вероятностью столкнуться с другой молекулой? Слой газа малой толщины «прозрачен» для нашей молекулы. Спроецируем все молекулы слоя на экран единичной площади (см. рис. 5.3). При достаточно большой толщине l слоя он становится «непрозрачным»; при этом на экран проецируется nl молекул. Доля площади экрана, покрытая проекциями молекул, есть $\pi r_0^2 nl$. Если эта величина близка к единице, то слой непрозрачен. Таким образом, расстояние, пролетев которое молекула почти наверняка испытает столкновение, будет

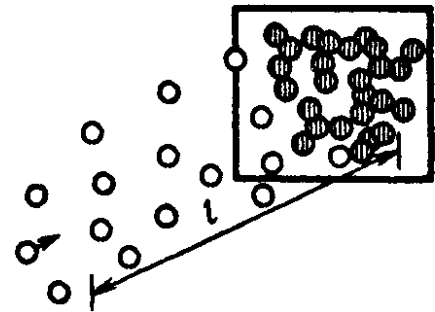


Рис. 5.3

$$l \sim \frac{1}{\pi r_0^2 n}.$$

Величину l называют длиной свободного пробега молекул, а

$$\sigma = 4\pi r_0^2 \quad (5.1)$$

эффективным сечением столкновения молекул. Выражение (5.1) следует из того, что наибольшее расстояние между центрами двух шаров (молекул), на котором они могут пройти так, чтобы еще коснуться друг друга, равно $2r_0$. В итоге

$$l \sim \frac{1}{n\sigma}. \quad (5.2)$$

Наряду с величиной l можно рассматривать также и среднее время τ между двумя последовательными столкновениями молекул. Ясно, что по порядку величины

$$\tau \sim \frac{l}{v}, \quad (5.3)$$

где v — средняя скорость теплового движения молекул.

Сделаем численные оценки рассматриваемых величин. Сечение взаимодействия

$$\sigma = 4\pi(10^{-10})^2 \approx 1 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2.$$

В 1 м^3 газа при нормальных условиях, т. е. 0° С и давлении 1 атм , содержится $n = 2,7 \cdot 10^{25}$ молекул. В результате для длины свободного пробега молекул получим

$$l \sim \frac{1}{2,7 \cdot 10^{25} \cdot 1 \cdot 10^{-19}} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Среднюю тепловую скорость молекул (например, азота) оценим по формуле

$$v \sim \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx \left(\frac{3 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^2}{30 \cdot 10^{-27}} \right)^{1/2} \approx 6 \cdot 10^2 \text{ м/с}.$$

Отсюда среднее время между столкновениями молекул будет

$$\tau \sim \frac{3 \cdot 10^{-7}}{6 \cdot 10^2} \approx 5 \cdot 10^{-10} \text{ с}.$$

Произведенные численные оценки вполне согласуются (в пределах порядков величин) с прямыми опытными данными, а также с более последовательными (чем это принято в нашем изложении) теоретическими расчетами. Это означает, что модель газа с молекулами-шарами достаточно хорошо передает суть изучаемых явлений.

5.2. Молекулярное рассмотрение процесса диффузии

Пусть в газе давление и температура всюду одинаковы. Сам газ представляет собой смесь двух компонент, причем состав смеси меняется вдоль одного направления, которое примем за ось X .

Станем рассматривать один из газов смеси (газ 1); обозначим n_1 число молекул его в единице объема, которое будет функцией координаты x . Построим на оси X условную единичную площадку с координатой x и расположенную перпендикулярно оси. Число молекул, пересекающих

эту площадку в единицу времени, есть $n_1 v$, где v — средняя тепловая скорость молекул. При этом диффузионный поток определяется как разность числа молекул данного сорта проходящих площадку слева — направо и справа налево. Для подсчета же самого потока через единичную площадку, очевидно, следует брать лишь слой газа толщиной l , где l — длина свободного пробега молекул, и расположенного по обе стороны от выбранной площадки. Тогда диффузный поток запишется как

$$j_m \sim v n_1(x-l) - v n_1(x+l). \quad (*)$$

В (*) $n_1(x-l)$ есть число молекул сорта «1», находящихся в единице объема вблизи точки $x-l$. Изменение же функции n_1 в двух близких точках $x-l$ и $x+l$ может быть выражено произведением ее производной на расстояние между этими точками, т. е.

$$n_1(x-l) - n_1(x+l) \approx -l \frac{dn_1}{dx}.$$

Здесь предполагается, что концентрация молекул сорта «1» растет в положительном направлении оси X . В результате (*) примет вид

$$j_m \sim -vl \frac{dn_1}{dx}. \quad (**)$$

Сравним теперь (**), например, с (4.3), тогда получим, что

$$D \sim vl. \quad (5.4)$$

Таким образом, коэффициент диффузии в газах по порядку величины равен произведению средней тепловой скорости молекул на их длину свободного пробега.

Выражению (5.4) можно придать другой вид. Используя для l (5.2), запишем

$$D \sim \frac{v}{n\sigma}, \quad (5.5)$$

где n — полное число молекул обоих компонентов газа в единице объема. Если же обратиться к уравнению состояния идеального газа, то из него плотность числа молекул

$$\left(\frac{N}{V}\right) = \frac{P}{kT}$$

и тогда

$$D \sim \left(\frac{vk}{\sigma}\right) \frac{T}{P}. \quad (5.6)$$

В результате, коэффициент диффузии обратно пропорционален давлению (при заданной температуре). Что же касается зависимости $D(T)$, то ее легко выяснить, если вспомнить, что $v \sim \sqrt{T}$; в итоге $D \sim T^{3/2}$.

Заметим здесь, что сечение взаимодействия σ для реальных молекул является убывающей функцией температуры, ибо время взаимодействия уменьшается с ростом относительных скоростей молекул. Однако указанная зависимость весьма слабая. Для модели молекул-шаров σ есть константа.

5.3. Диффузия как задача о случайном блуждании частиц

Изучая процесс диффузии, мы невольно задаем вопрос: почему с течением времени частицы смещаются на значительные расстояния от первоначального положения? Если движение молекул совершенно случайно и все направления равновероятны, то частица, казалось бы, должна «топтаться на месте».

Рассмотрим движение броуновской частицы — частицы макроскопической, но достаточно малой для того, чтобы чувствовать различие в числе ударов молекул жидкости с разных сторон. Беспорядочность и случайность результирующего воздействия молекул на частицу, вызывает столь же беспорядочное и случайное ее движение как целого. Обратимся к рис. 5.4 а, на нем изображено движение броуновской частицы, наблюдаемое под микроскопом. Каждый прямолинейный отрезок фиксирует смещение частицы из некоторого начального положения в конечное через равные промежутки времени Δt . Общее время наблюдения t , общее число смещений N ⁴⁾.

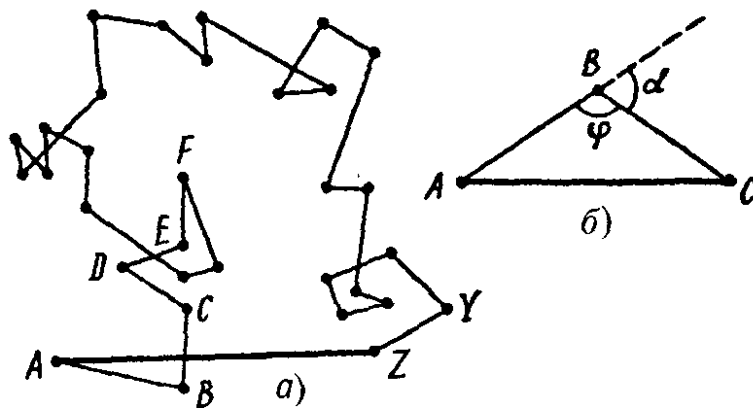


Рис. 5.4

На рис. 5.4 б представлено одно звено большой ломаной, состоящее из двух последовательных смещений AB и BC . Отрезок AC есть замыкающий. По известной геометрической теореме

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 - 2AB \cdot BC \cos \varphi.$$

Введем в рассмотрение дополнительный к φ угол α , тогда на основе равенства

$$\cos \varphi = \cos (\pi - \alpha) = -\cos \alpha,$$

приведенное соотношение запишется

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + 2AB \cdot BC \cos \alpha. \quad (*)$$

Перейдем теперь к большой ломаной. Ее можно представить как состоящую из множества парных звеньев. Для каждой пары последовательных

⁴⁾ Разумеется, что наблюдаемое движение броуновской частицы в промежутке между регистрацией событий запутано и хаотично.

смещений можно написать соотношение типа (*). Складываем их по-членно и делим на общее число смещений N . В полученной сумме последним суммарным членом, содержащим $\cos \alpha_i$, можно пренебречь в силу его чрезвычайной близости к нулю. Это следует из самого характера броуновского движения: оно хаотично, а значит все значения угла α будут встречаться одинаково часто. Другими словами, в последней сумме частота появления близких по величине слагаемых, но имеющих противоположные знаки, практически одинакова.

Наблюдения показывают, что средние значения квадратов смещений $\overline{(\Delta x)^2}$ с большой точностью одинаковы, и это тем более правильно, чем большее число смещений N мы рассматриваем.

В итоге, средний квадрат результирующего смещения AZ (см. рис. 5.4 а), для которого мы введем обозначение $\overline{L^2}$, будет связан с $\overline{(\Delta x)^2}$ равенством

$$\overline{L^2} = N \overline{(\Delta x)^2}. \quad (5.7)$$

Число смещений N выражается через полное время t наблюдения и временной интервал Δt между смещениями, следующим образом

$$N = \frac{t}{\Delta t}.$$

Тогда (5.7) запишется в виде

$$\overline{L^2} = \frac{\overline{(\Delta x)^2}}{\Delta t} t. \quad (5.8)$$

Обратим здесь внимание на сходство соотношений (5.8) и (4.4). Это сходство не только количественное, но и сходство в постановке задач. Указанное позволяет установить следующую связь

$$\overline{L^2} \sim Dt. \quad (5.9)$$

Результат (5.9) замечателен во многих отношениях. Во-первых, он отвечает на поставленный в начале параграфа вопрос — почему частица уходит из первоначального положения, а не остается в некоторой ограниченной области; более того, результат (5.9) показывает, как частица «мигрирует» во времени (радиус «миграции» пропорционален \sqrt{t}). Во-вторых, полученный вывод раскрывает природу процесса диффузии.

5.4. Связь между случайными процессами переноса в газах

Диффузионный поток j_m связан с избыточным переносом молекул в одном из направлений, т. е. связан с переносом массы. Теплопроводность можно рассматривать как «диффузию энергии», а вязкость — как «диффузию импульса макроскопического движения». Поскольку необратимый перенос массы, энергии и импульса в газе связан с одним и тем же молекулярным механизмом, соответствующие кинетические коэффициенты обязаны иметь один и тот же порядок величины. При этом мы берем

те коэффициенты переноса, которые являются аналогами друг друга и в соответствующих процессах диффузии, теплопроводности и вязкости играют одинаковую роль. Так, «диффузия энергии» будет описываться так называемым коэффициентом температуропроводности

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho C_p} = \frac{\kappa}{n c_p},$$

где κ — коэффициент теплопроводности, C_p — теплоемкость при постоянном давлении для единицы массы тела, c_p — теплоемкость, отнесенная к одной молекуле, ρ — плотность массы, n — плотность числа частиц. «Диффузия импульса макроскопического движения» описывается коэффициентом кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} = \frac{\eta}{m n}, \quad (5.11)$$

где η — коэффициент динамической вязкости, m — масса молекулы.

Указанные коэффициенты переноса D , χ , ν имеют одинаковую размерность $[m^2/s]$. В результате проведенного анализа можно написать, что

$$D \sim \frac{\kappa}{\rho C_p} \sim \frac{\eta}{\rho}, \quad (5.12)$$

или

$$D \sim \frac{\kappa}{n c_p} \sim \frac{\eta}{n m}. \quad (5.13)$$

Полученные соотношения (5.12) и (5.13) выражают связь между кинетическими коэффициентами в газах.

Отметим, что для большинства реальных газов измеренное отношение ν/χ находится в пределах $0,75 \div 0,90$.

Из (5.13), при учете (5.4), сразу следуют выражения для коэффициента теплопроводности:

$$\kappa \sim n c_p \nu l \quad (5.14)$$

и коэффициента вязкости:

$$\eta \sim n m \nu l. \quad (5.15)$$

Если в (5.14) и (5.15) использовать для длины свободного пробега l соотношение (5.2), а для средней тепловой скорости v молекул связь $v \sim \sqrt{kT/m}$, то получим

$$\kappa \sim \frac{c_p}{\sigma} \sqrt{\frac{kT}{m}} \quad (5.16)$$

и

$$\eta \sim \frac{\sqrt{m k T}}{\sigma}. \quad (5.17)$$

Таким образом, в отличие от коэффициента диффузии, коэффициенты теплопроводности и вязкости не зависят от давления. От температуры коэффициенты κ и η зависят примерно как \sqrt{T} .

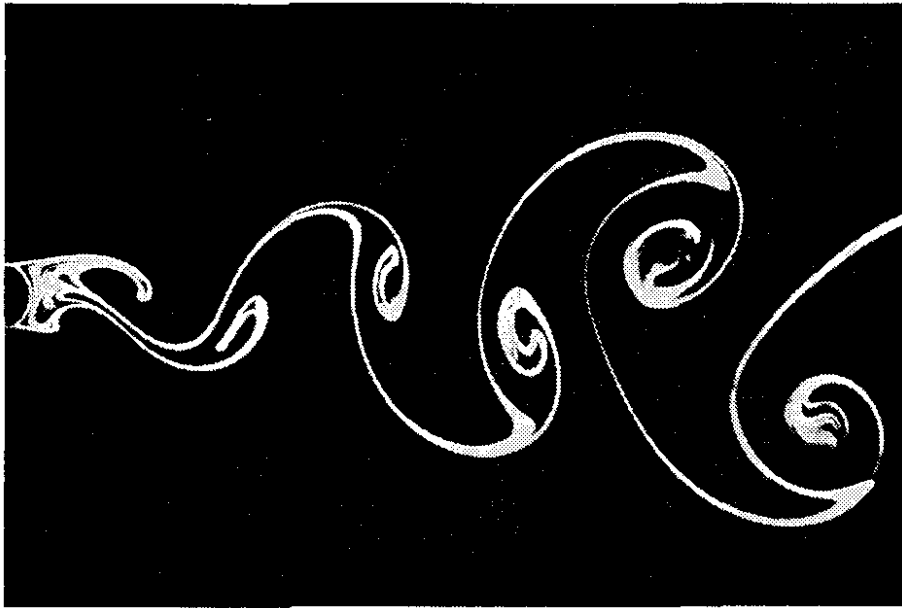
Изложенные выше молекулярно-кинетические представления впервые последовательно были рассмотрены австрийским физиком-теоретиком Людвигом Больцманом (1877 г.). Не все физики того времени верили в реальность атомной картины мира. По этой причине судьба великого Больцмана была трагичной. Он не смог вынести нападков противников своей теории и покончил жизнь самоубийством.

На могиле Людвигу Больцмана изображена знаменитая формула

$$S = k \ln w,$$

которую физики причисляют к разряду сверхформул. Она связывает макроскопическую характеристику тела, так называемую энтропию S , с его микроскопическими состояниями, а именно, с вероятностью w этих состояний; коэффициент k — известная постоянная Больцмана. Само макросостояние тела в целом может быть реализовано огромным числом способов распределения всех его частиц по их различным микросостояниям. Логарифм этого числа способов и есть энтропия. При низких температурах энтропия $S \rightarrow 0$, а при высоких быстро растет.

Во всех реальных молекулярно-кинетических процессах перехода к равновесию энтропия только возрастает; в самом состоянии равновесия она максимальна (для данных условий). Указанные процессы в обратном направлении самопроизвольно идти не могут, ибо это связано с уменьшением энтропии; по этой причине их называют необратимыми. Рассмотренные выше процессы вязкости, теплопроводности и диффузии, связанные с молекулярным механизмом переноса, являются необратимыми (на что мы ранее указывали).



Вихревая дорожка Кармана за круговым цилиндром при числе Рейнольдса $Re = 140$. Диаметр цилиндра 1 см, скорость течения 1,4 см/с. Визуализация движения в воде осуществляется следующим образом: частицы метаются электролитическим способом и освещаются лазерным пучком. Благодаря этому отчетливо видно, что чем дальше продвигается течение, тем больше становится ширина вихревой пелены. На большем расстоянии (не показано на фото) спутная струя развивается в два параллельных ряда шахматно расположенных вихрей

§ 6. Законы сопротивления движению тел в жидкости

6.1. Метод подобия. Число Рейнольдса

Общие уравнения гидродинамики сложны в математическом отношении — они нелинейны. Последнее видно даже из простого соотношения Бернулли, в которое скорость входит во второй степени. Положение еще более осложняется (в математическом плане) при изучении движения вязких жидкостей. Лишь небольшое число задач на вязкие течения может быть решено точно. В связи с этим в гидродинамике большое значение придается эксперименту (это, впрочем, характерно и для всей физики).

В указанных условиях исследования особенно ценными оказались так называемые методы подобия. Их сущность можно уяснить из следующих рассуждений. В уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости в качестве параметра, характеризующего самую жидкость, входит лишь кинематическая вязкость $\nu = \eta/\rho$. Функциями, которые должны быть определены в результате решения уравнения, являются скорость \vec{v} и отношение давления к плотности P/ρ (плотность, в данном случае, постоянная величина). Формирование типа течения жидкости происходит также через условия на границах тела и зависит от его формы, размеров L и скорости u .

Рассмотрим определенный тип течения жидкости, им может явиться обтекание жидкостью тела заданной формы, например шара. Пусть течение стационарно, т. е. скорость потока в каждой точке неизменна во времени. Тогда данный тип движения жидкости определится тремя параметрами: ν , L , u . Учитывая размерности этих параметров:

$$[\nu] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, [L] = \text{м}, [u] = \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

составим их безразмерную комбинацию. Она единственная и называется числом Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{uL}{\nu} = \frac{\rho u L}{\eta}. \quad (6.1)$$

Число Рейнольдса входит в гидродинамические уравнения, и его численное значение существенно определяет структуру этих уравнений.

Введем безразмерные координаты \vec{r}/L и скорость \vec{v}/u , т. е. будем измерять длины в единицах L , а скорость в единицах u . В результате решения гидродинамических уравнений получим для распределения скоростей функцию вида

$$\frac{\vec{v}}{u} = \vec{f}\left(\frac{\vec{r}}{L}, \text{Re}\right). \quad (6.2)$$

Какие следствия вытекают из этого выражения? Если рассматривать два различных течения одного и того же типа (в нашем случае обтекание шаров различного радиуса жидкостями различной вязкости), то «поле скоростей» (6.2) у них будет одинаковым, если только числа Рейнольдса этих течений совпадают. Указанные течения могут быть получены друг из друга простым изменением масштабов измерения координат и скоростей; такие течения называют подобными. В итоге, мы приходим к следующему положению: течения одинакового типа с одинаковым числом Рейнольдса подобны.

Практическим следствием рассмотренного является возможность моделирования реальных (крупномасштабных) течений в аэродинамических трубах, до постройки летательного аппарата, его уменьшенная копия продувается в газовом потоке, имеющем параметры, которые обеспечивают равенство чисел Рейнольдса для модели и аппарата.

6.2. Сопротивление при малых скоростях. Формула Стокса и опыты

Милликена по определению элементарного электрического заряда

В развитии гидродинамики долгое время (вплоть до конца 19 века) сосуществовали две тенденции: чистые теоретики объясняли явления, которых никто не наблюдал; практики, занимающиеся строительством гидротехнических объектов, повсеместно встречались с явлениями, которые оставались необъяснимыми.

Причину такой ситуации Джон фон Нейман — один из крупнейших ученых XX столетия (уделявший гидродинамике немало внимания) —

видел в том, что теоретики прошлого изучали «сухую воду» (т. е. жидкость, лишенную вязкости), а не реальную «мокрую» воду, с которой имели дело практики.

Впервые уравнения гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости были сформулированы Дж. Стоксом — английским физиком и математиком — в 1845 г. на основе модельных представлений французского ученого Л. Навье.

Выясним относительную роль отдельных членов, входящих в гидродинамические уравнения движения вязкой жидкости (уравнение Навье—Стокса), в зависимости от значения числа Рейнольдса. Если записывать члены этого уравнения лишь по их порядку величины, то оно будет выглядеть следующим образом:

$$\rho u^2 - \eta \frac{u}{L} = -P \quad (6.3)$$

(мы имеем в виду стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости)⁵⁾;

Собранные вместе, они и представляют запись (6.3), к которой следует относиться чисто символически.

Здесь смысл обозначений тот же, что и в предыдущем параграфе (§ 6.1). Член, содержащий плотность ρ называют инерционным; член с вязкостью включает в себя коэффициент η . Легко заметить, что число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{\left(\begin{array}{c} \text{инерционный} \\ \text{член} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{c} \text{вязкостной} \\ \text{член} \end{array} \right)}. \quad (6.4)$$

При малых его значениях, $\text{Re} \ll 1$, инерционный член мал по сравнению с вязкостным (см. (6.4)). При этом, согласно (6.3), будет мала и скорость. В результате при малых скоростях течения жидкости можно не учитывать инерцию самой жидкости при обтекании ею тела. В этом случае линии тока в натекающем (например, на цилиндр) потоке, имеют вид, приведенный на рис. 6.1 а.

Поставим задачу о нахождении выражения для силы сопротивления F , оказываемой со стороны жидкости на тело с характерными размерами L , движущееся с малой скоростью u . Свойства жидкости, в рассматриваемом случае, можно описывать только коэффициентом вязкости η .

Сначала выпишем размерности участвующих величин:

$$[F] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}, \quad [\eta] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}, \quad [L] = \text{м}, \quad [u] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отсюда сразу видно, что размерность произведения ηLu совпадает с размерностью силы, т. е.

$$F \sim \eta Lu. \quad (6.5)$$

⁵⁾ Во избежание недоразумений, заметим (для специалистов), что в уравнении Навье—Стокса, для указанного случая: член $(\vec{v}\nabla)\vec{v}$ имеет порядок величины u^2/L , член $(\eta/\rho)\Delta\vec{v} \sim \eta u/\rho L^2$ и, наконец, член $\nabla P/\rho \sim P/\rho L$.

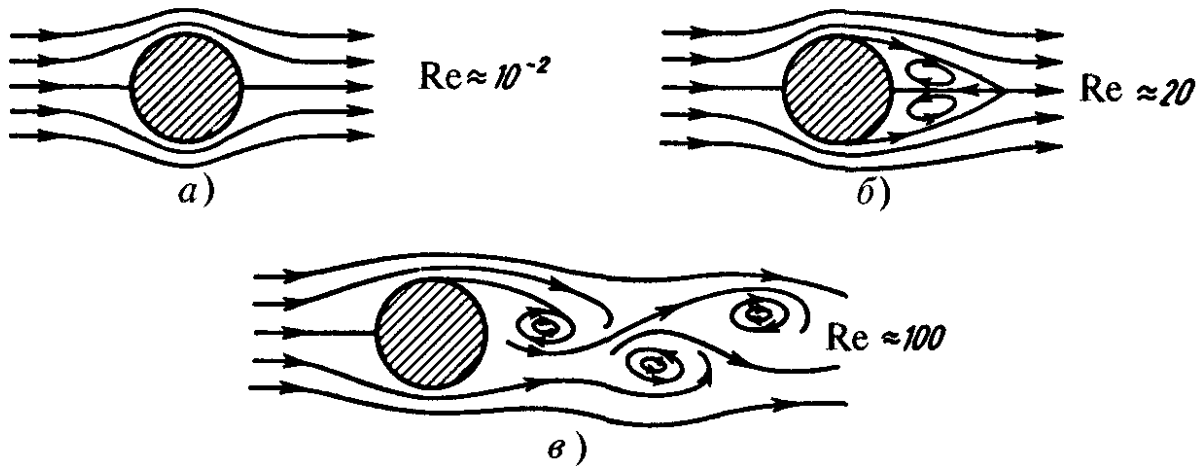


Рис. 6.5. Обтекание цилиндра; поток при различных значениях числа Рейнольдса

Это и есть искомая формула.

В случае шара численный коэффициент в (6.5) равен 6π . Точное выражение при этом имеет вид

$$F = 6\pi\eta Rv, \quad (6.6)$$

где R — радиус шара. Формулу (6.6) называют формулой Стокса. Она справедлива для медленных движений шара в жидкости.

Формула Стокса полезна в целом ряде случаев. Так, она позволяет определять скорости макроскопических частиц, которые приближенно можно считать шариками, при их движении в жидкости под влиянием некоторой силы. Например, осаждение частиц происходит под действием силы тяжести; сортировка частиц по массе в центрифуге идет под влиянием центробежных сил; неравномерно распределенные в жидкости взвешенные частицы участвуют в процессах диффузии под влиянием случайных флуктуаций давления.

В классических опытах Милликена по определению величины элементарного электрического заряда также использовалась формула Стокса. Напомним методику этих экспериментов. В камеру, содержащую две горизонтальные пластины плоского электрического конденсатора, путем распыления вводились мельчайшие капельки масла. При этом сами капельки обладали электрическим зарядом (или благодаря электризации при распылении или в результате поглощения ионов из воздуха). Путем слежения за капелькой под микроскопом определялась скорость v ее равномерного осаждения (электрическое поле в этот момент отсутствовало). Коэффициент вязкости η воздуха, плотность ρ масла и напряженность \vec{g} поля тяготения считаются известными. Тогда из условия равенства сил $F_{\text{тяж}} = F_{\text{сопр}}$, т. е.

$$mg \equiv \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot g = 6\pi\eta vR,$$

получим для радиуса капельки выражение

$$R = \sqrt{\frac{6\pi\eta v}{(4/3)\pi\rho g}}.$$

Теперь включаем электрическое поле (с напряженностью E), компенсирующее действие поля тяготения, иначе говоря, обеспечиваем выполнение соотношения

$$F_{\text{эл}} = F_{\text{тяж}} = F_{\text{сопр}},$$

из которого следует, что

$$qE = 6\pi\eta R u.$$

Отсюда находим электрический заряд q капельки. Он оказался целым кратным по отношению к некоторому заряду

$$e = \frac{q_n}{n},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, который и следует принять за элементарный заряд.

6.3. Сопротивление при больших (дозвуковых) скоростях.

Вихревая цепочка Кармана

Обратимся вновь к соотношению (6.4). Из него видно, что в случае больших значений числа Рейнольдса, $Re \gg 1$, ведущая роль переходит к инерционному члену (содержащему плотность ρ); вязкостной член оказывается малым по сравнению с инерционным. В этом случае, согласно (6.3), скорости велики.

Напишем выражение для сопротивления жидкой среды при движении в ней тела с относительно большой скоростью. Существенным свойством жидкости в этих условиях, как уже отмечалось, является плотность массы ρ . В результате в нашем распоряжении будет три величины: размер L тела, его скорость u и плотность ρ жидкости. Из соображений размерности следует выражение для силы сопротивления

$$F \sim \rho u^2 L^2. \quad (6.7)$$

Полученный закон сопротивления для больших скоростей резко отличен от закона сопротивления (6.5) для малых скоростей. Изменение вида закона сопротивления связано с изменением характера обтекания. Ведь с ростом скорости, растет и инерция потока; поток может отрываться от тела, при этом возникают вихри.

Наглядно описанная картина представлена на рис. 6.1 б и 6.1 в. В частности, из рис. 6.1 б видно, что при $Re \approx 20$ на задней стороне тела возникает пара вихрей. При дальнейшем росте скорости потока, для значений чисел Рейнольдса $Re \approx 100$ (см. рис. 6.1 в), течение вновь изменяет свой характер. А именно, вихри периодически отрываются то от верхней, то от нижней сторон тела и плывут по течению; такой поток называют вихревой цепочкой Кармана. Ее фотография представлена на заставке к § 6.

С образованием вихревой цепочки Кармана связан ряд любопытных явлений. Одно из них это «поющие воздушные провода». Известно, что между железнодорожными станциями телеграфная связь осуществляется по воздушным проводам, т. е. проводам, подвешенным на столбах. Если

вам приходилось идти по степи вдоль такой проводной линии связи в сильную ветреную погоду, то вы могли наслаждаться низкочастотным гулом проводов. Однако он возникает не всегда; ветер весьма определенных скоростей должен дуть в направлении почти перпендикулярном к подвешенным проводам. Сами провода представляют собой круговой цилиндр большого удлинения. Вот и образуется вихревая цепочка при поперечном ветре. Периодический срыв ее вихрей с провода ведет к возбуждению вынужденных механических колебаний последнего. Провод в этом случае уподобляется звучащей струне.

Катастрофические резонансные ветровые эффекты могут возникать при генерации вихревых образований Кармана на плохо обтекаемых элементах конструкций подвесных мостов большой длины. Так в ноябре 1940 г. в США был разрушен Такомский подвесной мост, один из крупнейших в мире. Исследования показали, что при скорости штормового ветра в 65 км/ч на фермах моста образовывались мощные вихри, срывающиеся периодически то с верхних, то с нижних кромок ферм. Возникли крутильные колебания пролета моста. Совпадение частот срыва вихрей с собственными частотами крутильных колебаний моста привело к его разрушению.

Вернемся к рассмотрению сопротивления сред (жидкостей и газов), вызванного перемещениями тел в среде. При больших числах Рейнольдса сопротивление очень сильно зависит от формы тел. Это легко уяснить, если вновь обратиться к рис. 6.1 б. Вместо изображенного цилиндра с его круговым сечением представим себе тело, сечение которого состоит из площади круга и сходящей на нет хвостовой части; причем эта последняя заполняет область, где существуют два вихря. Тогда сам поток будет плавно смыкаться у удлиненного конца тела. Наступление кризиса, в виде отрыва потока от тела, будет отодвинуто в область гораздо больших скоростей. Тела с указанной формой называют хорошо обтекаемыми.

Количественно зависимость сопротивления от формы тел выражают с помощью коэффициента сопротивления $C_{сопр}$, который необходимо ввести в (6.7). В результате получим

$$F_{сопр} = C_{сопр} \rho u^2 L^2, \quad (6.8)$$

где под L^2 следует разуметь площадь поперечного сечения тела. Коэффициент сопротивления $C_{сопр}$ для хорошо обтекаемых тел имеет значения $C_{сопр} = 0,03 \div 0,05$, для плохо обтекаемых тел $C_{сопр} = 1,0 \div 1,5$.

Формула (6.8) определяет сопротивление тел при их движении с относительно большими скоростями. Однако эти скорости должны быть значительно меньшими, чем скорость звука в среде, в которой совершается движение. В этом случае нет нужды учитывать сжимаемость среды, т. е. изменение ее плотности. В формуле (6.8) $\rho = \text{const}$.

6.4. Подъемная сила крыла. Формула Жуковского

Начало 20 века ознаменовалось рождением авиации. Первые аэропланы, построенные изобретателями-одиночками, были сооружениями из бам-

бука, ткани и клея. Ими руководила только интуиция, научные основы полета отсутствовали, а значит, не мог быть выполнен необходимый расчет самой конструкции аэроплана. Естественно, эти попытки энтузиастов полета часто оканчивались катастрофами.

Всеобщий интерес к развитию авиации (в том числе и внимание военных ведомств) привел к созданию научных гидроаэродинамических

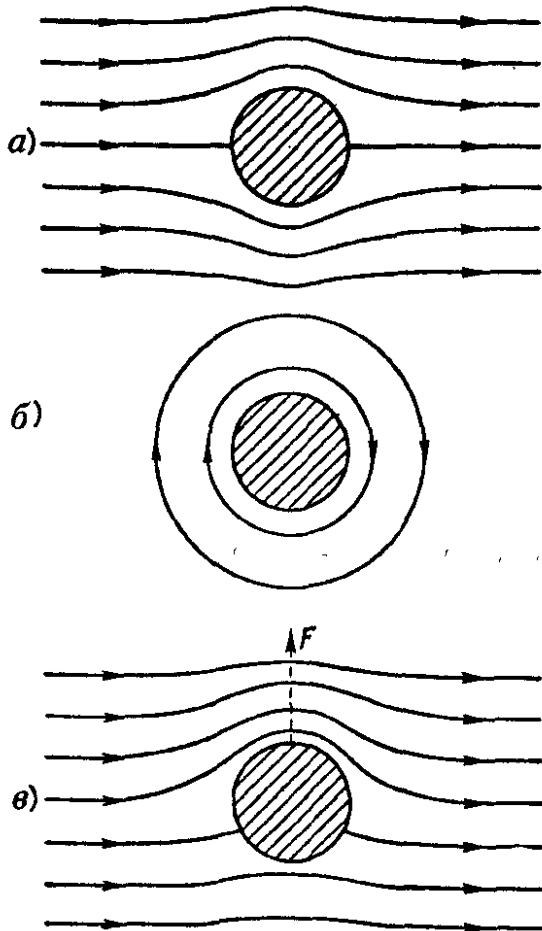


Рис. 6.6

центров в Европе и России. В России появилась выдающаяся научная школа аэродинамики, основателем которой был профессор МВТУ и МГУ Николай Егорович Жуковский (1847–1921).

В 1906 г. увидела свет замечательная работа Н. Е. Жуковского «О присоединенных вихрях», в которой был вскрыт механизм образования подъемной силы крыла аэроплана и дан метод ее расчета. С этого времени началось целенаправленное и быстрое развитие авиационной техники.

Постараемся разобраться в идейной стороне работы Н. Е. Жуковского. Для этого рассмотрим плоскопараллельное течение идеальной жидкости, в которое поместим бесконечно длинный цилиндр кругового сечения (рис. 6.2 а). Пусть вокруг поперечного сечения цилиндра существует циркуляция потока (рис. 6.2 б). Наложение натекающего и циркулирующего потоков дает картину течения, изображенную на рис. 6.2 в.

На верхней стороне цилиндра скорости обоих потоков складываются, на нижней — вычитаются. В соответствии с соотношением Бернулли, давление сверху цилиндра будет меньше, чем давление снизу. В результате возникает сила, поддерживающая цилиндр. Эту силу называют подъемной.

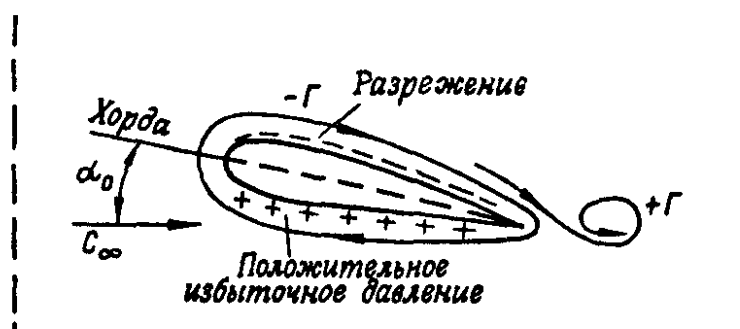


Рис. 6.7

Тот же механизм образования подъемной силы возникает и у крыла. Последнее есть не что иное как несущая плоскость с хорошо обтекаемым профилем. При этом хорда крыла располагается под небольшим углом атаки к набегающему потоку (см. рис. 6.3). Чтобы этот поток был двумерным (а это простейший случай), нужно рассматривать крыло бесконечного размаха, с постоянной хордой и неизменным профилем.

Возникает вопрос, откуда берется циркуляция потока вокруг профиля крыла? Дело в том, что сам профиль крыла является несимметричным относительно хорды: его верхняя часть более выпукла, чем нижняя. Трубка тока, натекающая на переднюю кромку профиля крыла, раздваивается. В силу неразрывности струи идеальной жидкости, ее масса, текущая по выпуклой верхней части контура профиля, должна двигаться с большей скоростью по сравнению с аналогичной струей на нижней менее выпуклой части контура профиля. В результате при встрече двух струй у задней острой кромки профиля возникает тангенциальный разрыв в скоростях движения.

Тангенциальный разрыв гидродинамически неустойчив и распадается с образованием вихря. При этом вихрь закручивается в направлении против часовой стрелки. Однако в идеальной безвихревой жидкости вихри могут порождаться только парами, причем с взаимно противоположной по знаку циркуляцией (см. § 3.3). В итоге возникает второй вихрь — циркуляция потока вокруг профиля крыла, с направлением циркуляции по часовой стрелке (см. рис. 6.3).

Таким образом, в идеальной жидкости безвихревой поток, обтекающий профиль крыла бесконечного размаха, порождает два вихря: свободный вихрь (у задней острой кромки крыла), плывущий по потоку и уходящий от крыла, и присоединенный вихрь (циркулирующий поток вокруг профиля крыла), перемещающийся поступательно вместе с крылом.

Кратко остановимся на особенностях крыла конечного размаха. Присоединенные вихри, расположенные у обоих концов крыла, сходят с него, образуя два вихревых следа за самолетом. Эта пара вихревых дорожек имеет тенденцию как-то замкнуться: или на поверхности Земли, или путем смыкания обоих следов и их разбиения на многочисленные вихревые замкнутые конфигурации. При определенных условиях сбегавшие с концов крыла вихри могут стать центрами конденсации водяных паров в холодной атмосфере и оказаться видимыми.

Количественным выражением для подъемной силы крыла является теоретическая формула Жуковского

$$F_{\text{подъема}} = \rho u \int \Gamma dZ \text{ — интегрирование по размаху крыла,}$$

где циркуляция

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} \text{ — интегрирование по замкнутому контуру профиля крыла.}$$

Полуэмпирической расчетной формулой для подъемной силы крыла является выражение аналогичное (6.8):

$$F_{\text{подъем}} = C_{\text{подъем}} \rho u^2 S. \quad (6.9)$$

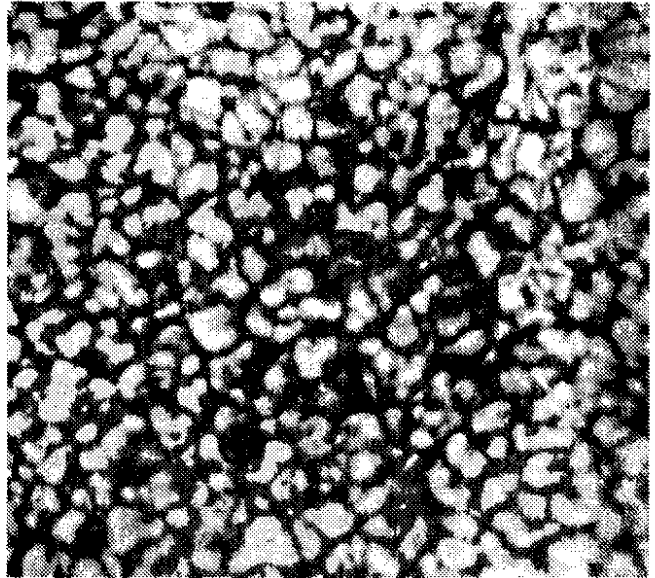
Здесь S — площадь крыла; эмпирический коэффициент $C_{\text{подъем}}$ включает зависимость от формы профиля и угла атаки крыла.

Любопытно сравнить численные значения эмпирических коэффициентов $C_{\text{сопр}}$ и $C_{\text{подъем}}$ из соответствующих формул (6.8) и (6.9). Так, у крыльев пассажирского реактивного самолета Ту-154 отношение $C_{\text{подъем}}/C_{\text{сопр}}$ достигает 14, а у спортивных планеров — 30.

Таким образом, подъемная сила крыльев зависит от их площади, скорости полета и угла, под которым встречает несущая плоскость воздушный поток. Естественно, что указанные параметры должны меняться в оптимальных пределах. Так, при посадке самолета скорость приземления должна быть минимальной, но чтобы сохранить прежнюю подъемную силу, пилот увеличивает угол атаки крыльев (машина слегка задирает нос). К тому же при посадочных скоростях работает так называемая аэродинамическая механизация крыльев — это то, что аэродинамики заимствовали у птиц (понаблюдайте за птицей и ее оперением в момент приземления). В то же время полет на больших скоростях требует минимума сопротивления воздуха, которое встречает крыло со стороны среды.

Солнечная грануляция

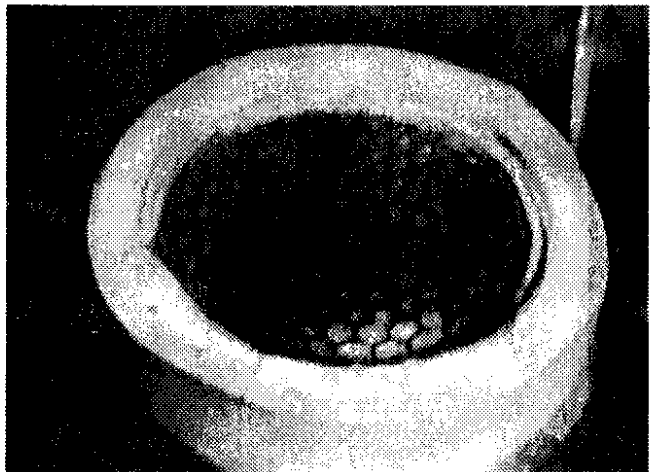
Снимок поверхности Солнца в белом свете. Хорошо видна фотосферная грануляция, являющаяся отражением ячеистой структуры конвективных движений, существующих в недрах Солнца. Светлые участки на снимке соответствуют поднимающимся горячим потокам солнечного вещества, а темные — опускающимся, охлажденным



Ячейки Бенара при термоконвекции

Силиконовое масло в плоском мелком по глубине сосуде интенсивно подогревается снизу.

Сравните оба снимка



§ 7. Неустойчивости в гидродинамике

7.1. Когда слоистое правильное течение становится сильно запутанным?

Начнем с примера неустойчивости. Для этого обратимся к опыту. Возьмем сосуд и частично наполним его сперва легкой жидкостью (например, водой), а затем аккуратно дольем более тяжелую жидкость (например, крепкую серную кислоту). В таком состоянии, когда тяжелая жидкость находится поверх легкой жидкости, система может быть в равновесии (см. рис. 7.1). Однако это равновесие будет неустойчивым с точки зрения энергетической. Ведь если жидкости поменяются местами: тяжелая жидкость опустится вниз, а легкая — вверх, то общая потенциальная энергия системы уменьшится (при этом освободившаяся часть энергии пойдет на подъем легкой жидкости). Поэтому достаточно малого возмущения, чтобы указанная перестройка системы произошла.

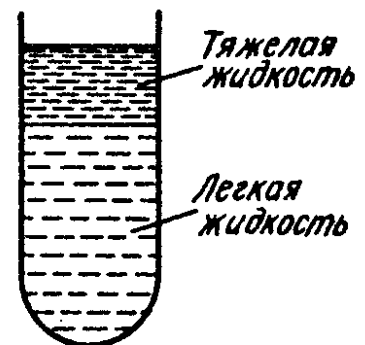


Рис. 7.1

Мы рассмотрели пример неустойчивости состояния равновесия жидкостей. Как подходят к изучению неустойчивостей течений жидкостей и газов? Если вам удалось найти математическое решение уравнений гидродинамики для какой-либо задачи, то это не означает, что найденное решение реально осуществимо в природе. В потоке жидкости неизбежно присутствуют малые возмущения; поэтому, чтобы полученное решение (даже, если оно точное) могло реализоваться, оно должно быть устойчивым по отношению к малым возмущениям.

Опыт показывает, что при увеличении числа Рейнольдса Re достигается такое его критическое значение $Re_{кр}$, когда стационарное обтекание становится невозможным из-за его неустойчивости по отношению к бесконечно малым возмущениям. Естественно, что у каждого типа движения свое значение $Re_{кр}$.

Наблюдения и компьютерный эксперимент (по поводу последнего см. § 15) показывают, что картина потери устойчивости стационарным течением жидкости (при достаточно больших числах Рейнольдса) во многом определяется условиями ее движения. Так, у некоторых типов стационарных течений первая потеря устойчивости ведет к возникновению опять же стационарного течения, но течения другой природы (см. § 7.5). Однако, наиболее характерной картиной развития неустойчивостей является следующая. При Re , близких к $Re_{кр}$, нестационарное движение жидкости, которое возникает в результате неустойчивости стационарного течения, выступает как наложение основного стационарного течения и малых пульсаций потока растущих по мере увеличения числа Рейнольдса. При дальнейшем росте $Re > Re_{кр}$, наступает момент, когда становится неустойчивым и это квазипериодическое движение. В конце концов оно приобретает очень сложный и запутанный характер; такое движение называют турбулентным, в отличие от упорядоченного слоистого движения жидкости, называемого ламинарным.

Турбулентное движение жидкости при больших числах Рейнольдса характеризуется наличием чрезвычайно нерегулярного, беспорядочного изменения скорости со временем в каждой точке потока («развитая турбулентность»). Скорость все время пульсирует вокруг некоторого своего среднего значения, причем размах пульсаций может быть не мал по сравнению с величиной самой скорости. Такое же нерегулярное изменение скорости имеет место от точки к точке потока, рассматриваемого в заданный момент времени. Траектории «жидких частиц» в турбулентном потоке чрезвычайно сложны, что приводит к наличию сильного перемешивания жидкости.

Чтобы нагляднее представить себе отличие ламинарного и турбулентного течений, опишем следующий опыт. Пусть в стеклянной трубе течет вода. В одном и том же месте поперечного сечения трубы выпускают ярко окрашенные взвешенные частицы. В случае ламинарного потока все частицы движутся практически по одной и той же траектории. При турбулентном потоке траектории частиц окажутся различными; причем заранее нельзя предвидеть, какими именно они будут. Траектории движе-

ния частиц в турбулентном потоке становятся «случайными», а частицы могут попадать в любое место трубы. Изложенное показывает, что теория турбулентного движения должна иметь статистический характер.

7.2. Пограничный слой

При обтекании тел потоком реальной вязкой жидкости или газа достаточно больших скоростей, что соответствует числам Рейнольдса $Re \gg 1$, можно, как известно, пренебречь влиянием вязкости и рассматривать среду как идеальную жидкость. Однако не так обстоит дело в пристеночном слое, обволакивающем само тело. Непосредственно на поверхности тела скорость обязана обращаться в нуль. Ее резкое возрастание в тонком пристеночном слое, называемым пограничным, ведет к тому, что роль вязкостных членов в уравнении Навье—Стокса будет велика (даже при малой вязкости).

Число Рейнольдса для течения в пограничном слое меняется вдоль поверхности обтекаемого тела. Оно растет пропорционально расстоянию от передней кромки обтекаемого тела. При числах $Re \approx 420$ (для плоской пластинки) происходит потеря устойчивости ламинарного течения в пограничном слое и его переход в турбулентное состояние. Само же турбулентное движение, вообще говоря, является вихревым. Таким образом, турбулизация пограничного слоя охватывает не весь слой, а начинается в том месте слоя, где число Рейнольдса достигает критических значений.

Ясно, что с изменением скорости основного потока меняется расположение и самого места начала турбулизации пограничного слоя. Характерная картина течения в пограничном слое представлена на рис. 7.2.

Здесь будет уместным остановиться на различии в профиле скоростей для ламинарного и турбулентного потоков вязкой жидкости в трубе. Сами профили скоростей представлены на рис. 7.3.

Пока скорости потока малы, течение является пуазейлевским с параболическим профилем скоростей (см. § 4.2). Возрастание скорости потока ведет к его турбулизации. Профиль скоростей при этом становится в значительной степени плоским, кроме тонкого пристеночного слоя.

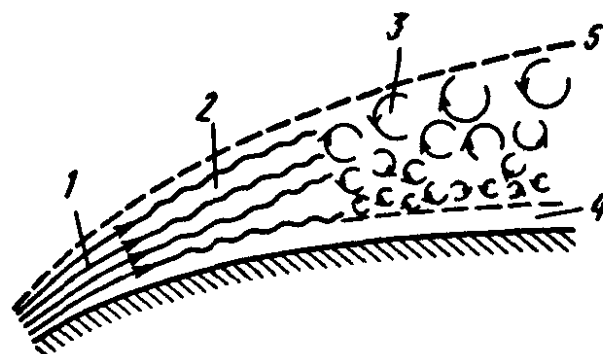


Рис. 7.2. Структура потока в пограничном слое: 1 — ламинарная область, 2 — переходная область, 3 — турбулентная область, 4 — вязкий подслой, 5 — условная граница между идеальной жидкостью и пограничным слоем

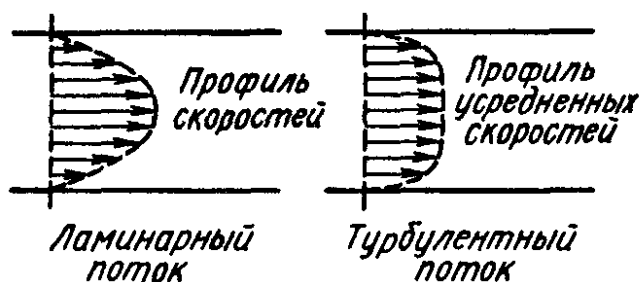


Рис. 7.3

Какой механизм делает столь различными профили скоростей в вязком потоке ламинарного и турбулентного течений? Вязкость, как известно, связана с переносом импульса между соседними слоями среды. Этот перенос импульса выравнивает скорости соседних участков жидкости. В турбулентном состоянии жидкость испытывает интенсивное макроскопическое перемешивание, которое является наиболее эффективным механизмом передачи импульса. Это и обеспечивает постоянство скорости по сечению, кроме узкой пристеночной области. В ламинарном потоке действует гораздо менее эффективный молекулярный («диффузионный») механизм переноса импульса и скорость жидкости плавно меняется от оси потока к стенкам трубы.

7.3. Попытки как-то описать турбулентные движения

Хаотический характер турбулентных движений жидкости позволяет провести существенную аналогию с молекулярным тепловым хаотическим движением. При этом роль беспорядочных «молекулярных траекторий» переходит к беспорядочным «линиям тока жидкости».

Уже отмечалось, что если наблюдать за турбулентным течением в какой-либо фиксированной точке, то окажется, что величина и направление скорости испытывают беспорядочные изменения. Будем пользоваться понятием средней скорости u течения в точке как усредненной по времени истинной скоростью v . Тогда вдоль потока скорость u будет меняться плавно. Разность

$$v' = v - u$$

между истинной и средней скоростями называют «пульсационной» частью скорости. На усредненный поток будет накладываться нерегулярное «пульсационное» движение.

Известно (см. § 5.4), что кинетические коэффициенты молекулярного переноса импульса и энергии по порядку величины могут быть записаны как

$$\nu \sim \chi \sim \langle v \rangle l,$$

где $\langle v \rangle$ — средняя тепловая скорость молекул, l — длина свободного пробега молекул. В ламинарных потоках пользуются именно этими коэффициентами переноса.

В потоках с развитой турбулентностью вязкость и теплопередача может качественно описываться соответствующими аналоговыми коэффициентами. Так коэффициент турбулентной вязкости

$$\nu_{\text{турб}} \sim \Delta u \cdot L,$$

где L — основной масштаб турбулентности, отражающий размеры области турбулизации потока; Δu — изменение средней скорости на расстояниях порядка величины L . Связь между коэффициентом турбулентной вязкости $\nu_{\text{турб}}$ и коэффициентом молекулярной вязкости ν может выражаться соотношением

$$\nu_{\text{турб}} \sim \nu \frac{\text{Re}}{\text{Re}_{\text{кр}}}.$$

Теплопередача в турбулентной области соответственно станет описываться коэффициентом турбулентной теплопроводности

$$\chi_{\text{турб}} \sim L \Delta u$$

и связь молекулярной теплопроводности χ с турбулентной теплопроводностью $\chi_{\text{турб}}$ может быть следующей:

$$\chi_{\text{турб}} \sim \chi \frac{\text{Re}}{\text{Re}_{\text{кр}}}.$$

Таким образом, молекулярные и турбулентные коэффициенты переноса сравниваются по порядку величины при критических значениях чисел Рейнольдса.

При развитой турбулентности в потоке существуют пульсационные области нерегулярных движений различных масштабов. Наряду с числом Рейнольдса Re , характеризующим течение в целом, вводят локальные числа Рейнольдса Re_λ , соответствующие различным масштабам движения

$$\text{Re}_\lambda \sim v_\lambda \frac{\lambda}{\nu},$$

где λ — пространственный масштаб пульсаций, v_λ — порядок величины их скорости, ν — кинематическая вязкость. Числа Re_λ тем меньше, чем меньше масштаб λ движения.

В соответствии с разбиением общего турбулентного потока на пульсационные области движения разных масштабов, локальные числа Re_λ будут велики у крупномасштабных движений и малы для мелкомасштабных.

Как известно (см. §§ 6.2 и 6.3), роль вязкости в движении жидкости зависит от значений числа Рейнольдса. Большим численным значениям Re_λ соответствует малая вязкость, малым Re_λ — большая вязкость. В результате крупномасштабные турбулентные пульсации будут происходить без диссипации кинетической энергии, т. е. без перехода энергии движения в тепло. Напротив, при мелкомасштабных хаотических пульсациях роль диссипации будет существенной. В итоге мы приходим к представлению о непрерывном потоке энергии из крупномасштабных турбулентных областей в мелкомасштабные, где энергия движения в конце концов диссипируется. Для поддержания «стационарного» состояния турбулентного потока необходимо наличие внешних источников энергии, непрерывно передающих ее основному крупномасштабному движению.

Среднее количество энергии, диссипируемой в единицу времени в единице массы жидкости, по порядку величины есть

$$\frac{(\Delta u)^3}{L},$$

или

$$\nu_{\text{турб}} \left(\frac{\Delta u}{L} \right)^2.$$

Поскольку диссипация кинетической энергии обязана, в конечном итоге, вязкости, приведем для турбулентных потоков оценку величины расстояний λ_0 , на которых начинает сказываться вязкость жидкости. Эти расстояния одновременно являются размерами наиболее мелкомасштабных областей нерегулярных (турбулентных) пульсаций. Для указанных расстояний имеем

$$\lambda_0 \sim \frac{L}{\text{Re}^{3/4}},$$

где Re — число Рейнольдса, характеризующее движение жидкости в целом.

Для турбулентных пульсаций область пространственных масштабов $\lambda \sim L$ называют областью энергии; в ней заключена основная часть кинетической энергии жидкости. Масштабы $\lambda \lesssim \lambda_0$ составляют область диссипации, где происходит трансформация кинетической энергии в тепло.

Если говорить о временных характеристиках турбулентных пульсаций — частотах, то их спектр простирается от низких частот порядка u/L до частот высоких $\sim u/\lambda_0$.

Замечательно, что в рамках рассмотренных представлений (А. Н. Колмогоров и А. М. Обухов, 1941 г.) имеют место следующие «факты»: 1) в областях с масштабами $\lambda \ll \lambda_0$ движение «жидких частиц» носит правильный регулярный характер и скорость меняется плавно; 2) в областях $\lambda_0 \ll \lambda \ll L$ турбулентное перемешивание приводит к экспоненциально быстрому расхождению первоначально близко расположенных жидких частиц. Подтверждающие эксперименты см. в § 10.5.

Полной количественной теории турбулентности в настоящее время не существует, хотя этой проблеме уже свыше ста лет. В чем корни трудностей построения такой теории? О них, весьма наглядно и доступно, сказал один из ведущих специалистов в области физики плазмы академик В. Е. Захаров⁶⁾: «Понятие турбулентности, возникшее в гидродинамике, давно уже приобрело общефизический смысл. Под турбулентностью понимают неупорядоченное, хаотическое движение любой непрерывной среды (или вообще системы с большим числом степеней свободы), требующее статистического описания. Подобная же задача возникает и в статистической физике, однако между теорией турбулентности и статистической физикой имеется принципиальное различие. Именно, статистическая физика и примыкающая к ней неравновесная статистическая механика изучают системы, находящиеся в состоянии термодинамического равновесия или вблизи него. В отличие от них в теории турбулентности рассматривают системы, предельно далекие от термодинамического равновесия. Основной физический процесс, происходящий в турбулентной среде, — необратимая передача энергии из степеней свободы, в которых происходит возбуждение, в степени свободы, где происходит затухание. Можно сказать, что теория турбулентности так же относится к статистической физике, как теория, описывающая водопад, — к гидростатике.

⁶⁾ См.: Основы физики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1984. Т. 2. С. 48.

Неравновесной статистической механике в рамках этой аналогии будет соответствовать теория малых колебаний вблизи равновесия.

Турбулентность надо описывать в совершенно других терминах, чем те, которыми оперируют статистическая физика. К турбулентному состоянию абсолютно неприменимо, например, понятие температуры (которое можно сравнить с уровнем жидкости в гидростатике). Вместо него фундаментальную роль приобретает понятие потока энергии по спектру (для водопада это будет расход жидкости)...

Турбулентность в несжимаемой жидкости относится к числу наиболее трудных с точки зрения описания типов турбулентности, поскольку в ней отсутствует какой-либо малый параметр. Такого рода турбулентность называют сильной.

Существуют, однако, физические среды, турбулентность в которых значительно более доступна для описания. Это среды, динамику которых можно представить себе как распространение и взаимодействие волн, обладающих дисперсией. Если амплитуды этих волн малы, так что взаимодействие этих волн достаточно слабое, то для описания турбулентности можно применять кинетические уравнения для квазичастиц, подобные используемым в теории конденсированных сред. В этом случае турбулентность называется слабой⁷⁾.

В последние десятилетия XX-го века в физике динамического хаоса и турбулентности был осуществлен настоящий прорыв. О его сути речь пойдет в § 7.6.

В качестве примера сильной турбулентности среды в § 19.5 рассмотрена плазменная ленгмюровская турбулентность. Анализируются нелинейные волновые эффекты (§ 19.4), и вскрывается механизм возникновения и развития сильной волновой турбулентности плазмы.

7.4. Переход от молекулярного к конвекционному переносу тепла.

Солнечная грануляция

Рассмотрим перенос тепла в жидкости, находящейся в поле тяжести, при наличии больших градиентов температуры. При относительно малых градиентах температуры осуществляется молекулярный перенос тепла путем теплопроводности. Однако при больших градиентах температуры молекулярный механизм становится неустойчивым. Происходит переход к макроскопическому переносу тепла путем конвекции.

Пусть в поле тяжести имеется слой газа или жидкости, заключенный между двумя неограниченными горизонтальными плоскостями. При этом верхняя плоскость обладает температурой T_1 , а нижняя — температурой T_2 ; положим, что $T_2 > T_1$. Мы предполагаем также, что среда несжимаемая, т. е. толщина рассматриваемого слоя такова, что можно пренебречь зависимостью плотности среды от изменения давления с высотой.

⁷⁾ О ряде понятий, использованных в цитируемом отрывке, будет сказано в дальнейшем.

Если разность температур $T_2 - T_1$ не слишком велика, то жидкость остается неподвижной и передача тепла осуществляется обычным механизмом теплопроводности. На этой стадии процесса теплопередачи существенны величины χ , L , $T_2 - T_1$, где L — толщина рассматриваемого слоя среды, χ — ее температуропроводность.

При некотором критическом значении разности температур $(T_2 - T_1)_{кр}$ процесс молекулярной передачи тепла становится неустойчивым, возникает стационарное макроскопическое конвекционное движение. В этом случае дополнительно должны войти такие характеристики движущейся среды, как вязкость ν . Однако, никакого параметра с размерностью скорости, в случае свободной конвекции, входить не должно. Это связано с тем, что все движение жидкости при свободной конвекции обуславливается только ее неравномерной нагретостью. В результате в рассмотрение войдет коэффициент теплового расширения β жидкости, который определяется как

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}.$$

Поскольку плотность ρ среды является убывающей функцией температуры, то

$$\rho(T_1) > \rho(T_2),$$

т. е. верхние слои будут более плотными, чем нижние. Это означает, что в поле тяжести с напряженностью \vec{g} система окажется неустойчивой (см. пример в начале § 7.1).

Таким образом, в нашем распоряжении имеются следующие величины:

$$[\chi] = [\nu] = \text{м}^2/\text{с}, \quad [T_2 - T_1] = \text{град}, \quad [L] = \text{м},$$

$$[g] = \text{м}/\text{с}^2, \quad [\beta] = 1/\text{град}.$$

Из этих величин можно составить две независимые безразмерные комбинации. Обычно выбирают следующие:

$$Pr = \frac{\nu}{\chi}$$

и

$$Ra = \frac{g\beta L^3(T_2 - T_1)}{\nu\chi}.$$

Это так называемые число Прандтля Pr и число Рэлея Ra .

Число Прандтля зависит только от свойств вещества жидкости; число Рэлея является основной характеристикой конвекции как таковой.

Для двумерной конвекции критическое значение числа Рэлея $Ra_{кр} > 1708$. При $Ra > Ra_{кр}$ в жидкости возникает стационарное конвективное периодическое движение. Все пространство между граничными плоскостями разделяется на прилегающие друг к другу одинаковые ячейки-валы, в каждой из которых жидкость движется по замкнутым траекториям,

не перехода из одной ячейки в другую. Контуры этих ячеек на граничных плоскостях образуют некоторую решетку. Вводимое в рассмотрение волновое число $k_{кр}$ определяет периодичность решетки, но не ее симметрию.

Если граничные условия для конвекции таковы, что верхняя поверхность жидкости свободна, но поддерживается при постоянной температуре, то конвективное движение разбивается на отдельные «трехмерные» призматические области — ячейки Бенара; последние напоминают структуру пчелиных сот (см. фото-заставку к § 7).

При очень больших значениях числа Рэлея стационарная ламинарная конвекция становится неустойчивой, ячейки исчезают и возникает турбулентная конвекция.

В больших масштабах ячеистая структура конвекционных областей проявляется в гранулированной поверхности Солнца (см. фото-заставку к § 7). На солнечном диске насчитывается общее число гранул (ячеек) $\approx 2 \cdot 10^6$; оно несколько возрастает в период максимума солнечной активности. Средний диаметр гранул ≈ 700 км, а среднее время жизни около 8 минут. Скорости движения ионизованного газа в ячейках достигают значений $2 \div 3$ км/с.

Конвекционные движения являются тем механизмом, благодаря которому часть теплового потока, идущего из внутренних областей звезды, превращается в механическую и магнитную энергию. Так, источниками локальных магнитных полей могут быть плазменные турбулентные области, возникающие при нестационарной конвекции (явление так называемого «турбулентного динамо»; см. в дальнейшем § 19.2).

7.5. Течение Куэтта и тороидальные вихри Тейлора.

Фейнман о возможностях гидродинамического описания

Рассказывая о сложнейших задачах по исследованию неустойчивости течений жидкости в гидродинамике, Р. Фейнман в лекциях 1961–1963 гг. в Калифорнийском технологическом институте (Пасадена, США) в качестве примера рассмотрел так называемое течение Куэтта. Дело в том, что существуют такие стационарные течения жидкости, в которых, при достаточно больших числах Рейнольдса, первая потеря устойчивости ведет к возникновению также стационарного течения, но течения нового типа. Примером таких течений и является течение Куэтта (1890 г.). Это движение жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами.

Чтобы воспроизвести указанное течение, поступают следующим образом. Берут два цилиндра с прозрачными стенками, имеющих общую ось вращения, но могущих вращаться независимо друг от друга. В зазор между стенками цилиндров заливают масло и, чтобы структуру течения сделать видимой, к маслу добавляют мелкую алюминиевую пудру.

Эксперимент ставится так. Вначале медленно вращают или только внешний, или только внутренний цилиндр. В обоих случаях мы видим увлекаемый стенками цилиндра ламинарный поток жидкости. Если же вращать внутренний цилиндр (при неподвижном внешнем) со значи-

тельно большей угловой скоростью, то однородная поверхность потока жидкости разобьется на отдельные слои.

Более детальное исследование показало (Дж. Тейлор, 1924 г.), что эти слои представляют собой вращающиеся валы жидкости, замкнутые в кольцо — тороидальные вихри. При этом соседние слои-валы вращаются в противоположных направлениях. Если прибегнуть к наглядному образу, то наверное можно представить дело так: возьмите десяток баранок, нанизанных на палку, поставьте ее вертикально — это и будет напоминать структуру тороидальных слоев жидкости. Замкнутая кольцевая ось симметрии для тороидальных вихревых линий тока расположена внутри объема тора и совпадает с его геометрической осью симметрии.

При дальнейшем росте угловой скорости вращения внутреннего цилиндра, возникает новый режим обтекания: вдоль слоев-баранок бежит волна, при этом течение остается по-прежнему ламинарным. Если включить во вращение еще и внешний цилиндр (с противоположным направлением вращения), то вся картина течения частично разрушается и турбулизуется.

Анализируя такого рода картину, Фейнман говорил⁸⁾:

«Этот простой эксперимент показал нам много интересных режимов потока, совершенно отличных один от другого и все же содержащихся в уравнении движения вязкой жидкости при различных величинах одного единственного параметра Re . С помощью вращающихся цилиндров мы можем наблюдать многие эффекты, проявляющиеся в потоке, проходящем мимо цилиндра: во-первых, это стационарный поток, во-вторых, целый набор потоков, которые изменяются со временем, но регулярным гладким образом, и, наконец, поток становится полностью нерегулярным.

...В уравнении движения вязкой жидкости скрывается огромное разнообразие поведений. Все это решения одного и того же уравнения при различных значениях Re . У нас нет причин думать, что в этом уравнении мы потеряли какие-то слагаемые. Единственная трудность заключается в том, что нам сегодня не хватает математических знаний, чтобы проанализировать уравнение, за исключением очень малых чисел Рейнольдса, т. е. в случае очень вязкой жидкости. Написав уравнение, мы не отняли у потока жидкости ни его чарующей прелести, ни его таинственности, ни его поразительности.

Что ожидает нас в более сложных уравнениях, если даже в уравнении с одним-единственным параметром мы видим такое разнообразие возможностей! Вполне возможно, что основное уравнение, которое описывает завихрение туманностей, или образование вращений, или взрыв звезд и галактик, будет всего-навсего простым уравнением гидродинамики почти чистого водорода.

...Мы написали уравнения для течения воды. Но из нашего опыта у нас сложились какие-то понятия и приближения, пользуясь которыми, мы можем обсуждать разные решения — цепочку вихрей, турбулентный

⁸⁾ См.: Фейнмановские лекции по физике. Вып. 7. М.: Мир, 1966.

след, пограничный слой. Когда подобные уравнения встречаются нам в менее знакомой ситуации, где мы еще не можем экспериментировать, то мы пытаемся решать такие уравнения примитивным, извилистым и запутанным путем, стремясь определить, какие же качественные явления можно получить из него или какие новые качественные формы являются следствием этого уравнения. Гидродинамические уравнения для Солнца, например, представляющие его как водородный шар, описывают Солнце без солнечных пятен, без зернистой структуры его поверхности, без неровностей и короны. Тем не менее все это действительно находится в уравнениях, только у нас нет еще способа вытащить их оттуда.

... Грядущая великая эра пробуждения человеческого разума принесет с собой метод понимания качественного содержания уравнений. Сегодня еще мы не способны на это. Сегодня мы не можем увидеть в уравнениях потока воды такие вещи, как спиральное строение турбулентности, которую мы видим между вращающимися цилиндрами...»

7.6. Детерминированный хаос и турбулентность

Гидродинамические уравнения движения вязкой жидкости не содержат элементов случайного поведения. В результате каких же причин из неслучайного возникает случайное (мы имеем в виду турбулизацию потока жидкости при закритических значениях параметров системы)?

Рассматривая более общую ситуацию, зададим себе вопрос: каковы вообще источники случайного поведения? Броуновское движение взвешенных макрочастиц в среде (см. § 5.3) показывает, что ими являются большое число компонентов и чрезвычайная запутанность воздействий одних частей системы на другие. Такая точка зрения господствовала в науке почти все XX столетие, однако последние десятилетия привели к открытию так называемого детерминированного хаоса.

В рамках законов классической механики простые нелинейные системы с небольшим числом степеней свободы (даже для двух-трех) могут порождать случайное поведение. Как выяснилось, это связано, во-первых, с принципиальными квантово-механическими ограничениями на точность в определении начальных условий системы, и, во-вторых, с существованием режимов неустойчивости в самом движении системы, когда неопределенности нарастают экспоненциально!

В целях удобства дальнейшего изложения приведем необходимый словарь терминов.

Фазовое пространство (пространство состояний системы) — абстрактное пространство, компонентами которого служат параметры механического состояния системы. Так, координаты и составляющие импульса частицы будут изображаться точкой в 6-мерном фазовом пространстве.

Фазовая траектория — кривая в фазовом пространстве, описывающая изменение состояния механической системы со временем. Это геометрическая интерпретация эволюции состояния системы за какой-то конечный интервал времени.

Аттракторы — области фазового пространства, куда в конце концов, т. е. по прошествии достаточно большого времени, попадают фазовые траектории системы. Геометрическими образами так называемых предсказуемых аттракторов, когда движение системы устойчиво в течение всего времени движения, могут явиться: неподвижная точка (фокус), замкнутая кривая (предельный цикл), поверхность тора («бублик»).

Аттрактор хаотический — тип непредсказуемого аттрактора, отображающего движение системы в неустойчивом режиме. Геометрическая структура хаотических аттракторов весьма сложна и представима с помощью так называемых фракталов.

Хаос детерминированный — явление, присущее только нелинейным динамическим системам. Его суть в том, что благодаря неустойчивости близкие фазовые траектории экспоненциально расходятся со временем. Иными словами, малые возмущения начальных условий, приводят к сильному уходу фазовых траекторий от их невозмущенных значений. Конечность же фазового объема системы (в случае ее финитного, т. е. ограниченного в пространстве, движения) заставляет траектории перепутываться и чрезвычайно усложняться. Однако такой стохастический режим движения для динамической системы существует, как правило, лишь при значениях параметров системы, превосходящих некоторое критическое. Вне этой области значений параметров движение системы может быть регулярным (правильным). В этом случае близкие фазовые траектории остаются близкими при эволюции системы во времени.

Энтропия метрическая — мера хаоса в динамических системах. Она определяется средней скоростью «разбегания» фазовых траекторий в условиях неустойчивости движения.

Фракталы — геометрические (топологические) образы, хорошо приспособленные для наглядного качественного и количественного представления как структуры хаотических аттракторов, так и их бифуркаций. Представьте себе кривые, которые трудно отличимы от плоскости или поверхности, напоминающие тела, т. е. нечто, имеющее дробную размерность, — это и будет фрактальным образованием.

Отсутствие эффективных аналитических средств для исследований сложных нелинейных динамических задач делает фрактальный подход при их качественном рассмотрении весьма продуктивным. Здесь можно провести аналогию с графической диаграммной техникой, применяемой в квантовой теории поля и статистической физике, позволившей обойти ранее непреодолимые математические трудности.

Бифуркация — любая качественная или топологическая перестройка системы, происходящая при переходе параметра системы через критическое значение.

Турбулентность гидродинамическая — возникновение статистического поля скоростей в среде, вследствие развития неустойчивости. Механизм турбулизации состоит в следующем: имеется источник неустойчивости, приводящий к накачке энергии в крупномасштабные движения среды — вихри; нелинейность среды ведет к взаимодействию движений различных

масштабов, порождая дробление вихрей; наличие вязкости проявляется лишь в мелкомасштабном движении, что приводит к поглощению энергии движения и затуханию вихрей. В результате, в нерегулярном (хаотическом) движении среды будет существовать направленный поток энергий от крупных масштабов к мелким. Турбулентность нелинейного волнового поля — хаотизация фаз взаимодействующих волновых гармоник, приводящая к макроскопическому нерегулярному движению.

Турбулентность в нелинейной физике — возникновение хаотического движения из регулярного. Этот более широкий взгляд на понятие турбулентности, по сравнению с аналогичным понятием в гидродинамике, не предполагает наличие макропотоков энергии в системе. Примером могут служить структуры типа турбулентного кристалла.

Для иллюстрации приведенных положений используем картину двумерной тепловой конвекции Бенара—Рэлея. Ее изучение было нами начато в § 7.4. Продолжим количественное рассмотрение этой простой и в то же время теоретически важной задачи об устойчивости слоя жидкости между двумя неограниченными горизонтальными плоскостями, из которых верхняя поддерживается при более низкой температуре, чем нижняя. Эта задача впервые поставленная экспериментально Бенаром (1900 г.) и проанализированная теоретически (в линейном приближении) Рэлеем (1916 г.).

Система нелинейных гидродинамических уравнений для вязкой жидкости, участвующей в тепловой конвекции, должна включать уравнения движения Навье—Стокса, уравнение теплопередачи, а также уравнение непрерывности. Указанная система уравнений весьма сложна, и было затрачено немало усилий для того, чтобы найти их разумную нелинейную аппроксимацию. Таковой явилась единственная замкнутая система уравнений минимального порядка

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -\sigma X + \sigma Y, \\ \dot{Y} &= rX - Y - XZ, \\ \dot{Z} &= -bZ + XY,\end{aligned}$$

называемая системой Лоренца (Э. Лоренц, 1963 г.). В ней точка означает дифференцирование по безразмерному времени (включающему как само время t , так и коэффициент температуропроводности χ , геометрический параметр L задачи, безразмерное волновое число k возмущения); $\sigma = \nu/\chi \equiv Pr$ — число Прандтля; $r = Ra/\text{const}_{\text{кр}}(k^2)$, где Ra есть число Рэлея, а критическая $\text{const} = (27/4)\pi^4$ есть ее максимум при волновом числе возмущения $k = 1/\sqrt{2}$; $b = 4/(1 + k^2)$.

Что касается физического смысла переменных X , Y , Z , входящих в систему Лоренца, то он заключается в следующем: величина X пропорциональна скорости конвекции, Y — разности температур между восходящим и нисходящим потоками, Z пропорционально отклонению вертикального профиля температуры от линейного.

Для системы Лоренца фазовое пространство трехмерно (с осями X, Y, Z), что позволяет при компьютерном моделировании наглядно проследить за конвективными процессами на дисплее.

В системе Лоренца фазовый объем с течением времени стремится к нулю. При этом зависимость экспоненциальная с показателем равным $\sigma + b + 1$. Для фазовых траекторий, не выходящих из сжимающегося объема, существует некоторое предельное множество-аттрактор — с нулевым фазовым объемом, к которому «притягиваются» траектории при $t \rightarrow \infty$.

В зависимости от значений параметров аттрактор в системе Лоренца может быть предсказуемым (например, предельным циклом), а может быть и непредсказуемым (хаотическим). Хаотический аттрактор Лоренца возникает при $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$. Это слабый надкритический режим конвекции.

Как физически — совсем элементарно — можно осмыслить возникновение хаотического режима при конвекции? Представим себе «конвективную петлю» жидкости, заключенную в замкнутый канал, расположенный в вертикальной плоскости. Пусть при некоторой разности температур $\Delta T > \Delta T_{кр1}$ для нижней и верхней частей канала конвективный поток обходит канал по часовой стрелке. Однако, при значениях $\Delta T > \Delta T_{кр2} > \Delta T_{кр1}$ скорость течения конвективной петли может возрасти настолько, что опускающаяся, более холодная, часть жидкости не будет успевать прогреться у горячего основания канала. Соответственно, уменьшенная архимедова сила окажется недостаточной для преодоления сил вязкости и гравитации, чтобы вытолкнуть малопрогретый объем жидкости в верхнюю холодную часть канала. Тогда начнется движение жидкости в обратном направлении. Сделав ряд оборотов вдоль канала (уже против часовой стрелки) и ускорившись, конвективное течение жидкости может попасть в аналогичную вышеизложенной ситуации. Все повторится снова. Скорее всего, переходы в конвективном течении жидкости в направлениях по и против часовой стрелки будут происходить случайным нерегулярным образом.

Продолжим рассмотрение системы Лоренца и выясним, как возникает хаотический аттрактор. При $0 < r < 1$ решения системы устойчивы, и имеется единственный точечный аттрактор в начале координат $X = Y = Z = 0$. Ему соответствует процесс обычной стационарной теплопроводности.

Проникновение в область $r > 1$ сопровождается потерей устойчивости указанного точечного аттрактора и возникновением двух новых неподвижных точек (притягивающих центров) с координатами

$$\begin{aligned} X_{1,2} = Y_{1,2} &= \pm \sqrt{b(r-1)}, \\ Z_{1,2} &= r-1. \end{aligned}$$

Этому обстоятельству соответствует появление устойчивого конвективного движения. Число движений равно двум, так как для конвекции

есть только две возможности в выборе направления вращения внутри конвективных ячеек.

Далее, рассмотрим последовательность бифуркаций в модели Лоренца. При $r = 1$ (здесь число Рэлея равно своему критическому значению) происходит первая бифуркация. При $r > 1$ в фазовом пространстве появляются две спирали вокруг двух устойчивых центров, что соответствует, как отмечалось, стационарному режиму конвекции. Последующее возрастание r ведет к увеличению диаметра спиралей, и, наконец, обе спирали касаются друг друга.

Последняя из указанных бифуркаций вызывает появление ряда последующих, пока обе устойчивые притягивающие точки в центрах спиралей не превратятся в неустойчивые. Тогда приближение фазовой траектории к одной из них вызывает «отталкивание» траектории в направлении ко второй точке, которая также ее отталкивает. В фазовом пространстве возникнет случайное блуждание траектории между двумя неустойчивыми центрами. При этом сама траектория успевает совершить ряд оборотов вокруг каждого из центров. Так «рождается» хаотический аттрактор.

Система Лоренца зависит от двух безразмерных параметров — чисел Рэлея $R\alpha$ и Прандтля Pr . Число Рэлея, как уже отмечалось, отражает условия протекания конвекции, число же Прандтля характеризует свойства самой жидкости. На графической плоскости $(R\alpha, Pr)$, по-видимому, возможны различные последовательности бифуркаций, которые приводят в конце концов к полной турбулизации процесса конвекции. Другими словами, существует возможность построения некоторого «бифуркационного дерева» в плоскости параметров системы. Последнее означает, что ожидать существования универсального механизма возникновения турбулентности не приходится.

Сама система уравнений Лоренца, в силу ряда математических упрощений, слишком модельна. Однако экспериментальное изучение реальной конвекции Бенара—Рэлея в более сложных случаях, когда образуются правильные структуры и наблюдается их последующее разрушение и полная турбулизация, подтверждает вышеизложенные соображения.

Укажем имена первопроходцев в теории детерминированного хаоса. Из математиков — это Анри Пуанкаре, А. Н. Колмогоров и его ученики В. И. Арнольд, Я. Г. Синай; из отечественных физиков — это Н. С. Крылов, Б. В. Чириков, Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев и др. Классическая работа Э. Лоренца — американского геофизика, специалиста по метеорологии, была опубликована в 1963 г.



Подковообразные солитоны на тонкой пленке стекающей воды



Большое Красное пятно (КП) на Юпитере. Природа этого образования в атмосфере Юпитера — вихревой долгоживущий солитон.

Снимок «Вояджера-1» (1979)

§ 8. Волны на воде

8.1. То глубоко, то мелко...

Волны на воде нам знакомы с детства. Они привычны для нас и казалось бы являются простейшими образами волн. Однако, с точки зрения физики волн, они наиболее сложны среди волновых процессов. Их систематическое изучение началось около трехсот лет тому назад, но и до сих пор остается еще много невыясненных вопросов.

Любопытно то, что техника экспериментальных исследований волн на поверхности воды была всегда и остается до сих пор довольно простой. Это особенно бросается в глаза по сравнению с гигантскими и одновременно «чувствительнейшими» установками по изучению элементарных частиц, атомного ядра или термоядерной плазмы. Что же касается мате-

матики волн на поверхности воды, то она была сложна с самого начала исследований и продолжает усложняться и по сей день. Сегодня ее проблемы привлекают к себе внимание выдающихся математиков современности.

Практика, однако, требует решения задач, как бы сложны они ни были. Поэтому инженеры-исследователи и гидромеханики-теоретики, проводя сложнейшие расчеты, дополняют их моделированием в гидроканалах. На этом пути удается получать результаты в численном виде.

Такова общая ситуация, складывающаяся вокруг изучения поверхностных волн на воде. Чтобы перейти к ознакомлению с конкретным материалом, напомним ряд положений, связанных с волновым движением.

В средах с достаточной плотностью всякое возмущение не остается локализованным: благодаря взаимодействию между частицами, оно распространяется в виде волны вдоль всей среды. Волна это, собственно, эстафетная передача возмущения от одной частицы к другой.

В кристаллах существуют деформации сжатия (растяжения) и сдвига; они и выполняют роль возмущений. Соответственно двум видам деформаций, в кристаллах возможны упругие (звуковые) продольные волны и волны поперечные. Волнам поперечным сопоставляются деформации сдвига; здесь направление распространения волны и направление смещения частиц взаимно перпендикулярны. Продольным волнам сопоставляются деформации сжатия (и растяжения); соответственно направление смещения частиц и направление распространения волны совпадают (или противоположно).

В жидкостях упругие деформации сдвига отсутствуют. Это ведет, с одной стороны, к возникновению текучести и, с другой стороны, к существованию лишь упругих продольных волн (продольный звук).

Однако поверхность жидкости, в отличие от ее внутренних объемных участков, находится в особых условиях. На поверхность жидкости действует несколько сил: силы поверхностного натяжения и сила тяжести. Поверхностные волны, для формирования которых определяющей силой является сила тяжести, называют гравитационными. Если же для образования поверхностных волн существенны силы поверхностного натяжения, то такие волны именуют капиллярными. Мы не станем рассматривать критериев принадлежности поверхностных волн к тому или иному классу. Отметим лишь, что наше внимание привлекут только волны гравитационные⁹⁾.

Характер распространения гравитационных поверхностных волн зависит от условий их прохождения. О чем собственно идет речь? О соотношении между пространственными размерами самих волн и глубиной подстилающей донной поверхности. Размеры волн характеризуют длиной волны λ (см. ниже); глубину водоема условимся обозначать как d . Тогда при $d \sim \lambda$ условия прохождения волн именуют как глубокая вода, а при $d \sim \lambda/10$ как мелкая вода.

⁹⁾ Любители астрономии, конечно, слышали о волнах поля тяготения, также называемых гравитационными. Эти последние в данной книге рассматриваться не будут.

Волновое движение, связанное с гравитационной поверхностной волной, быстро затухает с глубиной. При этом характер движения частиц жидкости в волне различен для случаев глубокой и мелкой воды (см. рис. 8.1). В глубокой воде (рис. 8.1 а) частицы жидкости описывают почти окружности, при этом радиус их резко спадает до нуля на расстояниях от поверхности сравнимых с длиной волны. Вот почему подводный атомоход легко уходит от грозного шторма на море, погрузившись совсем на небольшую глубину, где царит практически покой.

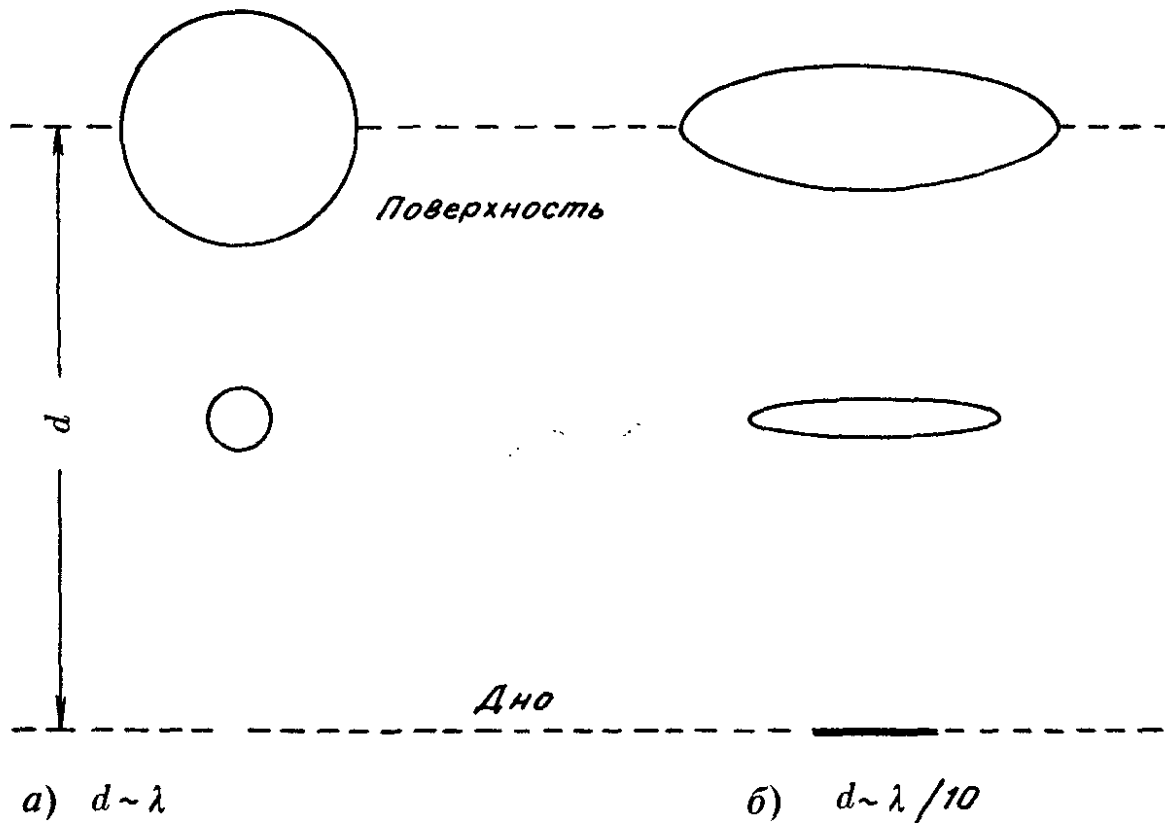


Рис. 8.1

В мелкой воде (рис. 8.1 б) частицы жидкости движутся по эллипсам, при этом большая ось эллипса с глубиной уменьшается незначительно, а размеры малой оси спадают резко; при распространении гравитационных поверхностных волн в мелкой воде приходят в движение и частицы на дне водоема, совершая одномерное колебательное движение.

8.2. Волновая азбука

Простейшим типом волн будет синусоидальная волна (см. рис. 8.2 а). Ее характеристиками являются (см. рис. 8.3): A — амплитуда, т. е. размах колебаний, ω — угловая частота, т. е. число циклов колебаний за 2π единиц времени (измеряется в радианах/с); φ — фаза, определяемая как угловое расстояние любой точки волны от нулевой точки (измеряется в радианах); иногда говорят о высоте волны $2A$.

В математике существует следующее положение: любая функция может быть представлена как наложение синусоид; если указанная функция периодическая, то набор синусоид дискретен, их частоты кратны друг

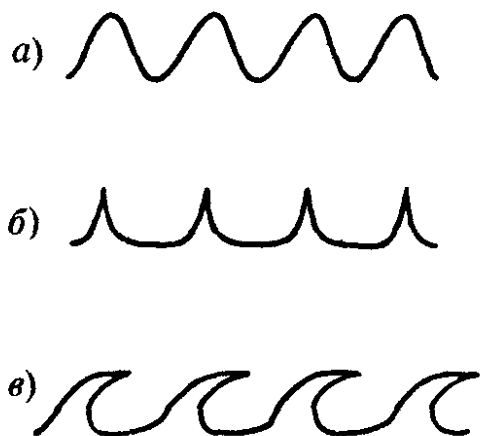


Рис. 8.2

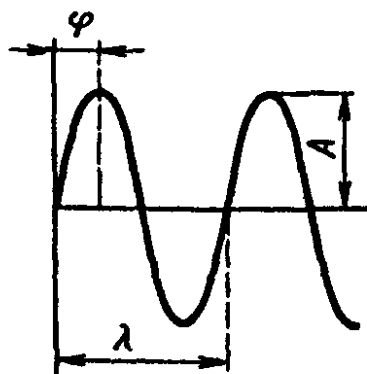


Рис. 8.3

другу; для функций непериодических разложение в частотный спектр имеет непрерывный характер, т. е. частоты могут быть любыми.

На рис. 8.4 представлена картина наложения двух синусоид с близкими частотами, ведущая к образованию волновых пакетов.

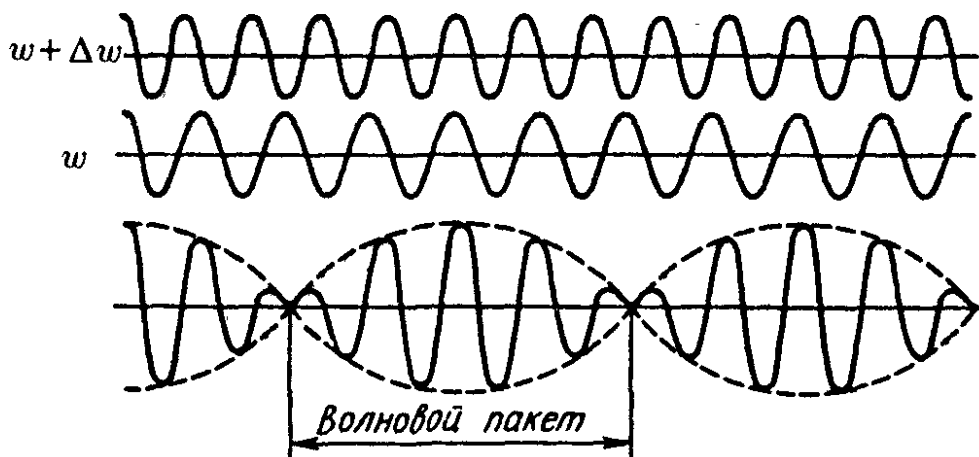


Рис. 8.4

Так как волна есть распространяющиеся в среде колебания, то характеристикой волн является также их скорость распространения. Зная частоту ω волны и скорость $c_{\text{ф}}$ распространения, вводят длину волны

$$\lambda = 2\pi \frac{c_{\text{ф}}}{\omega}.$$

В целом ряде сред скорость распространения зависит от длины волны; эту зависимость называют дисперсией. В таком случае необходимо различать фазовую $c_{\text{ф}}$ и групповую $c_{\text{гр}}$ скорости распространения волн. Особенно ясно их различие видно при распространении волнового локализованного пакета, состоящего из большого набора синусоид с очень близкими частотами. Тогда, вследствие дисперсии, сам волновой пакет будет расплываться (уширяться), ведь у его составляющих — отдельных синусоид — скорости несколько различны. Скорость перемещения «центра» волнового пакета будет групповой скоростью, она определяет скорость переноса энергии волной. Скорость распространения, например, одного из гребней пакета определяет фазовую скорость. Именно зависимость фазовой скорости от длины волны называют дисперсией.

За другим примером различия в фазовой и групповой скоростях при распространении волн обратимся к рис. 8.4, на котором даны две синусоиды с близкими частотами ω_1 и ω_2 и волновыми числами k_1 и k_2 . Волновое число k есть длина волнового вектора \vec{k} , совпадающего с направлением распространения волны, при этом

$$k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

т. е. волновое число показывает, на сколько меняется фаза с расстоянием (радиан/м). Фазовые скорости отдельных синусоидальных волн будут

$$c_{1\phi} = \frac{\omega_1}{k_1} \text{ и } c_{2\phi} = \frac{\omega_2}{k_2}.$$

Групповая скорость есть скорость модулированной волны, полученной путем сложения волн исходных

$$c_{\text{гр}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2},$$

или, в общем случае,

$$c_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Понятно, что бесконечная монохроматическая синусоидальная волна не способна сама по себе передать сигнал. Необходимо ее локальное искажение (модуляция); скорость передачи этого искажения сигнала дается групповой скоростью.

8.3. Пологие и крутые волны

Если синусоидальные волны, в разложении волны сложного вида, независимы, т. е. не влияют друг на друга при их распространении, то такие волновые процессы называются линейными. Однако далеко не всегда каждая волна распространяется так, как если бы других волн не существовало. Например, морские волны при подходе к берегу изменяют свою форму (см. рис. 8.2б, в). Это типично нелинейное поведение волн.

Указанная терминология связана с математическим видом уравнений, описывающих волновые процессы. Если амплитуды малы, то в уравнениях можно пренебречь членами содержащими квадраты, произведения и высшие степени амплитуд, и сами уравнения становятся линейными. Если же амплитуды не малы, то отмеченное упрощение будет невозможным и уравнения предстанут как нелинейные.

Количественным критерием линейности волн принимается условие

$$\left(\frac{2A}{\lambda}\right) \ll 1.$$

Так, у морских волн, вдали от берегов, высота волны меньше ее длины в десятки раз, т. е. линейными будут волны достаточно пологие.

Для нелинейных волн критерием является соответственно условие

$$\left(\frac{2A}{\lambda}\right) \sim 1.$$

Те же морские волны при подходе к берегу становятся высокими и крутыми; меняется их форма, возникает неустойчивость, и волна частично разрушается.

8.4. Солисты в волновом хоре

Для линейных пологих волн в среде имеют место обычные явления отражения, преломления, интерференции и дифракции. Для нелинейных крутых волн, которые не просто складываются, а и взаимодействуют между собой, наблюдается целый ряд специфических явлений.

Одно из них — так называемое самосжатие волновых пакетов. Простые периодические волны, напоминающие синусоидальные, но с слегка заостренными гребнями (см. рис. 8.2 б), оказываются неустойчивыми. Ровный строй таких волн не может долго сохранять свой порядок, а разбивается на отдельные волновые пакеты с пониженной амплитудой между пакетами и образуется волновая толча. Указанный эффект возникает в условиях, когда рассматриваемый слой жидкости над твердой поверхностью имеет размеры $d \sim \lambda$.

В тонких слоях жидкости, когда глубина твердой подстилающей поверхности $d \sim \lambda/10$, может возникать нелинейный эффект, связанный с образованием уединенной волны или солитона. Это одиночная солирующая волна имеет вид несинусоидального симметричного горба, сходящего на нет в обе стороны, без впадин на поверхности.

Солитон есть локализованный волновой пакет, составленный из гравитационных волн. Этот волновой пакет самоподдерживающийся. Здесь существует баланс между двумя конкурирующими тенденциями: волновой пакет стремится расплываться из-за дисперсии и испытывает самосжатие вследствие нелинейности. Встречаясь, солитоны проходят сквозь друг друга не разрушаясь.

Океанские цунами иногда формируются в виде солитона. За знаменитые ленинградские наводнения, по-видимому, также ответственны солитоны. Полагают, что Красное пятно в атмосфере планеты Юпитер представляет собой долгоживущий солитон.

В последние годы понятие солитона приобрело общефизическое значение. В трудноисследуемых областях нелинейной физики понятие солитона играет такую же роль, как и понятие осциллятора в линейной физике.

Тем читателям, которые проявят интерес к «Многоликим солитонам», автор может рекомендовать книгу того же названия, написанную А. Т. Филипповым и изданную в серии «Библиотечка “Квант”» в 1986 г.

8.5. Шторм на море остается загадкой

До сих пор мы говорили о регулярных волнах. Однако зачастую возникает ситуация, например шторм на море, когда реальная волна есть случайное

наложение элементарных волн разных длин, высот, фаз и направлений. В таких условиях, по «законам случая», возможно изредка возникновение особенно высоких волн («девятый вал»).

Статистика наблюдений ищет закономерности в случайном и лишь потом приходит понимание физической сущности происходящего. Как известно, в газе мириады молекул хаотически движутся в разных направлениях, с разной скоростью, однако средняя скорость движения молекул газа характеризуется вполне определенным значением и однозначно связана с такой характеристикой газа, как температура. Статистическая обработка результатов наблюдений за штормовыми волнами показывает, что существуют весьма четко выраженные закономерности, но их физика не ясна. Дело в том, что в отличие от простого индивидуального движения молекул, движение волн — явление коллективное: волна образуется, распространяется, эволюционирует, обладая большим разнообразием форм.

Плазма является объектом, в котором существенны коллективные эффекты. В плазме, благодаря дальнедействующему кулоновскому взаимодействию между составляющими ее ионами и электронами, легко возбуждаются волны всякого рода: гидродинамические, электромагнитные и т. д. Для сильно возбужденной плазмы, ее называют турбулентной, важны все те рассуждения, которые мы проводили для штормовых волн. Сама турбулентная плазма — это среда, образующая структуру звезд типа Солнца.

Примечательно, что академик Борис Борисович Кадомцев (1928–1998), специалист по физике плазмы и руководитель (с 1973 г.) российской программы по управляемому термоядерному синтезу на тороидальных установках (см. § 19.1), написал книгу о волнах на воде¹⁰⁾. Разумеется, мы горячо рекомендуем ее читателю.

8.6. Волны звука в океане

В 1912 г. произошла трагическая катастрофа на море. Крупнейший по тем временам пассажирский лайнер «Титаник», в условиях плохой видимости, столкнулся с айсбергом. Свыше полутора тысяч людей погибло.

Это потрясшее всех событие привело к интенсификации работ по теоретической и прикладной гидроакустике. Сама гидроакустика занимается изучением законов распространения звуковых волн в морской и океанской среде. При этом имеется в виду их использование с целью создания технических средств подводной локации (определение координат и параметров движения объектов), а также техники связи под водой.

Основная группа явлений, связанная с распространением звуковых волн в средах (отражение и преломление волн, их дифракция и интерференция), подобна аналогичным световым явлениям, изучаемым в школе. Здесь мы остановимся на некоторых особенностях распространения звуковых волн в морской среде.

¹⁰⁾ Б. Б. Кадомцев, В. И. Рыдник. Волны вокруг нас. М.: Знание, 1981.

В § 9 (см. формулу (9.8)) будет получено выражение для скорости звука в конденсированных средах. Оно имеет вид

$$c_s^2 = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_{s=\text{const}} \sim \frac{P}{\rho}. \quad (*)$$

Здесь индекс: «*s*» у c_s происходит от англ. *sonic* — звуковой; индекс «*s* = const» у производной учитывает изоэнтропийный процесс.

Исходя из этого выражения, проанализируем характер изменения скорости звука в океане с ростом глубины. Если брать некоторые усредненные климатические условия, то в поверхностных слоях температуры выше нежели в глубинах. Поскольку же в (*) плотность $\rho(T)$ есть убывающая функция температуры T , то скорость звука в поверхностных областях будет выше.

Выражение (*) показывает, что изменения в скорости звука будут формировать две тенденции: рост давления с глубиной и рост температуры с приближением к поверхностной области. С погружением температура падает — падает и скорость звука. Рост же давления, начиная с глубин вблизи 1 км вновь, приводит к возрастанию скорости звука. В результате для скорости звука будем иметь минимум на указанных глубинах.

Рассмотренное изменение скорости звука с глубиной приводит к любопытным явлениям в характере распространения звуковых волн в океане. Это нетрудно увидеть из закона преломления волн в среде:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_{s1}}{c_{s2}},$$

где θ_i и c_{si} — соответственно углы преломления и скорости волн в соседних участках неоднородной среды. Если $c_{s2} < c_{s1}$, то угол преломления θ_2 для звуковых лучей будет уменьшаться, а значит сами лучи будут искривляясь уходить от поверхности в глубину, образуя «звуковые тени» (зоны отсутствия слышимости). Так происходит в экваториальных областях океанских просторов. В холодных областях океанов скорость звука в поверхностном слое может возрастать с глубиной, и тогда $c_{s2} > c_{s1}$ и угол θ_2 увеличивается. Звуковые лучи, как говорят, будут испытывать рефракцию (непрерывное преломление). В данной случае их искривление приведет лучи к поверхности, от которой они отразятся и все повторится вновь. В итоге звуковая волна будет совершать «бег с препятствиями» вдоль поверхности.

На глубинах в окрестностях 1 км, где скорость звука достигает минимального значения, образуется подводный звуковой канал. Дело в том, что если источник звука находится на указанной глубине, то его звуковые лучи, испытывая рефракцию в областях с повышенной скоростью звука (а они расположены и выше и ниже), будут как бы «отражаться» от них и распространяться на очень далекие расстояния вдоль оси своеобразного волновода. Например, звуки взрыва небольших зарядов массой 1–2 кг, расположенных в волноводной зоне, могут быть зарегистрированы на расстояниях в сотни и тысячи километров.

8.7. Колебания заряженной капли или начало ядерной эры

Остановимся на поведении капель жидкости. При увеличении радиуса R капли ее объем V возрастает как R^3 , а площадь поверхности как R^2 . В процессе слияния двух капель в одну объем конечной капли будет суммироваться из объемов отдельных капель (ведь жидкость практически несжимаема); поверхность же конечной капли станет меньше суммы поверхностей исходных капель. В результате, «свободная энергия», связанная с поверхностью, уменьшится, и сам процесс слияния будет термодинамически выгоден.

Пусть теперь капля электрически заряжена. Рассмотрим условие ее устойчивости по отношению к распаду на капли более мелкие. Если капля несет заряд q , то сила, разрывающая каплю, будет $F_E \simeq q^2/(4\pi\epsilon_0 R^2)$, а разрывающее давление $P_E \simeq F_E/(4\pi R^2) \simeq q^2/(16\pi^2\epsilon_0 R^4)$; здесь всюду ϵ_0 — электрическая постоянная (в СИ). Силы же поверхностного натяжения создают давление, стягивающее каплю, а именно $P_{\text{пов}} = 2\alpha/R$, где α — коэффициент поверхностного натяжения. В итоге границей устойчивости капли по отношению к распаду будет $P_E \simeq P_{\text{пов}}$, или

$$\frac{q^2}{(4\pi)^2\epsilon_0 R^4} \simeq \frac{2\alpha}{R}. \quad (*)$$

Сделаем оценку величины заряда водяной капли с размерами $R = 10^{-3}$ м, при котором капля теряет устойчивость и распадается на более мелкие. Для воды $\alpha \approx 7 \cdot 10^{-2}$ Н/м, тогда из (*) имеем

$$q = \sqrt{32\pi^2\epsilon_0\alpha R^3} \sim 10^{10} e,$$

где e — заряд электрона.

Много это или мало? Естественно, для этого нужно сравнить заряд капли и число молекул N в ней. Последнее найдется из соотношения

$$N = \frac{\rho V}{m_{\text{молекула воды}}} = \frac{10^3 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (10^{-3})^3}{18 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27}} \sim 10^{20}.$$

В итоге доля нескомпенсированного заряда в капле

$$\frac{q}{N} \sim \frac{10^{10}}{10^{20}} \sim 10^{-10}.$$

Обратимся к процессу деления тяжелых атомных ядер. Вещество тяжелых ядер можно рассматривать как нуклонную жидкость¹¹⁾, а само ядро как каплю такой жидкости. Возьмем изотоп фермия ${}_{100}^{256}\text{Fm}$; его ядра самопроизвольно делятся с периодом полураспада 3,2 часа. Последнее означает, что через три с лишним часа от взятого количества ядер остается примерно половина. Таким образом, ядро фермия практически находится на границе устойчивости.

¹¹⁾ Аргументацию см. ниже.

Ядро фермия имеет радиус $R \simeq 10^{-14}$ м, его электрический заряд $q = 100e$. Применяя формулу (*), найдем порядок величины коэффициента поверхностного натяжения ядерного вещества

$$\alpha \simeq \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^3} \approx \frac{(100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})^2}{32\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{-12} (10^{-14})^3} \frac{\text{Н}}{\text{м}} \approx 10^{17} \text{ Н/м.}$$

Для сравнения приведем значения α для обычного вещества: жидкий гелий $2,4 \cdot 10^{-4}$ Н/м, керосин $2,4 \cdot 10^{-2}$, вода $7,2 \cdot 10^{-2}$, жидкая ртуть $0,55$, жидкая платина $1,82$.

Был проведен интересный опыт (см. рис. 8.5). К капле воды, взвешенной в масле, приложен начальный электрический импульс напряжения. Две серии снимков демонстрируют последовательную деформацию свободной капли при различной степени возбуждения. В случае деления капли выделяется тепло.

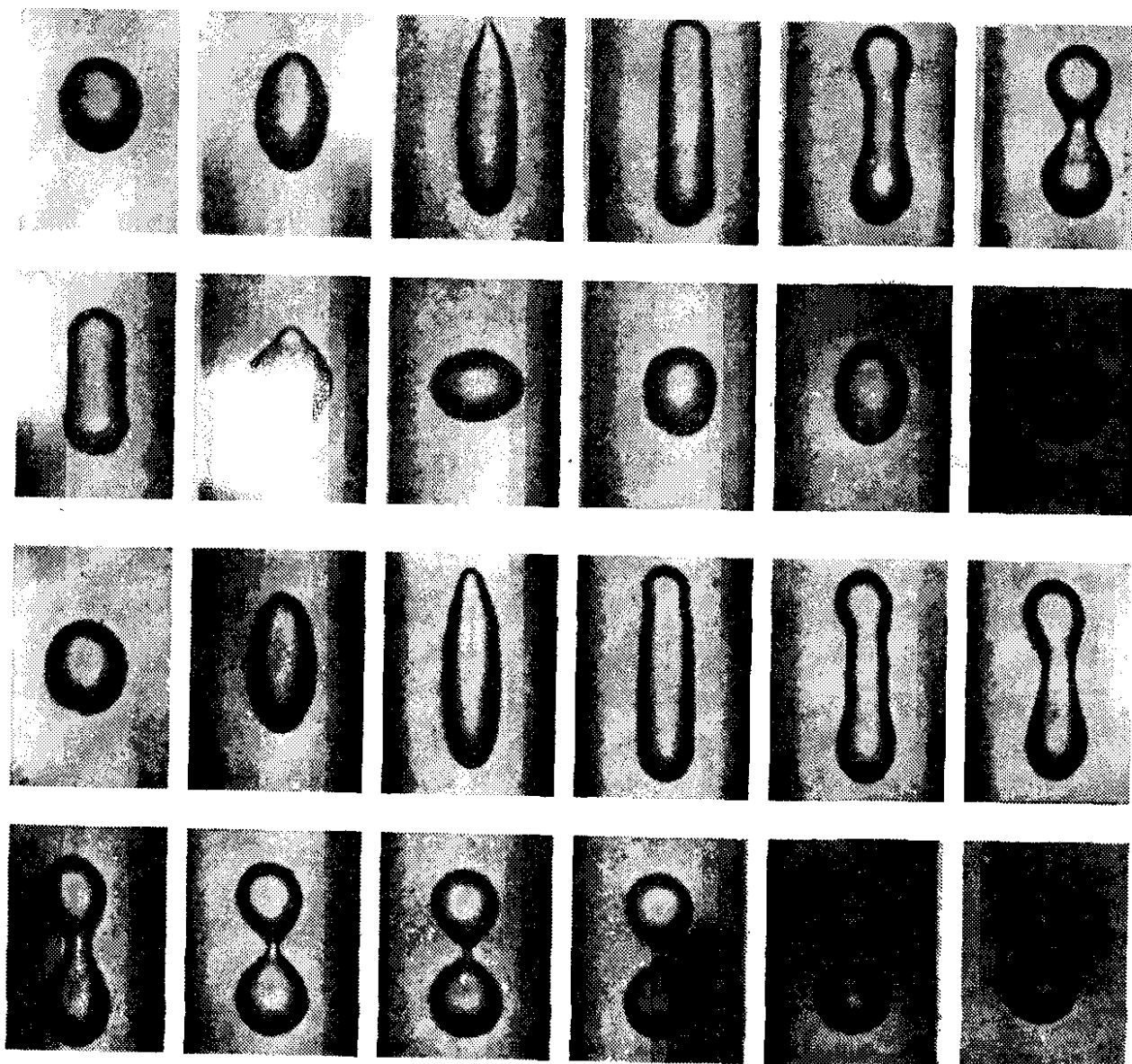


Рис. 8.5

Это явление хорошо передает суть процесса деления тяжелых атомных ядер. Несомненно, что оно лишь аналогия, ибо в ядерном веществе действуют квантовые и релятивистские закономерности.

Из хода указанного эксперимента, видно, что мгновенно поляризованная во внешнем электрическом поле капля, совершала свободные колебания, связанные с деформацией ее объема. Тяжелые атомные ядра также способны совершать деформационные колебания.

Чтобы оценить период колебаний ядер, воспользуемся методом анализа размерностей. Соображениями размерностей мы уже неоднократно пользовались выше, в частности, рассматривая столь важные в гидродинамике методы подобия (см., например, § 6.1, 7.4). Кратко изложим здесь некоторые общие правила и положения, касающиеся анализа размерностей.

Понятие размерности вводится после того как выбраны основные физические величины и установлены единицы для их измерения. В системе единиц СИ за основные механические величины приняты расстояние в пространстве, промежутки времени и масса. Единицами соответствующих величин являются метр [м], секунда [с], килограмм [кг]. Выражение единиц измерения произвольной физической величины через единицы измерения основных величин называется ее размерностью.

Существует ряд очевидных положений относящихся к понятию размерностей:

1. Величины с разными размерностями не могут складываться. Так, величина с размерностью [м/с + кг], конечно, существовать не может.
2. Размерности обеих частей равенства, выражающего собой некоторую физическую закономерность, должны быть одинаковы.
3. Размерность произвольной физической величины может быть лишь произведением степеней размерностей основных величин.

Нахождение связей между величинами, используя лишь соображения размерностей, т. е. указанных общих положений, составляет суть метода анализа размерностей. Этот метод поначалу производит впечатление «чуда», позволяя получать «все из ничего». В дальнейшем, по мере приобретения навыков, это впечатление должно смениться пониманием того, что уже на самой первой стадии применения этого метода — при выписывании системы определяющих явление параметров — мы должны четко представлять себе саму физику явления.

Заметим, что соображения размерностей позволяют делать лишь оценки входящих в задачу параметров, т. е. находить их порядок величины. Напомним, что параметры считаются отличающимися по порядку величины, если их отношение больше 10.

В методе анализа размерностей имеются ограничения на однозначность получаемых результатов. Так, для того, чтобы комбинация рассматриваемых физически связанных параметров была единственной, необходимо соблюдение равенства

$$N - K = 1.$$

Здесь N — общее число параметров в задаче, K — число основных физических величин в используемой системе единиц (мы рассматриваем в основном механические задачи, поэтому $K = 3$).

Анализ размерностей не может дать зависимостей типа синуса или логарифма. Он также мало пригоден в случаях, когда какая-либо величина состоит из двух слагаемых разной природы, но имеющих одинаковый порядок.

Теперь оценим период колебаний ядер. Сделаем это, используя соображения размерности. Пусть равновесная форма нуклонной капли сферическая, тогда отклонения от нее можно представить как сжатый и вытянутый эллипсоиды (см. рис. 8.5). Свободные колебания возбужденного ядра пусть будут происходить лишь под влиянием поверхностного натяжения¹²⁾. В результате период колебаний T может зависеть только от поверхностного натяжения α , плотности ρ и размеров R .

Далее действуем согласно указанным общим положениям. Составляем единственную комбинацию искомой и рассматриваемых величин

$$T \sim \rho^x R^y \alpha^z,$$

где x , y , z — неизвестные числа. Для их нахождения выписываем размерности входящих параметров

$$c = (\text{кг} \cdot \text{м}^{-3})^x (\text{м})^y (\text{кг} \cdot \text{с}^{-2})^z = \text{кг}^{x+z} \text{м}^{-3x+y} \text{с}^{-2z}.$$

Сравнивая показатели степеней левой и правой частей, получим

$$\left. \begin{array}{l} x + z = 0 \\ -3x + y = 0 \\ -2z = 1 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}, z = -\frac{1}{2}.$$

В результате

$$T \sim \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)^{1/2} R^{3/2}. \quad (**)$$

Для нуклонной капли-ядра входящие в (**) величины имеют значения $\rho \sim 10^{17} \text{ кг/м}^3$, $R \simeq 10^{-14} \text{ м}$, $\alpha \sim 10^{17} \text{ Н/м}$. Тогда для периода колебаний ядра получим $T \sim 10^{-21} \text{ с}$. Соответственно частота колебаний

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \sim \frac{1}{T} \sim 10^{21} \text{ с}^{-1} \text{ } ^{13)}.$$

Капельная модель ядра и теория деления тяжелых атомных ядер развивались Нильсом Бором (совместно с Дж. Уилером) и независимо от них нашим соотечественником Яковом Ильичем Френкелем.

Что лежало в основе аналогии между обычной жидкостью и атомным ядром как системой нуклонов? Во-первых, само рассмотрение системы нуклонов как ядерного вещества возможно лишь для тяжелых ядер, содержащих сотни нуклонов. Во-вторых, в характере взаимодействия частиц

¹²⁾ Ради простоты мы не станем учитывать заряд ядра. Как показывает точный расчет, это не скажется на порядке величины периода колебаний ядра.

¹³⁾ Заметим, что возбужденные ядра с энергией 10 МэВ излучают γ -кванты, имеющие частоты порядка 10^{21} Гц .

в обычной жидкости и нуклонов в ядре есть нечто общее. Действительно, в нормальной атомной жидкости действуют быстро спадающие с расстоянием ван-дер-ваальсовы силы притяжения. Благодаря этому, каждый атом может собрать вокруг себя лишь несколько соседних атомов, и в этом смысле ван-дер-ваальсовы силы обладают свойством насыщения. В ядре нуклоны связаны мощными короткодействующими силами, которые также обладают свойством насыщения. Хотя ван-дер-ваальсовы силы имеют электромагнитное происхождение, а ядерные силы — силы иной природы, аналогия между ними очевидна. В-третьих, существует эмпирический факт: объемы ядер пропорциональны их массе; последнее означает, что ядерное вещество, как и обычная жидкость, имеет постоянную плотность, не зависящую от размеров ядер.

Таким образом, различие между атомной жидкостью и нуклонной ядерной жидкостью в значительной степени количественное. В результате, аналогия между обеими жидкостями правомерна и глубока. Однако нужно помнить, что любая аналогия ограничена; так, например, ядерная капля электрически заряжена, в отличие, скажем, от капли воды.

Капельная модель ядра была предложена более полувека тому назад (в 1939 г.), и с тех пор получила дальнейшее развитие и обоснование.

Нельзя не остановиться на том драматическом периоде истории, когда возникла капельная модель ядра. Вот лишь ее основные вехи:

6 января 1939 г. Берлин. Публикация статьи Отто Гана и Ф. Штрассмана об экспериментальном открытии деления ядер урана под действием нейтронов.

16 января. Копенгаген. Из института Бора отправляется в печать теоретическая заметка Лизы Мейтнер (бежавшей из гитлеровской Германии в Швецию) и Отто Фриша о механизме деления ядер урана.

27 января. Вашингтон. На теоретической конференции Бор делает сообщение о работах Гана—Штрассмана и Мейтнер—Фриша.

28 января. Вашингтон. Ферми уже на следующий день конференции сообщает об экспериментальном подтверждении результатов Гана—Штрассмана.

5 февраля. Принстон (США). Бор в присутствии Уилера, Розенфельда, Плачека и Бете высказывает мысль о капельном механизме деления ядра урана. Прямо у доски с помощью числовых оценок выясняется роль изотопа уран-235.

2 августа. Принстон. Альберт Эйнштейн пишет письмо президенту США Ф. Д. Рузвельту. В письме говорится о возможности осуществления цепных ядерных реакций в большой массе урана. О том, что это новое явление может привести к созданию ядерного оружия небывалой силы. О том, что гитлеровская Германия прекратила продажу урана из захваченных ею чехословацких рудников.

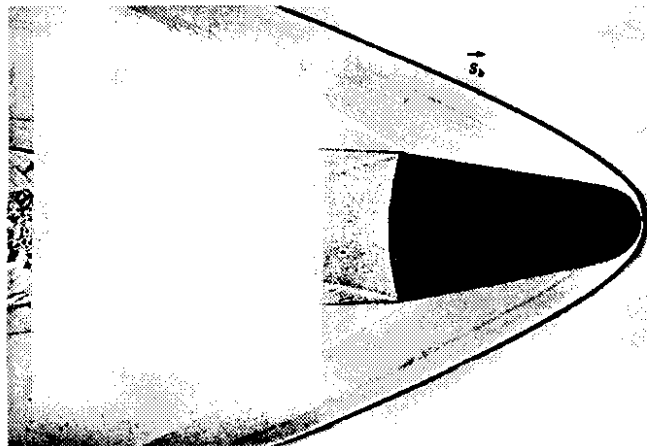
1 сентября 1939 г. германские войска вторглись в Польшу.

Сверхзвуковое движение тела в атмосфере

Теневая фотография тупого стального конуса (угол при вершине 20°), летящего со скоростью, соответствующей числу Маха $Ma = 3,4$ в воздухе, при давлении $0,2$ МПа в аэробаллистической установке (см. § 14.2). Повышенное давление в установке позволяет получить превосходные фотографии головной ударной волны S_b , волны расширения E , хвостовой ударной волны S_t , турбулентного следа T и звуковых волн W , обусловленных турбулентностью.

На ударных поверхностях разрыва испытывают скачок значения плотности среды, ее давления и скорости. Существование поверхностей разрыва в непрерывном потоке — главная особенность сверхзвуковых течений.

Природа образования поверхностей разрыва — ударных волн — будет рассмотрена в § 11



§ 9. Сверхзвуковые потоки газа

9.1. Уравнение Бернулли и термодинамика

До сих пор нами рассматривались движения жидкостей и газов со скоростями много меньшими скорости распространения звука в среде. Описание таких дозвуковых течений может основываться только на законах классической механики. Однако при скоростях движения близких к звуковым (практически, с такими движениями имеют дело в газах), необходим учет сжимаемости среды (см. в дальнейшем). В этом случае, для формулирования уравнений движения законов механики оказывается недостаточно. Наряду с ними требуется привлечение термодинамических закономерностей.

В рамках механики уравнение Бернулли имело вид

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} = \text{const.} \quad (9.1)$$

Для учета сжимаемости среды в левую часть (9.1) следует добавить внутреннюю энергию единичной массы ϵ . В итоге получим

$$\frac{v^2}{2} + \frac{P}{\rho} + \epsilon = \text{const}; \quad (9.2)$$

здесь ρ уже не постоянно.

Уравнению (9.2) можно придать несколько иную форму, если ввести тепловую функцию единицы массы

$$w = \varepsilon + P/\rho. \quad (9.3)$$

Тогда (9.2) запишется как

$$\frac{v^2}{2} + w = \text{const.} \quad (9.4)$$

Это уравнение будем называть обобщенным уравнением Бернулли.

9.2. Когда среда становится сжимаемой?

Рассмотрим задачу о натекании потока на некоторое тело. Пусть у жидкой частицы (мы берем трубку тока) на значительном расстоянии перед телом тепловая функция есть w_0 , а скорость v_0 . Мы выбираем такую трубку тока, в которой жидкая частица, натываясь на тело, полностью теряет скорость: $v = 0$ и имеет тепловую функцию w . В результате, применяя (9.4), получим соотношение, которым будет описываться течение

$$\frac{v_0^2}{2} + w_0 = w. \quad (9.5)$$

Пусть это стационарное течение адиабатическое (изоэнтропическое), тогда $ds = 0$, где s — энтропия единицы массы. Из термодинамического соотношения

$$dw = T ds + \frac{1}{\rho} dP$$

имеем для таких течений связь

$$dw = \frac{1}{\rho} dP. \quad (9.6)$$

Применительно к рассматриваемой задаче (9.6) запишется

$$w - w_0 = \frac{1}{\rho_0} (P - P_0) \equiv \frac{\Delta P}{\rho_0} = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_s \frac{\Delta \rho}{\rho_0};$$

мы полагаем, что в потоке жидкости или газа

$$P - P_0 \equiv \Delta P \ll P_0.$$

В результате (9.5) примет вид

$$\frac{v_0^2}{2} = \left(\frac{dP}{d\rho} \right) \frac{\Delta \rho}{\rho_0}. \quad (9.7)$$

Из (9.7) видно, что величина $dP/d\rho$ имеет размерность квадрата скорости и связана с сжимаемостью вещества

$$\frac{d\rho}{dP} = \frac{1}{\left(\frac{dP}{d\rho} \right)}, \quad (*)$$

т. е. с его способностью изменять плотность при изменении давления. Ясно, что сжимаемость связана с величиной межатомных (или межмолекулярных) взаимодействий. В жидкостях указанные взаимодействия велики и сколько-нибудь заметные изменения расстояний между атомами (или молекулами) требуют больших силовых внешних воздействий. Так, чтобы изменить плотность воды всего на 5 %, необходимо внешнее давление в 10^3 атм, для жидкой ртути — 10^4 атм. Для изменения же плотности воздуха в том же отношении требуется давление всего в 1,05 атм.

Всякое малое изменение давления в небольшой области среды, ведущее к изменению ее плотности, не остается локализованным. Благодаря межмолекулярным взаимодействиям, это возмущение среды, в виде волны попеременных сжатий и разрежений, распространяется вдоль среды. Это так называемые звуковые волны, их скорость распространения дается вышеуказанной связью

$$c_s^2 = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_s^{14).} \quad (9.8)$$

Возвращаясь к формуле (9.7), перепишем ее в виде

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{c_s^2} \ll 1.$$

В результате, при движении газа или жидкости можно пренебречь их сжимаемостью при скоростях течения, много меньших скорости звука в среде. Изменение плотности среды будет существенно при околосвуковых и сверхзвуковых движениях тел в среде.

Приведем значения скоростей звука в различных средах. В воздухе при нормальных условиях она равна 330 м/с, в воде 1450 м/с, в твердом железе 6 км/с, в ядерном веществе 0,1 ÷ 0,2 от скорости света.

9.3. То широко, то узко...

Рассмотрим течение в трубе с переменным сечением. Сами условия течения будут следующими: газ изоэнтропически движется по трубе медленно изменяющегося сечения. Скорость потока характеризуем средним значением по сечению. Течение стационарно.

В этом случае удобно исходить из закона сохранения потока массы

$$\rho v S = \text{const}, \quad (9.9)$$

где S — площадь поперечного сечения канала. Поскольку здесь порознь будут меняться все величины, возьмем логарифм от (9.9) и продифференцируем, тогда получим

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{dS}{S} = 0. \quad (9.10)$$

¹⁴⁾ Ряд пояснений к формуле (9.8) дан в Приложении к § 21.

Принимаем, что энтропия $s = \text{const}$ для всех частей потока. Первое слагаемое в (9.10) преобразуем так

$$\frac{d\rho}{\rho} = \left(\frac{d\rho}{dP} \right)_s \frac{dP}{\rho} = \frac{dw}{c_s^2}. \quad (9.11)$$

Здесь использованы формулы (9.6), (*) и (9.8). Согласно же обобщенному уравнению Бернулли (9.4),

$$dw = -v dv. \quad (9.12)$$

Подставим (9.11) и (9.12) в (9.10), тогда получим окончательное соотношение

$$\frac{dv}{v} \left(1 - \frac{v^2}{c_s^2} \right) = -\frac{dS}{S}. \quad (9.13)$$

Произведем анализ полученной связи (9.13)

1) Дозвуковое течение ($v < c_s$), тогда $\left(1 - \frac{v^2}{c_s^2} \right) > 0$;

а) труба сужающаяся, т. е. $dS < 0$, в этом случае $dv > 0$, в результате скорость течения возрастает.

б) в расширяющейся трубе дозвуковое течение замедляется.

2) Сверхзвуковое течение ($v > c_s$), тогда $\left(1 - \frac{v^2}{c_s^2} \right) < 0$;

а) труба сужающаяся, т. е. $dS < 0$, в итоге $dv < 0$; другими словами, скорость течения падает.

б) труба расширяющаяся, а это означает, что при $dS > 0$, изменение скорости $dv > 0$, т. е. поток ускоряется.

Отличие дозвуковых и сверхзвуковых течений газа в рассмотренном случае канала с переменным сечением особенно хорошо видно.

9.4. Сопло Лавала

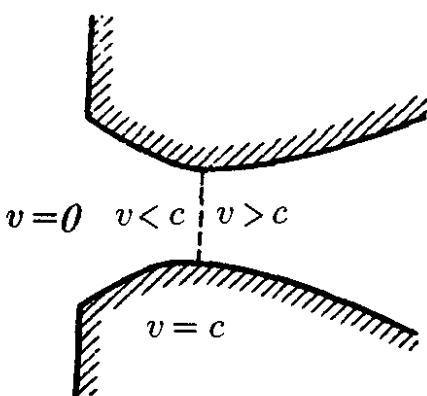


Рис. 9.1

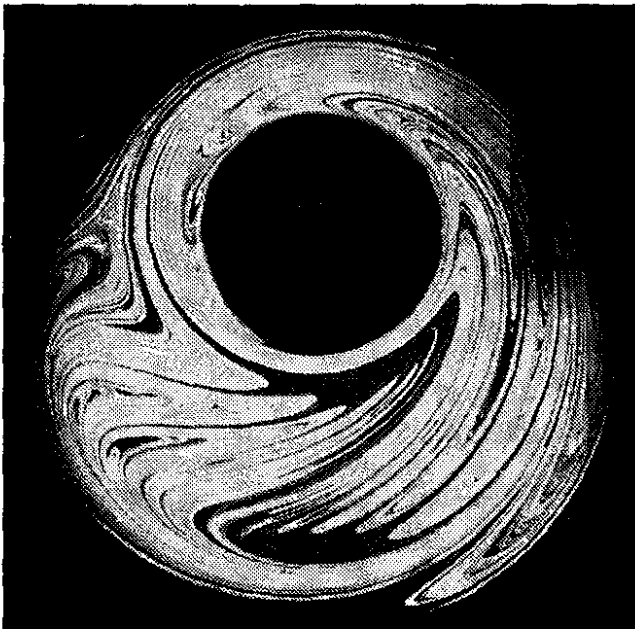
Газ, покоящийся в камере сгорания, через насадок-сопло вытекает в атмосферу (см. рис. 9.1).

Согласно (9.13), скорость течения может достигнуть звуковой $v = c_s$, лишь в самом узком месте сопла, т. е. при $dS = 0$. В расширяющейся части сопла поток будет уже сверхзвуковым.

Полученные результаты физически можно осмыслить так. В камере сгорания создается достаточно высокое давление. Это давление должно быть выше внешнего настолько, чтобы устремившийся в сопло поток газа мог достичь

звуковой скорости в самом узком месте сопла. При этом, естественно, давление в струе непрерывно падает. В расширяющейся части сопла дальнейшее ускорение потока происходит за счет внутренней энергии газа, и его температура стремительно падает. Таким образом, формирование сверхзвуковой струи произошло за счет повышенного давления и за счет внутренней тепловой энергии самой струи.

Именно такого рода сопла применяются в ракетных двигателях а также в авиационных воздушно-реактивных двигателях.



Вязкий поток в зазоре между двумя эксцентрически расположенными цилиндрами, вращающимися в противоположных направлениях. Происходила периодическая смена направлений вращения обоих цилиндров. Визуализация сложной структуры потока достигалась путем введения в вязкую жидкость (глицерин) капли флуоресцирующего вещества. На изображении хорошо видна вытянуто-складчатая структура хаотического потока

§ 10. Гидродинамика и физико-химические процессы

10.1. Вводные замечания

Процесс горения известен людям с древнейших времен, он явился одной из основ развития человека как разумного существа. Несомненно, что огонь был привнесен в быт людей случайным образом. Удар молнии, пожар в лесу, обгоревшая туша зверя и вкус его мяса — вот нехитрая цепочка событий. К тому же огонь — источник тепла в пещере. Это почти комфортные условия для первобытной семьи.

Горение, с точки зрения постороннего наблюдателя, процесс стихийный. Безответственное обращение с огнем ведет к большим бедам. Однако аккуратное и грамотное его использование дает благо.

Горение — сложнейший физико-химический процесс. Его последовательное изучение началось с рождением химии как науки. Уже Майкл Фарадей в своих рождественских лекциях для молодежи воссоздавал захватывающую «Историю свечи»¹⁵⁾.

В XX столетии были созданы «пламенные» газодинамические двигатели. С их помощью авиаторы преодолели «звуковой барьер» и достигли сверхзвуковых скоростей полета. Поистине «огневые» двигатели мощных ракет-носителей вывели человека в Космос.

Созданию такого рода газодинамических двигателей предшествовало глубокое исследование процессов горения химических топлив в условиях существования интенсивных течений в камерах и каналах этих двигателей. Указанным вопросам будет посвящен материал § 10.2.

¹⁵⁾ См.: М. Фарадей. История свечи. М.: Наука, 1980. (Библиотечка «Квант». Вып. 2.)

Другим замечательным детищем XX столетия явился лазер. Диапазон использования лазерных пучков чрезвычайно широк — от голографии до попыток создания импульсного термоядерного реактора, от тончайшего бескровного инструмента глазной хирургии до разработок средств космической связи.

По методам возбуждения активной среды, способной к накоплению энергии и, затем, к мгновенному ее освобождению в виде излучения, лазеры подразделяются на оптические, химические, газоразрядные, газодинамические и др.

Одними из самых мощных лазеров непрерывного действия являются газодинамические лазеры. Такого рода лазерами наверное можно поражать космические цели с поверхности Земли. Несомненно здесь возникнет много проблем, связанных с распространением излучения в атмосфере.

В нашей стране газодинамические лазеры были предложены и построены Нобелевским лауреатом академиком А. М. Прохоровым. Это один из тех физиков, которым человечество обязано изобретением источников интенсивного когерентного излучения (мазеров и лазеров).

Газодинамическим лазерам посвящен § 10.3.

10.2. Газовый поток и горение

Простейшей химической реакцией горения, и в то же время наиболее приемлемой со многих точек зрения, является реакция между молекулярными водородом и кислородом. В результате этой реакции образуются водяные пары, а количество выделяемой энергии является одним из наибольших в ряду химических реакций горения.

Тепловой эффект реакции горения водород — кислород в камерах сгорания и каналах ракетных двигателей (РД) зависит от параметров газового потока. Вначале обратимся к рассмотрению процессов горения с физико-химической точки зрения.

Рассмотрим газовую смесь, компоненты которой могут вступить в химическую реакцию. Пусть давление и температура смеси близки к нормальным. Тогда в 1 см^3 смеси находится $2,7 \cdot 10^{19}$ молекул. В течение 1 секунды среднее число столкновений каждой из молекул с другими порядка 10^9 (оценку см. в § 5.1). Какая доля из этих столкновений может привести к реакции? Оказывается весьма и весьма малая.

Чтобы молекула вступила, например, в соединение с другой, она должна быть, как говорят химики, активирована. На физическом языке это означает, что молекула находится в некотором возбужденном состоянии, которому соответствует относительно высокое значение энергии. Размеры молекулы в таком состоянии значительно возрастают и связь между ее атомами существенно ослаблена. При этом для осуществимости реакции столкновение, по крайней мере, должно быть тройным: одна возбужденная молекула, вторая молекула, обладающая значительной кинетической энергией и способная преодолеть активационный барьер,

и третья частица, берущая на себя избыток энергии, освобождающийся при образовании молекулы нового вещества.

Доля быстрых молекул зависит от температуры, согласно распределению Максвелла, по экспоненциальному закону. Поэтому скорость химической реакции как функция температуры в основном определяется множителем

$$e^{-E_A/kT}, \quad (10.1)$$

где E_A — энергия активации, k — постоянная Больцмана, равная $1,4 \cdot 10^{-16}$ эрг/град. Величина E_A имеет характерное значение порядка 2 эВ или соответствие в градусах 23 200 К¹⁶⁾. Для температур около 300 К, экспонента примет значение e^{-80} , или 10^{-33} . Полученная оценка означает, что за рассматриваемый промежуток времени, доля времени, приходящаяся на реакцию, составит $1/10^{33}$ часть.

Теперь вернемся к началу параграфа и оценим скорость химической реакции в газовой смеси двух веществ при нормальных условиях. В 1 см^3 газовой смеси из полного числа столкновений молекул, эффективными в смысле реакции будут только

$$2,7 \cdot 10^{19} \cdot 10^9 \cdot 10^{-33} = 2,7 \cdot 10^{-5}$$

столкновений в секунду, или 3 столкновения в сутки.

Если температуру смеси повысить до 1800 К, то экспонента в (10.1) увеличится до $10^{-5,5}$, а молекула химически прореагирует за время $10^{-4} \div 10^{-5}$ с. Именно таковы скорости химических реакций в камерах и каналах РД.

Мы видим, насколько существенно воздействие температуры на скорость реакций, давление среды также оказывает влияние на ход химических процессов. Но обе величины — температура T и давление P — принимают различные значения вдоль меняющихся сечений каналов РД, а значит, будут изменяться и скорости химических реакций по течению газовых струй. В результате, мы приходим к выводу, что для последовательного рассмотрения процессов горения необходимо привлекать не только законы химической кинетики, но и законы газовой динамики.

Время нахождения частиц среды в камерах и каналах РД порядка 10^{-3} с. Эта оценка следует из простейших геометрических соображений и средней скорости газовой среды. Времена химических процессов, как уже отмечалось, порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ с. Отсюда вывод: среда в целом является неравновесной, однако каждая малая локальная область ее будет характеризоваться своими значениями P , T и равновесным химическим составом (см. § 1).

Рассмотрим жидкое ракетное топливо водород-кислород. В результате реакции горения



16) $\frac{1 \text{ эВ}}{k} = \frac{1,6 \cdot 10^{-12}}{k} \text{ эрг} = 11\,600 \text{ К}$.

образуются пары воды. Если бы температуры в камере сгорания жидкостных реактивных двигателей (ЖРД) были ниже чем 2000°C , то указанной реакцией практически исчерпывались бы все химические процессы. Однако в камере сгорания $T > 4000\text{ K}$ и давление $P = 100\text{ атм}$. В этих условиях становится существенной также обратная реакция диссоциации



причем раскаленный пар воды диссоциирует (при указанных значениях P и T) на 50%. В результате общее тепловыделение снижается. Снизится и температура в камере сгорания, она установится вблизи значения $T \approx 3800\text{ K}$, а степень диссоциации составит примерно 30%. На выходе из сопла, где $P \approx 1\text{ атм}$, температура газовой смеси будет около 2300 K , а диссоциация составляет 5%. Другими словами, в процессе расширения газовой смеси в сопле происходила реакция рекомбинации (10.2) и поглощенное тепло частично возвращается в поток.

10.3. Газовый поток как активная лазерная среда

Неравновесные состояния молекулярных газов, способные проявить себя как активная лазерная среда, могут быть созданы путем резкого охлаждения первоначально нагретого газа, например при быстром расширении через сверхзвуковое сопло.

Рассмотрим газовую смесь $\text{CO}_2\text{—N}_2\text{—H}_2\text{O}$. В форкамере газодинамического лазера (ГДЛ) при температурах $T_0 \approx 1200 \div 1800\text{ K}$ и давлениях $P_0 \approx 20 \div 40\text{ атм}$ у трех- и двухатомных молекул этой газовой смеси возбуждены колебательные и вращательные уровни энергии. Причем последние практически термализованы вместе с поступательными степенями свободы молекулярного хаотического движения. Для генерации лазерного излучения существенны колебательные уровни.

Населенность энергетических колебательных уровней в молекулах CO_2 , N_2 и H_2O в указанных условиях обычная — бальцовановская.

Для анализа вопроса об эволюции этой населенности при течении газовой смеси в каналах ГДЛ, необходимо остановиться на колебательных спектрах самих молекул CO_2 и N_2 . Молекула CO_2 является линейной трехатомной ($\text{O}=\text{C}=\text{O}$), у которой имеются три моды колебательных движений (три ветви колебаний): 1) смещения обоих ядер кислорода относительно ядра углерода во взаимно противоположных направлениях, 2) смещения ядер кислорода в одном и том же направлении, 3) деформационные колебания молекулы, связанные с ее отклонениями от линейной конфигурации.

У двухатомной молекулы N_2 существует лишь одна мода колебаний.

Энергия указанных колебаний квантована. Фактически при работе лазера на смеси $\text{CO}_2\text{—N}_2$ участвуют лишь нижние возбужденные уровни колебательного спектра энергии.

Вынужденное излучение формируется на молекулах CO_2 при переходах между второй и первой ветвями колебаний. Более точно, между пер-

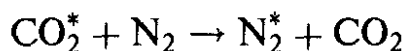
выми возбужденными уровнями колебаний этих ветвей. При этом длина волны генерируемого излучения 10,6 мкм; это инфракрасное излучение.

Спрашивается, какова роль молекул N_2 , которые практически непосредственно не участвуют в генерации вынужденного излучения? Дело в том, что первый возбужденный колебательный уровень молекулы N_2 очень близок по значению энергии к первому возбужденному колебательному уровню 2-й ветви колебаний молекулы CO_2 . Вследствие такого резонанса, в газовой смеси очень интенсивно идет процесс



где символом «*» обозначены возбужденные молекулы. Процесс столкновения (10.3) является дополнительным источником «накачки» энергией колебательных уровней CO_2 .

Пока газовая смесь CO_2-N_2 неподвижна и находится в форкамере ГДЛ при высоких давлении и температуре, прямой процесс (10.3) и соответствующий обратный процесс



находятся в динамическом равновесии. Но при адиабатическом расширении в сопле и очень быстром падении температуры (до 10^6 град/с), течение оказывается неравновесным, и в газе существенно превалирует реакция (10.3). При этом причиной является долгоживущее колебательное состояние возбужденных молекул N_2^* .

Какова роль молекул H_2O ? Эти молекулы интенсивно «опустошают» нижние колебательные уровни первой ветви колебаний молекул CO_2 . Именно на эти уровни происходит переход с более высоких колебательных уровней 2-й ветви. Тем самым создается большая степень инверсности в заселении колебательных состояний молекул CO_2^* .

Полученная молекулами H_2O^* избыточная энергия питает кинетическую энергию струи газа.

Как формируется лазерный луч? После расширения в сопле газовый поток попадает в резонатор, где плоскопараллельное течение проходит мимо двух зеркал, расположенных по боковым сторонам канала.

Случайные спонтанные переходы на колебательных уровнях молекул CO_2 , ведущие к испусканию фотонов произвольного направления, остаются без радикальных последствий.

Фотонный ливень вынужденного излучения начинается, когда будет спонтанно испущен хотя бы один фотон вдоль оси перпендикулярной обоим зеркалам (и газовому потоку). Многократное «отражение» такого фотона от зеркал ведет к лавиноподобному росту числа таких же фотонов вынужденного излучения с инверсно заселенных колебательных уровней молекул CO_2^* .

Образуется необычайно интенсивный пучок тождественных фотонов. У таких фотонов — квантов электромагнитного поля — направления распространения совпадают, ориентации векторов напряженностей электрического и магнитного полей одинаковы, частоты одни и те же. При

этом фазы электромагнитных волн, испускаемых всеми молекулами CO_2 , согласованы и, в частности, могут совпадать.

Такое когерентное монохроматическое излучение молекул CO_2 приводит к тому, что его результирующая амплитуда усилится пропорционально числу участвующих в переходах молекул. Интенсивность же излучения, которая определяется квадратом амплитуды, будет соответственно пропорциональна квадрату числа радиационноактивных молекул CO_2^* .

На качество сформировавшегося лазерного луча влияют: турбулентность в газовом потоке; косые ударные скачки сверхзвукового течения; неоднородность потока, которая возникает как следствие малости давления газа в резонаторе ($0,05 \div 0,1$ атм) и др.

Для вывода мощного лазерного луча из резонатора ГДЛ в атмосферу применили остроумное решение — аэродинамические окна. Это замечательная находка специалистов по газовой динамике (см. Приложение).

ГДЛ в сущности представляет собой сверхзвуковую или гиперзвуковую аэродинамическую трубу, в некоторых случаях с газогенератором в виде работающего ракетного двигателя. Горячие продукты сгорания в нем (с разбавлением азотом) служат необходимой газовой смесью для ГДЛ.

Приведем некоторые цифры по ГДЛ. Первое поколение ГДЛ работало на газовой смеси состава 7% CO_2 , 1% H_2O , остальное N_2 . Давление и температура в форкамере соответственно $P_0 = 20$ атм, $T_0 = 1200$ К.

К. п. д. ГДЛ около 1%, но за счет больших масс активной среды они дают рекордные лучевые мощности (до сотен кВт) в непрерывном режиме.

Понимание физики лазерного эффекта привело к открытию радиоастрономами аналогичного эффекта в сантиметровом диапазоне волн в ряде космических образований (см. Приложение).

10.4. Электризация грозовых облаков

Казалось бы, перед нами рядовое явление. Сколько раз каждый из нас наблюдал хмурое небо, серосвинцовые облака, ливень и каскад молний.

Уже двести лет естествоиспытатели (начиная с Б. Франклина) изучают феномен «грозы» и сопутствующие ему явления. Однако, в частности, механизм электризации грозового облака до сих пор вызывает научные диспуты.

С чем связано такое положение дел? Ведь физики, например, сумели разобраться в тончайших деталях строения атома водорода, даже учесть влияние квантового электромагнитного вакуума на состояние атомного электрона. Нынешние исследователи демонстрируют в эксперименте и анализируют в теории такие, к примеру, «вещи», как образование экситонного состояния в полупроводниках (см. § 18.3). Яркие коллективы физиков-экспериментаторов и теоретиков многих стран в течение полувека интенсивного изучения такой сложной и капризной среды, как высокотемпературная плазма, создали новый раздел своей науки — физику плазмы. Последняя во многом заложила основы нового физического мировоззрения: нелинейность явлений, их самоорганизация и др.

Отвечая на поставленный в начале предыдущего абзаца вопрос, заметим, что медленное продвижение в изучении атмосферного электричества связано с невозможностью проведения детальных измерений распределения зарядов в грозовых облаках. Вообще, если имеются затруднения в установлении строения физического объекта (в особенности со стороны эксперимента), то построение теории этого объекта становится практически невозможным. В частности, так обстоит дело с загадочной шаровой молнией.

Если естествоиспытатели умеют воспроизвести природное явление в лаборатории, теория явления рано или поздно будет построена.

Перед тем как вернуться к проблеме электризации грозовых облаков, приведем общие сведения об электрических свойствах земной атмосферы. На высотах более 50 км расположен ионизованный слой разреженной атмосферы — ионосфера. Она богата озоном O_3 , который «легко» ионизируется ультрафиолетовым солнечным излучением. Заряд ионосферы положительный. Поверхность же Земли имеет отрицательный заряд. Разность потенциалов между ионосферой и земной поверхностью около 300 000 вольт. Заключенный между ними слой атмосферы является электрически нейтральным образованием.

Естественно, что атмосфера не является идеальным диэлектриком. Значительные объемы плазмы могут инжектироваться в атмосферу из ионосферы и магнитосферы Земли во время «магнитных бурь», связанных с солнечными вспышками (см. §§ 20.3 и 20.4). Поскольку электрическое поле в глобальном сферическом «конденсаторе» направлено к Земле, в атмосфере будут существовать электрические токи в обоих направлениях.

Поставщиками ионов в атмосферу являются также энергичные частицы «солнечного ветра» (см. в дальнейшем §§ 20.2, 20.3), сталкивающиеся с молекулами и атомами атмосферных газов.

Тяжелые заряженные образования, например кристаллики $NaCl$, несущие излишний внешний заряд того или иного знака, постоянно формируются при волнениях поверхности Мирового океана. Образующаяся при штормах «водяная пыль» уносится ветрами и поднимается восходящими конвекционными потоками в атмосферу.

Капельки морской соленой воды, как показывает опыт, несут электрический заряд. Испарение капли ведет к кристаллизации $NaCl$, содержащейся в капле.

Грозовое облако есть «электродинамическая конвективная ячейка», представляющая собой сложную систему течений среды с умеренной степенью ионизации. При этом центры положительных зарядов в основном сосредоточены в верхней части облака, а центры отрицательных зарядов — в его нижней части.

Одним из механизмов указанного разделения зарядов в грозовом облаке, явился механизм, предложенный еще в 20-х гг. Нобелевским лауреатом Ч. Вильсоном (изобретателем знаменитой камеры для регистрации быстрых заряженных частиц). Он заключался в следующем. Относительно тяжелая капелька морской водяной пыли, попавшая в грозовую ячейку,

падает в поле тяжести и испытывает поляризацию в земном электрическом поле. При этом «лобовая» часть капельки приобретает избыток положительных зарядов. Встречные положительно заряженные образования будут отталкиваться от падающей капельки и сноситься потоком в верхнюю часть облака. Отрицательно заряженные ионы и другого рода образования, несущие отрицательный заряд, будут «прилипать» к капельке. В результате нижняя часть облака обогатится избытком отрицательных зарядов.

Измерения показали, что внутри грозового облака могут возникать напряженности полей в 10^6 В/м. Электрические разряды — молнии — происходят в основном внутри грозового облака (с частотой несколько разрядов в минуту для грозовой ячейки умеренных размеров). Мощность, освобождаемая при этом, эквивалентна мощности средней атомной электростанции.

Реальная электрическая структура грозового облака довольно сложна, а для ее анализа до сих пор используются весьма упрощенные модели грозовых ячеек, основанные на законах электростатики. Несомненно, что здесь нужен системный подход, сочетающий гидродинамику и электродинамику процессов.

В связи с указанным, заметим, что для предельного состояния вещества — сильно ионизированной плазмы — теория, сочетающая законы гидродинамики и электродинамики, существует — это так называемая магнитная гидродинамика (см. в дальнейшем § 19). Однако, как мы уже отмечали, грозовая ячейка существует в среде с промежуточной степенью ионизации, а для таких систем теоретические методы всегда резко усложнены.

10.5. Перемешивание жидкостей демонстрирует упорядоченный хаос

В справедливости приведенного утверждения можно убедиться, если внимательно посмотреть на фото-заставку к § 10. Снимок иллюстрирует вытягивание и образование складок в хаотическом двумерном потоке перемешивания двух жидкостей.

Эксперимент, в котором получен этот снимок, ставился следующим образом. В очень вязкую среду (глицерин) локально вводилась капля флуоресцирующего красителя. Двумерный поток формировался в зазоре между эксцентрически расположенными вращающимися цилиндрами. Само вращение цилиндров происходило поочередно в противоположных направлениях (образуя один период). При этом возникающее течение приводит к хаотическому перемешиванию жидкостей. На снимке зафиксирована вытянуто-складчатая структура течения после 10 периодов вращения.

Другой эксперимент состоял в том, что бралась глубокая полость прямоугольной формы, заполненная глицерином. Стенки полости могли независимо одна от другой перемещаться параллельно самой себе. Вязкая жидкость в полости увлекалась движением стенки. При этом само их движение заключалось в попеременном скольжении сначала верхней стенки, и затем нижней стенки (происходивших во взаимно противоположных

направлениях). Такое однократное движение обеих стенок образовывало один период.

В этом эксперименте непосредственно под поверхность глицерина вводились в разных местах две флуоресцирующие (например, красным и синим цветом) пробные капли. Увлекаемое течением вещество капель создавало визуальную картину характера возникающих течений в полости. При этом, благодаря значительной глубине полости, само течение могло рассматриваться как двумерное.

Результаты многочисленных экспериментов с двумерными потоками перемешивания, в которых исследовались разные типы течений, показали следующее. В структуре таких течений наблюдаются небольшие области регулярного (детерминированного) движения — «острова», в которых пробная капля испытывает медленное нехаотическое перемешивание. В более протяженных областях хаотического перемешивания, капля относительно быстро вытягивается, многократно изгибается, образуя складки.

В структуре потоков перемешивания, имеющиеся крупномасштабные образования (например, положения и формы «островов» и крупных складок), хорошо воспроизводимы в повторном эксперименте; мелкие детали вытянуто-складчатой структуры невоспроизводимы. Как оказалось, это связано с небольшим разбросом начальных положений капель красителя. Причем указанный разброс ведет в повторном эксперименте к линейному «разбеганию» гидродинамически подобных линий тока в «островной» области движения; для хаотической зоны перемешивания, «разбегание» подобных линий тока растет по экспоненте!

Заметим, что в описанных выше экспериментах примерно после 1000 периодов движения в жидкости наступала полная хаотизация. При этом хаотизация перемешивания здесь не связана с турбулизацией потока. В экспериментах осуществлялись медленные ламинарные течения.

Сложившаяся ситуация качественно согласуется с представлениями о детерминированном хаосе, которому посвящен § 7.6.

В указанных экспериментах любопытно, и очень приятно, отметить следующий факт. При обращении во времени течений перемешивания жидкостей (для чего необходимо все направления движения в опыте заменить на обратные) деформированная пробная капля (в «островной» области) изменяет свою конфигурацию, повторяя практически все движения в обратном порядке, и, в конце концов, приобретает первоначальную форму! Такого не происходит вне «островной» области.

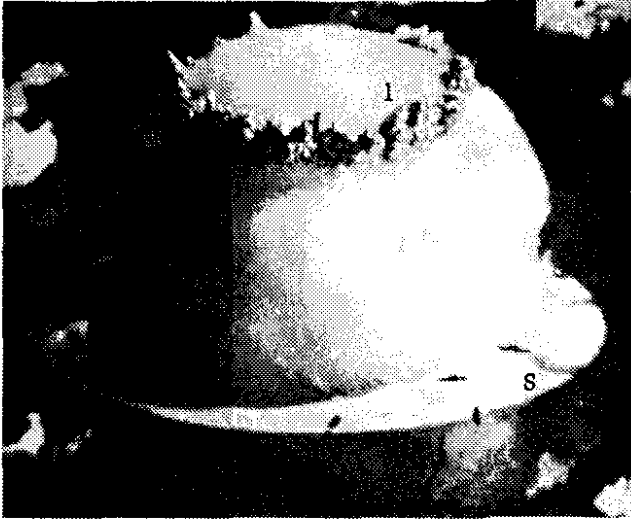
Выше рассматривались лишь двумерные течения перемешивания жидкостей. Как изменится характер перемешивания в трехмерном случае, остается пока неизвестным. Хотя заранее ясно, что интенсивность перемешивания возрастет, ибо появится новая степень свободы.

Последовательной теории перемешивания жидкостей еще не существует. Здесь основной способ продвижения вперед — это постановка физических экспериментов и компьютерное моделирование (о последнем см. в дальнейшем § 15).

В заключение кратко остановимся на распространенности процессов перемешивания в природе и технологиях. Поверхность Земли является не очень надежным «панцирем», под которым существует жидкая высокотемпературная магма. Процессы тепловой конвекции в магме естественно ведут к перемешиванию ее различных по составу слоев. Кратковременная интенсификация этих процессов может породить катастрофические явления — извержение вулканов и землетрясения.

Яркость нашего Солнца в значительной степени зависит от процессов перемешивания вещества звезды. Термоядерные реакции на Солнце идут в его центральной части. Подсчитано, что без процессов перемешивания солнечного вещества тепло и излучение распространялось бы из ядра Солнца к его поверхности в течение миллионов лет!

Что касается использования процессов перемешивания в производстве, то, в качестве примера, можно указать на разного рода химические технологии.



Подводный ядерный взрыв, произведенный на небольшой глубине. Внизу видны старые военные корабли — мишени испытаний

§ 11. Знакомьтесь с ударными волнами

11.1. С ними изредка встречаются все

Кто был в цирке, тот мог видеть у дрессировщика зверей хлыст; хлыст, но гораздо больших размеров есть и у деревенского пастуха. Резкий и мощный взмах хлыстом сопровождается возникновением «щелчка», напоминающем выстрел из мелкокалиберного ружья. Это на конце хлыста порождена миниатюрная ударная волна.

Каков механизм появления ударной волны на кончике хлыста? Хлыст делают весьма длинным, причем поперечное сечение его резко спадает при удалении от рукоятки. Взмах хлыстом создает бегущую поперечную волну (цуг волн) в нем. Резкое же уменьшение массы последующих участков хлыста, вследствие сохранения энергии цуга волн, ведет к значительному росту скорости поперечного смещения участков. На конце хлыста она может достигать или превышать скорость звука в воздухе.

Грозовые электрические разряды в атмосфере также порождают ударные волны — раскаты грома.

Вдали от городов, особенно там, где есть военные аэродромы, можно наблюдать полеты реактивных истребителей. Когда одиночная машина находится в пилотажной зоне и выполняет замысловатые эволюции в воздухе: пикирование, восходящие горки, перевороты, виражи и др., то можно иногда слышать «гром среди ясного неба» — это самолет преодолел звуковой барьер, и образовалась ударная волна.

Рассмотрение примеров возникновения ударных волн можно было бы продолжать. Гораздо важнее отметить, что само появление ударных волн возможно лишь в сжимаемых средах. В § 9.2 было показано, что эффекты сжимаемости среды становятся существенными при скоростях смещения сред сравнимых со скоростью звука в них.

11.2. Распространение возмущений в потоке сжимаемого газа

Итак, эффекты сжимаемости среды приводят к возникновению новой группы явлений: звуковых и ударных волн. О звуковых волнах — как о распространяющихся в среде малых возмущениях — у нас речь шла неоднократно.

При дозвуковых скоростях обтекания тел поток испытывает изменения во всем пространстве вокруг тела. В этом случае, возмущения, возникающие при обтекании, распространяются во всех направлениях, в том числе и впереди тела. Эти возмущения «как бы подготавливают поток» к встрече с телом (см. рис. 11.1 а). При сверхзвуковом движении тел возмущения не могут распространяться впереди тела и поток «слепо» натывается на препятствие. В этом случае возмущения существуют лишь позади тела; они накладываются друг на друга и образуют огибающую их коническую поверхность с резко возросшими значениями плотности, давления и температуры — так называемую ударную волну (см. рис. 11.1 б).

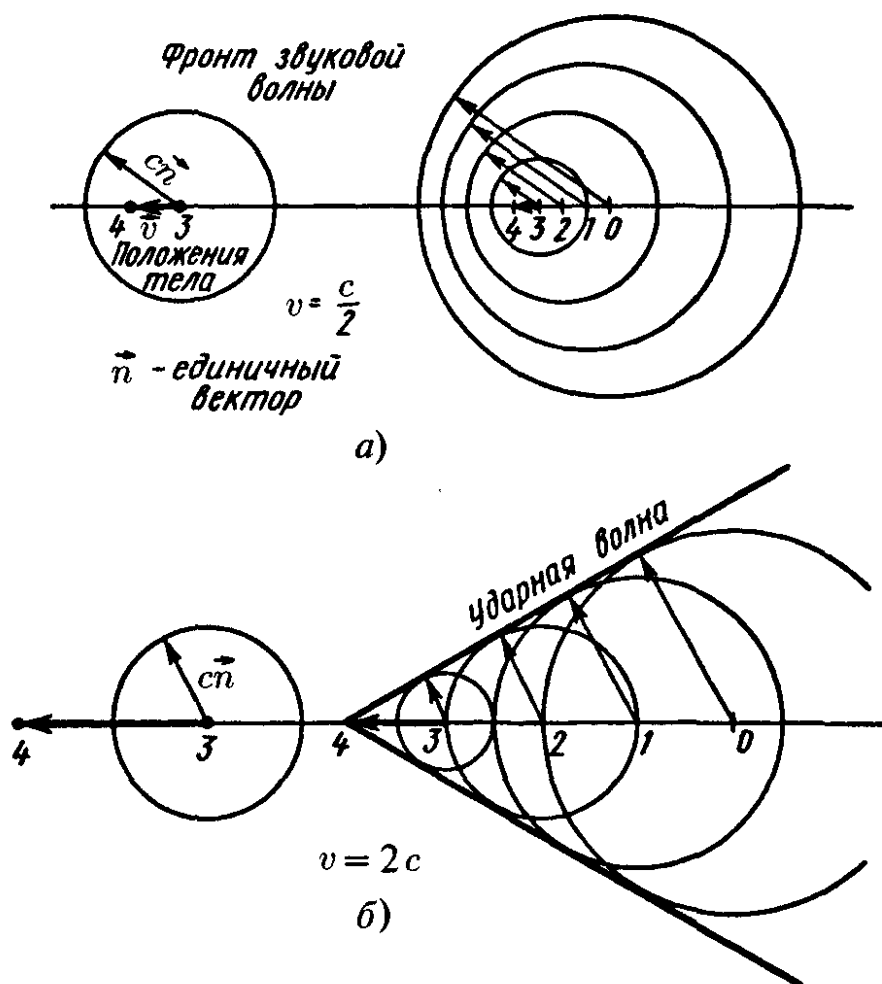


Рис. 11.1

Отличие закономерностей в поведении сверхзвуковых и дозвуковых потоков газа было продемонстрировано нами на примере течений в трубах с переменным сечением. Здесь же отмечается принципиальная особенность сверхзвуковых течений — наличие в потоке некоторых поверхностей, на которых все величины, описывающие поток, испытывают скачок. Эти поверхности разрыва отделяют невозмущенную область

потока от возмущенной. Сам возмущенный поток находится в области, ограниченной конической ударной поверхностью.

Любопытно отметить, что исторически представление о поверхности разрыва в потоке газа было получено не из качественных рассуждений, а из строгого рассмотрения решений уравнений газовой динамики. Авторы этого открытия не поверили своим результатам, ибо они были убеждены, что в непрерывном газовом потоке и все величины должны меняться гладко, непрерывно, без скачков. Однако представление о скачкообразном изменении величин на ударном разрыве не противоречит общим законам механики и термодинамики.

Об основных этапах истории открытия ударных волн см. в Приложении. Очерк к § 11.

Прежде чем перейти к детальному изучению свойств потока на ударном разрыве, остановимся на ряде количественных оценок, касающихся звуковых возмущений. Покажем, что скорость распространения звука в газе порядка величины средней тепловой скорости его молекул. Используем уравнение состояния идеального газа

$$PV \equiv \frac{P}{\rho} = NkT,$$

где $V = 1/\rho$ есть объем единицы массы газа. Поскольку

$$\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_s \sim \frac{P}{\rho},$$

то, согласно (9.8), скорость звука

$$c_s \sim \sqrt{NkT}. \quad (11.1)$$

Этот результат показывает, что скорость звука в газе зависит только от температуры, но не от давления или плотности.

Воспользуемся, далее, соотношением

$$m\bar{v}^2 \sim kT,$$

где m — масса молекулы, а \bar{v}^2 — ее средняя квадратичная скорость. Тогда (11.1) запишется в виде

$$c_s \sim \sqrt{Nm\bar{v}^2}.$$

Поскольку же, по условию, рассматривается единица массы газа, то $Nm = 1$. В итоге, для скорости звука получим

$$c_s \sim \bar{v}.$$

В связи со сделанной оценкой, убедимся в том важнейшем обстоятельстве, что течения газа со звуковыми и сверхзвуковыми скоростями можно рассматривать как лишенные вязкости. В самом деле, кинематическая вязкость

$$\nu \sim \bar{v}l \sim c_s l,$$

где l — длина свободного пробега молекул, а \bar{v} — средняя тепловая скорость молекул, которая, как мы видели, по порядку величины совпадает со скоростью звука c_s . Поскольку и скорости u макроскопического движения сравнимы со звуковой, то число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{uL}{\nu} \sim \frac{c_s L}{c_s l} \sim \frac{L}{l} \quad (11.2)$$

принимает очень большие численные значения (L есть характерный размер, в данном случае размер обтекаемого потоком тела). Большие же значения Re соответствуют малой вязкости.

11.3. Общие соотношения для ударного скачка

Как количественно описывать ударные волны? Хотя параметры газа \bar{v} , P , ρ при прохождении через «поверхность разрыва» испытывают скачок, но соответствующие им потоки должны быть непрерывными. Это следует из законов сохранения массы, импульса и энергии.

Рассмотрим элемент поверхности ударной волны перпендикулярной к потоку, и свяжем с этим элементом систему координат с осью X направленной по нормали к нему (см. рис. 11.2). Тогда, вследствие сохранения вещества, плотность потока массы должна иметь одно и то же значение по обе стороны от поверхности разрыва, т. е.

$$\rho_1 v_{1x} = \rho_2 v_{2x}. \quad (11.3)$$

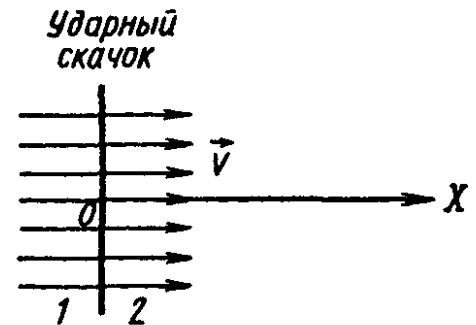


Рис. 11.2

Обратимся к условию непрерывности для потока импульса на разрыве. Импульс единицы объема газа есть $\rho \vec{v}$. Казалось бы, что плотность потока импульса в направлении движения самого газа должна быть равна

$$(\rho v_x) v_x,$$

а условие на поверхности разрыва могло бы записаться как равенство этих выражений по обе стороны скачка. Однако такая запись была бы не полна, ибо, если газ покоится, то должны быть равны давления соседних участков газа друг на друга. В результате получим

$$P_1 + \rho_1 v_{1x}^2 = P_2 + \rho_2 v_{2x}^2. \quad (11.4)$$

Выпишем выражение для потока энергии. Полная энергия единицы объема имеет вид

$$\rho \left(\frac{v^2}{2} + \varepsilon \right),$$

соответственно плотность потока энергии запишется

$$\rho v_x \left(\frac{v^2}{2} + w \right);$$

здесь использовалось соотношение (9.3). Само же условие непрерывности потока энергии на скачке будет

$$\rho_1 v_{1x} \left(\frac{v_1^2}{2} + w_1 \right) = \rho_2 v_{2x} \left(\frac{v_2^2}{2} + w_2 \right). \quad (11.5)$$

Заметим, что условие (11.5), вследствие наличия (11.3), может быть упрощено. Имея также в виду, что при нашем выборе ориентации системы координат $v_x = v_1$, рассмотренные условия на поверхности разрыва могут быть переписаны в виде:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \equiv j, \quad (11.6)$$

$$P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2, \quad (11.7)$$

$$w_1 + \frac{v_1^2}{2} = w_2 + \frac{v_2^2}{2}. \quad (11.8)$$

Ударная волна в газе имеет конечную ширину и является переходным неравновесным слоем, разделяющим две равновесные области среды при различных значениях термодинамических величин. Найдем соотношения, которые определяют связь между термодинамическими величинами по обе стороны ударного разрыва. Будем исходить из общих условий (11.6)–(11.10). Введем удельные объемы $V_1 = 1/\rho_1$, $V_2 = 1/\rho_2$ газа по обе стороны разрыва. Из (11.6) тогда будем иметь:

$$v_1 = jV_1, \quad v_2 = jV_2. \quad (11.9)$$

Подставляя это в (11.7), получим

$$P_1 + j^2 V_1 = P_2 + j^2 V_2, \quad (11.10)$$

или

$$j^2 = \frac{P_2 - P_1}{V_1 - V_2}. \quad (11.11)$$

Так как j^2 — величина положительная, то должно быть одновременно

$$P_2 > P_1 \text{ и } V_1 > V_2^{17)}. \quad (11.12)$$

Таким образом, давление газа за скачком выше, чем перед скачком. То же самое относится и к плотности газа ($\rho_2 > \rho_1$).

Для скачка скоростей $v_1 - v_2$ газа по обе стороны разрыва, равного, согласно (11.9), $j(V_1 - V_2)$, можно написать, используя (11.11), выражение

$$v_1 - v_2 = \sqrt{(P_2 - P_1)(V_1 - V_2)}. \quad (11.13)$$

Неравенства (11.12) приводят к тому, что

$$v_1 > v_2. \quad (11.14)$$

¹⁷⁾ Более детальное рассмотрение показывает, что обратные неравенства в этом случае невозможны.

В результате, скорость потока за скачком падает.

Рассмотрим теперь условие (11.8), которое перепишем в виде

$$w_1 + \frac{j^2 V_1^2}{2} = w_2 + \frac{j^2 V_2^2}{2}; \quad (11.15)$$

здесь использованы равенства (11.9). Подставляя в (11.15) выражение (11.11), получим

$$w_1 - w_2 + \frac{1}{2}(V_1 + V_2)(P_2 - P_1) = 0. \quad (11.16)$$

Значение тепловой функции за скачком выше, чем перед скачком ($w_2 > w_1$).

Перейдем в (11.16) от тепловой функции

$$w = \varepsilon + PV$$

к внутренней энергии ε . Тогда получим

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \frac{1}{2}(V_1 - V_2)(P_1 + P_2) = 0. \quad (11.17)$$

Внутренняя энергия газа возрастает за скачком ($\varepsilon_2 > \varepsilon_1$).

Соотношения (11.16) и (11.17) являются важнейшими для теории ударных волн и определяют связь между термодинамическими величинами по обе стороны от ударной поверхности.

Что касается изменения энтропии, то при прохождении газа через ударный слой, она может лишь возрасти (в силу закона возрастания энтропии), т. е.

$$s_2 > s_1. \quad (11.18)$$

Это неравенство, как кажется на первый взгляд, не находится в соответствии с тем, что говорилось в конце предыдущего параграфа (§ 11.2). А именно, движения газа со звуковыми и сверхзвуковыми скоростями можно рассматривать как движения «идеальной жидкости», т. е. среды лишенной вязкости и теплопроводности. При таких движениях, как нам известно, энтропия остается постоянной. Таким образом, ударные разрывы являются механизмом возрастания энтропии в «идеальной жидкости». Другими словами, на ширине ударной волны проявятся свойства вязкости и теплопроводности среды. Поскольку же вязкость существенна для движений с малыми числами Рейнольдса, то из (11.2) следует, что ширина L ударной волны может быть лишь порядка длины свободного пробега l молекул.

Этот результат не находится в противоречии с предположением о том, что в рамках газодинамики сплошной среды ударный фронт является геометрической поверхностью. Дело в том, что сама газодинамика игнорирует молекулярную структуру среды и полагает $l \rightarrow 0$. Что касается структуры и процессов, идущих на ширине ударного скачка, то они могут полно и последовательно изучаться методами статистической физико-химической кинетики.

В заключение этого параграфа важно подчеркнуть следующее. При выводе соотношений и неравенств, касающихся поведения термодинамических величин при переходе ударного скачка, мы не использовали уравнения состояния вещества. Это означает, что полученные соотношения и неравенства имеют общий характер и применимы при распространении ударных волн в любых средах: твердых, жидких, газообразных.

11.4. Ударные волны в идеальном газе

Здесь мы конкретизируем среду: возьмем простейшую — идеальный молекулярный газ. Напомним, что под термином «идеальный газ» в статистической термодинамике подразумевают газ из весьма слабо взаимодействующих частиц. Чтобы теоретически исследовать поведение термодинамических величин такого газа на ударном скачке, используя общие соотношения § 11.3, необходимо уравнение состояния идеального газа и выражения для его внутренней энергии и тепловой функции.

Опираясь на расчет (см. Приложение. Очерк к § 11), рассмотрим его следствия, касающиеся ударных волн весьма большой интенсивности.

При условии, что давление за фронтом ударной волны много больше давления перед фронтом ($P_2 \gg P_1$), следует

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}. \quad (11.19)$$

Отсюда видно, что отношение плотностей стремится к постоянному пределу. Так, для одноатомного газа

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{(5/2)R}{(3/2)R} = \frac{5}{3},$$

т. е.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} = \frac{\frac{5}{3} - 1}{\frac{5}{3} + 1} = \frac{1}{4},$$

или

$$\rho_2 = 4\rho_1.$$

Для двухатомного газа

$$\gamma = \frac{7}{5}$$

и

$$\rho_2 = 6\rho_1.$$

Для отношения температур в предельном случае ударных волн большой интенсивности, вытекает формула

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{P_2}{P_1}. \quad (11.20)$$

В результате, отношение T_2/T_1 неограниченно растет вместе с P_2/P_1 . Иначе говоря, скачок температуры, как и скачок давления, в ударной волне может быть сколь угодно большим.

Наконец, для скорости распространения ударной волны большой интенсивности, будем иметь соответственно

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2} P_2 V_1}, \\ v_2 &= \sqrt{\frac{(\gamma - 1)^2}{2(\gamma + 1)} P_2 V_1}. \end{aligned} \quad (11.21)$$

Эти скорости растут пропорционально корню из давления P_2 .

Ударные волны могут возникать при взрывах. Скорость распространения ударной волны выше, чем скорость распространения звука. Это видно, например, из первого равенства формул (11.21), которое при $P_2 \rightarrow P_1$ переходит в

$$v_1 \rightarrow \sqrt{\gamma \frac{P_1}{\rho_1}} = c_s, \quad (11.22)$$

т. е. ударные волны слабой интенсивности распространяются со скоростью близкой к звуковой.

В сильной ударной волне давление и плотность энергии гораздо больше, чем в невозмущенном газе. Такова, например, волна с давлением 100 атм в воздухе. Эта волна сжимает воздух почти в 8 раз и распространяется со скоростью более 3 км/с, т. е. в 10 раз быстрее звука. Температура в ней достигает 3500°C . При такой температуре заметная часть молекул воздуха уже диссоциирована, т. е. распалась на атомы. Для гораздо большей оставшейся части молекул при указанной температуре уже существенны не только поступательные и вращательные степени свободы, но и колебательные. В этом случае предельное сжатие будет восьмикратно, в отличие от шестикратного при отсутствии колебательных состояний.

Ударная волна, в которой давление равно 1000 атм, нагревает воздух до $14\,000^\circ \text{C}$. При этих температурах в игру вступают электронные атомные состояния. Возникают процессы перехода атомов из основного состояния в возбужденные; обратные переходы сопровождаются излучением атомов в видимой области спектра. В этих условиях предельное сжатие газа десятикратное. Сам нагретый воздух становится непрозрачным для собственного излучения. Поверхность фронта сильной ударной волны в газе излучает так же, как раскаленное твердое тело при той же температуре. Поверхность в 1 см^2 такой волны излучает в 1 секунду в 36 раз больше энергии, чем равная поверхность на Солнце. Напомним, что температура излучающего слоя Солнца 5700°C .

При ядерном взрыве образуются ярко светящиеся ударные волны, огненные шары. Если огненный шар с температурой $14\,000^\circ \text{C}$ виден под углом в 5,3 раза большим, чем солнечный диск, то он светит ярче тысячи солнц ($36 \times 5,3^2 > 1000$). Но столь яркое свечение длится недолго, меньше сотой доли секунды.

11.5. Задача о сильном взрыве в атмосфере

Распространение сильных ударных волн от «точечного» источника в атмосфере (например, при ядерном взрыве) подчиняется некоторому закону подобия (см. § 6.1). Это следует понимать так, что если, скажем, радиус образующейся при взрыве сферической ударной волны увеличивается вдвое или втрое, распределение всех газодинамических величин внутри волны остается тем же самым, если принять соответствующие величины на фронте волны за единицы измерения.

Выясним причины того, почему сильные сферические ударные волны являются самоподобными. Для этого рассмотрим локальный взрыв с выделением большого количества энергии E . Сам газ (атмосфера), в котором происходит распространение ударной волны высокой интенсивности, будем считать идеальным, имеющим плотность ρ . В этой задаче заведомо можно пренебречь начальной энергией и давлением воздуха. Область рассматриваемых расстояний R от «точки» взрыва (начала координат) такова, что ударные волны остаются еще достаточно сильными.

Нам надо найти закон распространения ударной волны, т. е. зависимость R от времени t при заданных параметрах E и ρ . Попробуем для этого составить безразмерную комбинацию из указанных величин. Прежде всего, так как энергия измеряется в Дж = кг · м²/с², а плотность в кг/м³, то в искомое соотношение E и ρ должны входить так, чтобы [кг] сократились. Естественно, поэтому, взять отношение

$$\left[\frac{E}{\rho} \right] = \frac{\text{м}^5}{\text{с}^2}.$$

Остается лишь домножить это отношение на t^2/R^5 , чтобы получить искомую безразмерную комбинацию

$$\frac{Et^2}{\rho R^5} \sim 1. \quad (*)$$

Замечательно, что она единственная, и это обеспечивает выполнение закона подобия при распространении сильных сферических ударных волн от точечного источника. Из (*) следует, что

$$R \sim \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/5} t^{2/5}. \quad (11.23)$$

Для скорости распространения ударной волны находим

$$v = \frac{dR}{dt} \sim \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/5} t^{-3/5}. \quad (11.24)$$

Из (11.21) имеем для давления в сильной ударной волне

$$P = \frac{2}{\gamma + 1} \rho v^2$$

(в данном случае нами опущены все индексы) или, после подстановки полученного здесь выражения для скорости,

$$P \sim (E^{2/5} \rho^{3/5}) t^{-6/5}. \quad (11.25)$$

Сама же плотность, согласно (11.19), остается постоянной во времени.

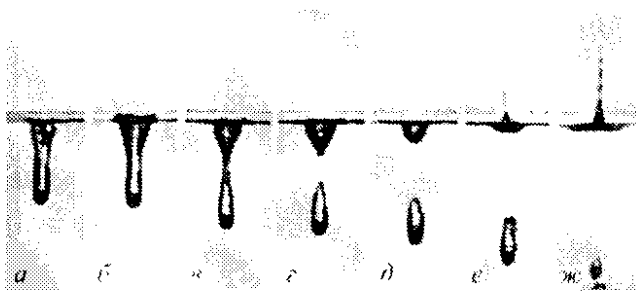
Прямая экспериментальная проверка соотношений (11.23)–(11.25) измерениями при ядерных взрывах подтвердила их с хорошей точностью.

Говорят, что Энрико Ферми при первом испытательном ядерном взрыве в пустыне Аламогордо (штат Нью-Мексико, США) в июле 1945 г. на краткое время вышел из-за укрытия и провел простейший опыт с падением бумажного шарика. Измерив отклонение от вертикали места падения шарика, Ферми вернулся в блиндаж. Этот замер позволил ему оценить энергию ядерного взрыва. При этом было известно расстояние от центра ядерного взрыва и ориентировочно время прихода значительно ослабленной ударной волны к укрытию. Заметим, что приведенное решение (11.25) годится только на очень короткой стадии ($\sim 10^{-3}$ с), когда давление за фронтом ударной волны в тысячи раз превосходит атмосферное. Укрытие же находилось на таком расстоянии, когда ударная волна переходила в волну акустическую (см. (11.22)). Ферми использовал соотношения для акустической волны.

Строгое аналитическое решение рассматриваемой задачи было дано в 1946 г. отечественным гидромехаником Леонидом Ивановичем Седовым и независимо от него Дж. фон Нейманом в США в 1947 г.

Следует вообще сказать о физике Ферми (1901–1954) и математике фон Неймане (1903–1957). Это два универсальных гения. Имя Энрико Ферми всегда будет связано с открытием и освоением ядерной энергии. Родоначальником компьютерной революции стал Джон фон Нейман.

В последние годы жизни и Ферми, и фон Нейман глубоко интересовались гидродинамическими проблемами, связанными с нелинейностью явлений. Одна из работ по гидродинамике сделана ими совместно. Они были пионерами по исследованию нелинейных задач с помощью экспериментов на ЭВМ (см. § 15).



Снимки последовательных стадий формирования кумулятивной струи при падении в воду несмачиваемого ею твердого шарика

§ 12. Эффекты гидродинамической кумуляции

В сплошных средах возможны явления так называемой кумуляции, в которых объемная плотность энергии самопроизвольно растет. При этом расчетные методы показывают, что возрастание плотности энергии могло бы продолжаться неограниченно. Однако из-за неустойчивости кумуляция прекращается.

К явлениям кумуляции относятся схлопывание пузырьков в жидкости, сходящиеся ударные волны (образующие кумулятивные струи), выход ударных волн на поверхность звезды и др.

12.1. Кумулятивные струи

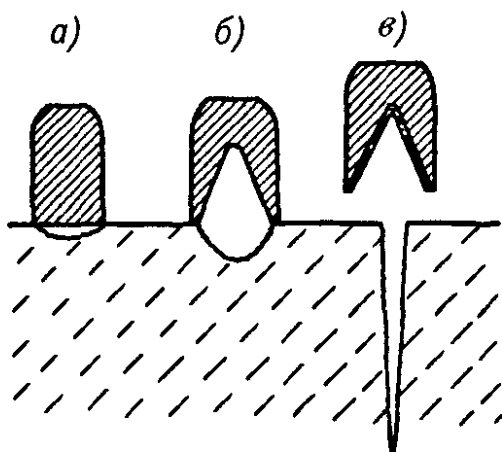


Рис. 12.1

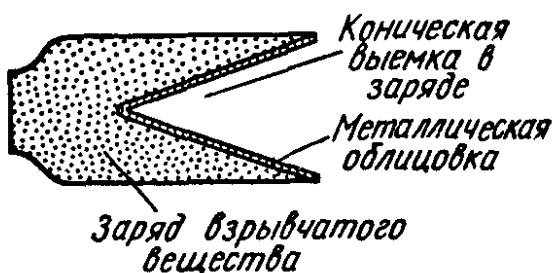


Рис. 12.2

Рассмотрим серию образцов зарядов взрывчатого вещества (В. В.) с одинаковой массой В. В. (см. рис. 12.1). В образце *б*) сделана коническая выемка, в образце *в*) эта выемка облицована металлом (см. рис. 12.2). Установим *а*) и *б*) заряды на броневиной плите, а заряд *в*) расположим на некотором расстоянии от плиты, и произведем их взрыв. Результат взрыва показан на рис. 12.1.

В случае *в*) образуется тонкая металлическая струя с космической скоростью (~ 10 км/с). Схема ее формирования довольно проста: взрыв производят обжатие металлического конуса; ударное схлопывание оболочки конуса переводит металл в жидкое состояние; энергия концентрируется (кумулируется) вдоль оси конуса; по направлению оси происходит выброс кумулятивной жидко-металлической струи.

Как можно подойти к количественному рассмотрению этого явления? Прежде всего, необходимо сделать ряд численных оценок. Пусть

коническая оболочка выполнена из железа. При взрыве скорость пластин оболочки будет $v \sim 1$ км/с. Для оценки величины давления, возникающего при столкновении пластин, воспользуемся формулой для давления в сильной ударной волне

$$P = \rho_0 D v, \quad (12.1)$$

где ρ_0 — начальная плотность вещества, D — скорость распространения фронта ударной волны, v — массовая скорость (скорость движения сжатого вещества). Если интересоваться только порядками величин, то $D \sim c_s$, где c_s — скорость звука в веществе, тогда

$$P \sim \rho_0 c_s v.$$

Для железа $c_s = 5$ км/с, $\rho_0 = 8 \cdot 10^3$ кг/м³; в итоге $P \sim 8 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^{10}$ Па = $4 \cdot 10^5$ атм.

Кратко остановимся на способе получения формулы (12.1) Условия (11.6)–(11.8) на ударном разрыве записаны в системе отсчета, связанной с фронтом. Перейдем в систему отсчета, в которой вещество перед фронтом покоится, тогда вместо переменных v_1 и v_2 появятся D и $D - v$. В случае сильной ударной волны ($P_1 = 0$) равенства (11.6) и (11.7) переписутся в виде

$$\rho_1 D = \rho_2 (D - v), \quad (12.2)$$

$$\rho_1 D^2 = P_2 + \rho_2 (D - v)^2. \quad (12.3)$$

Из (12.3), при учете (12.2), получается искомое соотношение (12.1), в котором опущены все индексы.

Что касается механической прочности, то в случае реальных образцов железа она порядка величины $2 \cdot 10^8$ Па. Таким образом, в результате столкновения железных пластин, они перейдут в жидкое состояние.

Для величины относительного сжатия металлической жидкости оценку можно сделать по соотношению

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{v}{D} \approx \frac{v}{c_s} = \frac{1}{5} = 0,2;$$

оно следует из равенства (12.2). Таким поджатием можно пренебречь и считать образовавшуюся металлическую жидкость несжимаемой.

Приведенный анализ позволяет выбрать приближение идеальной несжимаемой жидкости. Кинематика движений при образовании кумулятивной струи будет описываться обычным уравнением Бернулли.

Воспользуемся представлениями о лабораторной системе отсчета (Л-системе) и системе центра инерции (Ц-системе). Чтобы пояснить их различие, рассмотрим распад частицы. Пусть в Л-системе, до распада первичная частица двигалась со скоростью \vec{V} . В Ц-системе эта частица покоится, т. е. полный импульс равен нулю. Обозначая скорости образо-

вавшейся распадной частицы в Л- и Ц-системах соответственно через $\vec{v}_Л$ и $\vec{v}_Ц$, можно написать обычную связь

$$\vec{v}_Л = \vec{v}_Ц + \vec{V}.$$

В Л-системе схема образования кумулятивной струи дана на рис. 12.3 а). Согласно диаграмме сложения скоростей (см. рис. 12.3 б), схема течения в Ц-системе, связанной с точкой 0, будет выглядеть так, как это изображено на рис. 12.3 в). Струи из сечений 1-1, встречаясь в точке 0, порождают потоки влево и вправо. Для всех этих стационарных течений, как указывалось, справедливо уравнение Бернулли. Например, по отношению к сечениям 1-1 и 2-2 возможна запись

$$P_1 + \frac{\rho v_{ц1}^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_{ц2}^2}{2}.$$

При этом для самих сечений 1-1 и 2-2, удаленных от зоны столкновения, можно положить $P_1 = P_2 = 0$, т. е. $v_{ц1} = v_{ц2}$. То же самое можно сказать и о сечениях 1-1 и 3-3, другими словами, $v_{ц1} = v_{ц3}$. Таким образом, в Ц-системе скорости всех трех струй одинаковы.

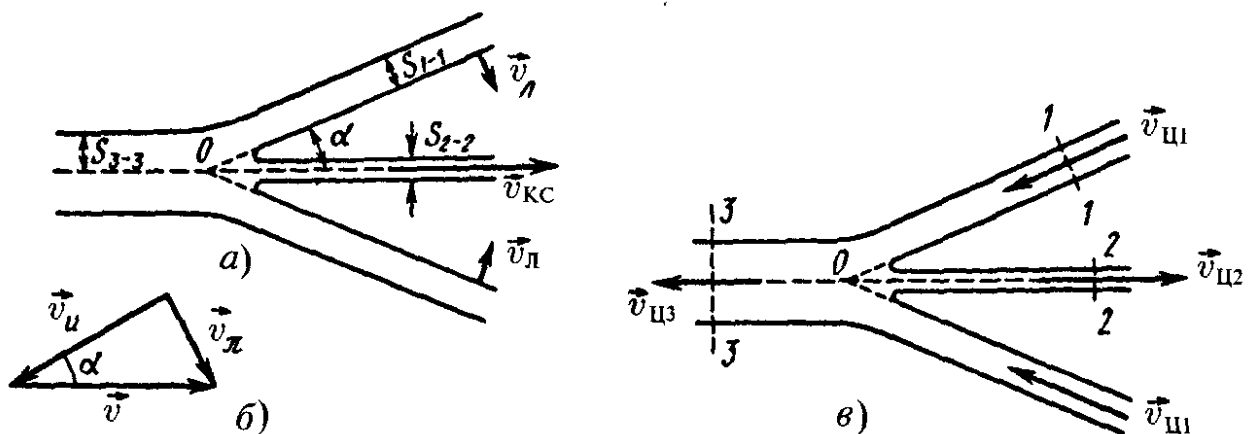


Рис. 12.3

В Л-системе скорость кумулятивной струи

$$v_{кc} = v_{ц} + V,$$

где V — скорость точки 0. Согласно же рис. 12.3 б), $V = v_Л / \sin \alpha$, а $v_{ц} = v_Л / \operatorname{tg} \alpha$; в итоге

$$v_{кc} = \frac{v_Л}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{v_Л}{\sin \alpha} = v_Л \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}. \quad (12.4)$$

Из полученного соотношения видно, что при малых углах α столкновения пластин, скорость кумулятивной струи может быть весьма велика (при $\alpha \rightarrow 0$, $v_{кc} \rightarrow \infty$).

Получим выражения для величины сечения кумулятивной струи и доли уносимой ею массы. Исходим из условий сохранения массы и сохранения горизонтальной составляющей импульса. Тогда в Ц-системе секундный расход массы для всех трех сечений будет связан как

$$\rho v_{ц1} S_{1-1} = \rho v_{ц2} S_{2-2} + \rho v_{ц3} S_{3-3}.$$

Для горизонтальной компоненты импульса, отнесенной к единице времени, получим

$$-\rho S_{1-1} v_{ц1}^2 \cos \alpha = \rho S_{2-2} v_{ц2}^2 - \rho S_{3-3} v_{ц3}^2.$$

Последние два соотношения можно переписать в виде

$$\begin{aligned} S_{1-1} &= S_{2-2} + S_{3-3}, \\ -S_{1-1} \cos \alpha &= S_{2-2} - S_{3-3}. \end{aligned}$$

Сложив их, получим для доли массы, уносимой кумулятивной струей, выражение

$$\frac{S_{2-2}}{S_{1-1}} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}. \quad (12.5)$$

При $\alpha \rightarrow 0$ эта доля будет как угодно малой.

Несмотря на указанное обстоятельство, кумулятивная струя будет забирать основную часть энергии пластин. Действительно, взяв выражения для энергий движения единиц длины пластин и кумулятивной струи и составляя их отношение, получим

$$\frac{E_{кс}}{E_{л}} = \frac{\rho S_{2-2} v_{кс}^2}{\rho S_{1-1} v_{л}^2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}. \quad (12.6)$$

Здесь мы воспользовались формулами (12.4) и (12.5). Из (12.6) видно, что при $\alpha \rightarrow 0$ отношение $(E_{кс}/E_{л}) \rightarrow 1$. При этом плотность энергии в кумулятивной струе будет неограниченно возрастать (в этом легко убедиться из (12.4)).

Итак, рассмотрение явления образования кумулятивных струй в рамках приближения идеальной несжимаемой жидкости приводит к неограниченной кумуляции энергии. Учет сжимаемости делает кумуляцию ограниченной.

Кумулятивные струи находят применение в физическом эксперименте, в частности в физике высоких давлений. Ряд астрофизических явлений большого масштаба удается понять, применив к ним модель явления кумуляции. В военной технике кумулятивные снаряды применяются уже давно. Их действие — это узкие и глубокие пробоины в броне. Кумулятивная водяная струя от «гидропушки» легко разбивает на куски твердые породы, в частности каменноугольные пласты, что значительно облегчает его добычу.

12.2. Схлопывание пузырьков в жидкости

Если в жидкости образована пустая сферическая полость, то под влиянием окружающего давления она будет стремительно заполняться. Пусть при этом движение жидкости сферически симметрично. Сама жидкость невязкая и характеризуется плотностью ρ и давлением на границе пузырька P_0 . Тогда начальная полная энергия

$$E = P_0 \frac{4}{3} \pi R_0^3,$$

где R_0 — исходный радиус пузырька.

Из простейших размерностных соображений ясно, что в процессе схлопывания пузырька давление P и скорость v границы полости будут изменяться с изменением радиуса R по закону

$$P \sim \frac{E}{R^3},$$

а

$$v^2 \sim \frac{E}{\rho} \frac{1}{R^3}.$$

В результате при $R \rightarrow 0$ (фокусировка полости) скорость движения границы и давление неограниченно возрастают. Вместе с ростом давления происходит концентрация (кумуляция) плотности энергии.

Задача о схлопывании пустой сферической полости в жидкости связана с задачей о сильном взрыве в атмосфере (см. § 11.5). Процесс схлопывания является обращением во времени процесса распространения фронта ударной волны при сильном взрыве. В итоге можно считать, что радиус полости будет изменяться со временем t как

$$R \sim \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/5} (-t)^{2/5},$$

а скорость границы полости

$$v \sim \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/5} (-t)^{-3/5};$$

при этом за время $t = 0$ принят момент фокусировки.

Мы рассматривали схлопывание пустой полости в несжимаемой невязкой жидкости и пришли к явлению неограниченной кумуляции. Может быть это случайное следствие идеализации постановки задачи? Последовательный учет вязкости среды привел к выводу, что вязкость устраняет кумуляцию только в очень маленьких пузырьках (например, у воды размеры таких пузырьков должны быть $< 0,8 \cdot 10^{-6}$ м). Учет сжимаемости не устраняет неограниченной кумуляции. Несомненно предел кумуляции в этом явлении устанавливает атомизм, ибо при размерах пузырьков сравнимых с атомными среда не может рассматриваться как сплошная и кумуляция прекратится.

Явление схлопывания пузырьков в жидкости представляет существенный практический интерес, ибо оно является одной из причин быстрого износа лопастей гребных винтов и гидротурбин, работающих с кавитацией (схлопывание пузырьков на металлической поверхности интенсивно ее разрушает). О кавитации речь будет идти в дальнейшем.

12.3. Сходящиеся сферические и цилиндрические ударные волны

Другим случаем неограниченной кумуляции являются сходящиеся сферические и цилиндрические ударные волны. Здесь в процессе фокусировки

плотность вещества всюду ограничена, но стремятся к бесконечно большим значениям скорость, давление и температура.

Сходящиеся ударные волны образуют вблизи центра огромные температурные градиенты и это ведет к диссипации (рассеянию) энергии за счет теплопроводности среды (и излучения). Однако последнее обстоятельство, как показывают расчеты, не может ограничить кумуляцию. Необходим поиск других механизмов, ведущих к ограничению кумуляции.

12.4. Роль неустойчивостей в ограничении кумуляции.

Создание сверхсильных магнитных полей

В процессе кумуляции малые возмущения могут повести к ограничению самой кумуляции. Простым и наглядным примером может явиться следующий. Тонкая цилиндрическая оболочка из идеальной жидкости, медленно вращаясь, быстро сходится к оси. В процессе схождения сама оболочка постепенно утолщается (ибо вещество здесь не исчезает), вращение усиливается (из-за сохранения момента импульса). Рост центробежной силы не позволяет оболочке дойти до оси, а далее следует разлет оболочки. Таким образом, в этом случае неограниченной кумуляции нет, и причиной явилось малое возмущение в виде слабого вращения, которое постепенно забрало всю энергию основного движения.

Рассмотренная задача о сходящейся к оси жидкой цилиндрической оболочке получила интересное практическое применение при создании сверхсильных магнитных полей. Медная оболочка в форме цилиндра (лайнер) окружается с внешней стороны зарядом В. В. Внутри цилиндра на краткое время создается максимально возможное продольное магнитное поле и в этот же момент производится подрыв В. В. Ударное действие В. В. на лайнер переводит его в жидкое состояние. Жидкая медь обладает высокой электропроводностью, и магнитное поле практически не может проникать в стенки лайнера (этот эффект будет нами рассмотрен в § 19.1). В результате осевого сжатия лайнера напряженность магнитного поля повысится во столько раз, во сколько раз уменьшится объем внутренней полости лайнера (практически на два порядка). Таким путем удалось создать импульсные магнитные поля с напряженностью в $10^8 \div 10^9$ А/м.

Для сравнения укажем, что вблизи атомных ядер магнитные поля могут быть порядка $10^7 \div 10^9$ А/м. При фокусировании мощных лазерных пучков напряженность магнитного поля достигает значений 10^9 А/м. У астрофизических объектов — быстровращающихся нейтронных звезд — пульсаров, магнитные поля оцениваются в $10^{12} \div 10^{14}$ А/м.

Заметим, что магнитное поле у поверхности Земли имеет значения в среднем 50 А/м, у Юпитера обнаружены поля в 10^3 А/м. На поверхности спокойного Солнца напряженность магнитного поля около 100 А/м.

12.5. Выход ударной волны на поверхность звезды.

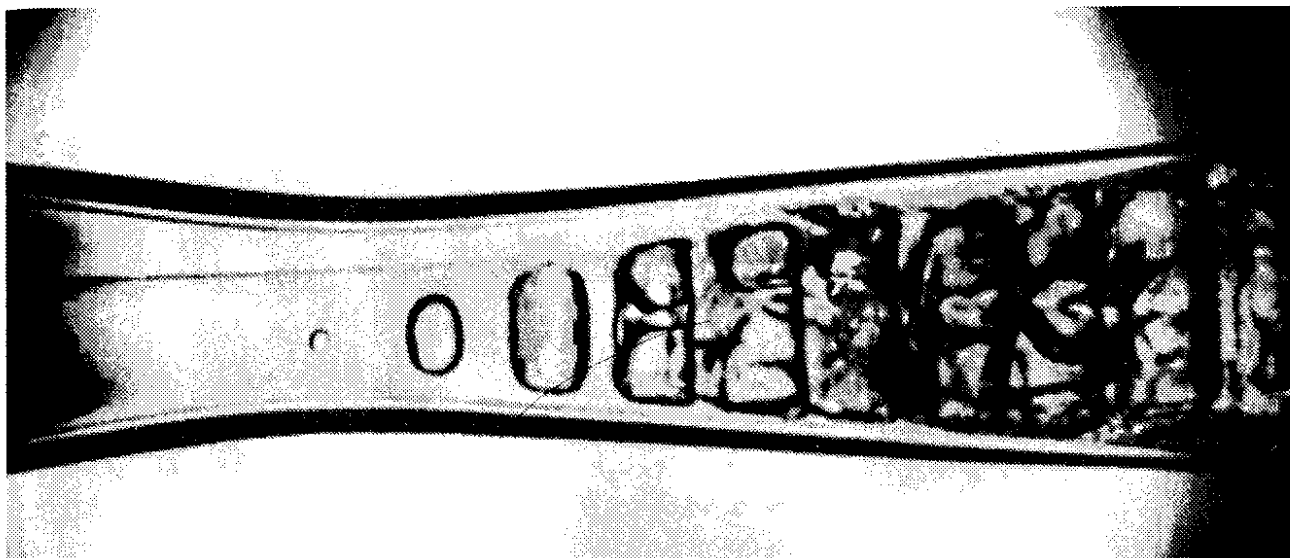
Происхождение космических лучей

Рассмотренные явления кумуляции имеют особое значение в астрофизических вопросах. Когда в центральных областях звезды происходят внутренние возмущения, сопровождающиеся резким повышением давления, образуется ударная волна, которая распространяется от центра к периферии и выходит на поверхность. Распространение ударной волны по газу с падающей до нуля плотностью, как это имеет место вблизи поверхности, сопровождается концентрированием (кумуляцией) энергии. Ведь здесь энергия сообщается неограниченно уменьшающейся массе вещества, так что удельная энергия — энергия единицы массы — неограниченно растет.

Имеется физическое сходство между процессами кумуляции при распространении ударной волны по газу с падающей до нуля плотностью и при схождении ударной волны в центр. Различие состоит только в причинах уменьшения массы, на которую падает энергия. В первом случае масса уменьшается вследствие уменьшения плотности газа, во втором — вследствие уменьшения объема.

При вспышке сверхновой звезды наблюдается сброс ее оболочки и, по-видимому, образование потока частиц самых высоких энергий, вплоть до $E \sim 10^{17}$ эВ. Эти явления могут быть поняты в рамках рассмотренных представлений о кумуляции энергии (см. также конец § 21).

В области «земных приложений» эффекты кумуляции могут оказаться существенными при создании экстремальных состояний вещества и электромагнитного поля (достижение высоких давлений, температур, напряженностей полей). Например, в такой важной и сложной проблеме, как управляемый термоядерный синтез, существует целый ряд направлений, основанных на кумуляции энергии. К ним относятся, в частности, импульсные системы, использующие для инициирования термоядерной реакции сходящиеся в центр (на дейтерий-третиевую мишень) лазерные пучки, в другом варианте — это сходящиеся релятивистские электронные пучки. К этим работам примыкает и быстрое ударное сжатие водородной плазмы внешним магнитным полем.



Кавитация в высокоскоростном потоке воды в сопле Лавалья. Кавитационные пузырьки возникают в самом узком месте сопла, где давление жидкости меньше давления насыщенных паров воды.

Верхний снимок демонстрирует случай, когда кавитация инициируется одиночными пузырьками в потоке, что приводит к периодическим колебаниям давления

Вблизи твердой стенки свободный кавитационный пузырек схлопывается и выбрасывает кумулятивную струйку. Последняя локально разрушает стенку, образуя в ней углубление. Микрофотография схлопывающегося пузырька с кумулятивной струйкой



§ 13. Кавитация в жидкости

В жидкости под влиянием естественного космического корпускулярного фона излучения (это один из факторов) всегда существуют микроскопические пузырьки, размерами $\sim 10^{-9} \div 10^{-8}$ м. Понижение давления над жидкостью может вызвать интенсивное парообразование внутрь пузырьков и поведет к их росту¹⁸⁾. Росту пузырьков будет способствовать и растворенный в жидкости газ (в обычных условиях это воздух).

¹⁸⁾ Здесь возможна аналогия с пузырьковыми камерами, служащими для регистрации частиц высоких энергий (см. Приложение).

Рост пузырьков сменяется их схлопыванием. При этом весь процесс занимает время $\sim 10^{-3}$ с. Во время схлопывания образуется ударная волна, сопровождающаяся резким повышением температуры и давления газа, содержащегося в полости пузырька. Оценки и измерения показывают, что в окружении пузырька перепад температур и давлений может быть соответственно $500 \div 800^\circ \text{C}$ и 4000 атм. Сам газ, находящийся в полости пузырька, под влиянием скачка уплотнения может испускать слабое видимое излучение.

При обтекании тел достаточно скоростными потоками жидкости ($\approx 40 \div 50$ м/с), в местах наибольшей скорости образуется пониженное давление, и это может вызвать местное кипение в жидкости, сопровождающееся ростом и последующим схлопыванием пузырьков. Это явление в гидродинамике называют кавитацией.

Заметим, что беспримесная жидкость, очищенная от микроскопических пузырьков, может выдерживать отрицательные давления (всестороннее растяжение без разрыва сплошности среды) порядка 10^3 атм. Реальные же жидкости, содержащие мельчайшие газовые пузырьки, способны выдерживать отрицательные давления лишь в несколько десятков атм.

Кавитация в быстротекущей жидкости может вести к образованию больших полостей (каверн) в местах пониженного давления и их «самоликвидации» в местах повышенного давления. Кавитация изменяет характер течения и вызывает уменьшение подъемной силы и рост сопротивления подводных крыльев высокоскоростных судов. Конструкционный материал гребных винтов, лопастей водяных турбин и скоростных насосов благодаря кавитации подвергается эрозии и разрушению.

При количественном изучении кавитации можно исходить из уравнения Бернулли

$$P + \rho \frac{v^2}{2} = \text{const},$$

соответствующего приближению идеальной несжимаемой жидкости. Для стационарных течений на основе этого уравнения вводят безразмерный параметр (число кавитации)

$$\sigma = \frac{P - P_{\text{кр}}}{\frac{\rho}{2} v^2}, \quad (13.1)$$

где $P_{\text{кр}}$ — значение давления, при котором возникает кавитация. Обычно $P_{\text{кр}}$ принимается равным давлению насыщенных паров жидкости. Именно в этом последнем случае, как известно, начинается кипение жидкости.

Ясно, что если в потоке жидкости давление $P \simeq P_{\text{кр}}$, то кавитационные явления будут хорошо развиты. В этом случае за телом образуется единая полость — каверна, содержащая пары и газы. Согласно (13.1), такие режимы обтекания тел соответствуют числам кавитации σ близким к нулю. При малых σ размеры каверны могут значительно превосходить размеры тел.

Легко оценить величину силы сопротивления F_k , связанную с возникновением кавитационной каверны с площадью поперечного сечения S_k . Если воспользоваться полученным нами ранее общим соотношением

$$F = C \rho v^2 S,$$

то для кавитационного коэффициента сопротивления можно написать

$$C_k = \frac{F_k}{\rho v^2 S_k}. \quad (13.2)$$

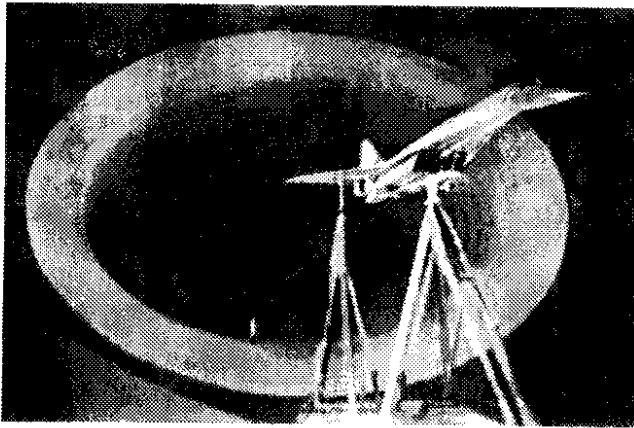
Если теперь заметить, что в (13.1) $[P - P_{кр}] \sim F_k/S_k$, то (13.2) переписывается в виде

$$C_k = k\sigma,$$

где k зависит от типа течения и принимает значения $k = \pi/4$ для плоских течений и $k = 0,9 \div 0,95$ для осесимметричных течений.

Явления кавитации могут искусственно создаваться тем или иным способом, например, путем подачи в область разрежения около тела какого-либо газа. Это делается для того, чтобы в гидродинамических трубах моделирование явления кавитации производить не при скоростях потока >50 м/с, как это бывает в натуральных условиях, а при скоростях лишь в несколько м/с. При таком моделировании, необходимо, чтобы искусственные и естественные каверны существовали при одинаковых числах кавитации σ ¹⁹⁾.

¹⁹⁾ Для полного подобия необходимо также равенство чисел Рейнольдса Re и ряда других.



Модель Ту-144 в большой аэродинамической трубе ЦАГИ (с открытой рабочей частью). Модель установлена на аэродинамических весах, позволяющих вести измерения сил и моментов сил, действующих на обтекаемое тело при эволюциях его положения.

У вентиляторов трубы показана фигура человека в белом халате. Это позволяет оценить масштабы установки

§ 14. Моделирование и опыт

14.1. Аэродинамические и плазменные трубы

Основные представления теории подобия и моделирования явлений в гидродинамике были изложены в § 6.1. При движении тел в среде при больших числах Рейнольдса (см. § 6.3), например, для силы сопротивления имеет место связь

$$F = C \rho v^2 L^2, \quad (14.1)$$

где ρ — плотность среды, L — характерные размеры тела, v — скорость его движения, C — безразмерный коэффициент, зависящий от формы тела. При этом коэффициент сопротивления C может быть лишь функцией безразмерного числа Рейнольдса

$$C = f(\text{Re}). \quad (14.2)$$

Напомним, что число Рейнольдса есть безразмерная комбинация ρ , v , L и коэффициента вязкости η , а именно

$$\text{Re} = \frac{\rho v L}{\eta}. \quad (14.3)$$

Выражение (14.1) было получено из соображений размерности, причем никаких указаний о численном значении коэффициента пропорциональности C эти соображения, естественно, дать не могли. Сама функция (14.2) может быть определена из эксперимента по продувке модели тела в аэродинамической трубе.

Функция (14.2) не универсальна и для каждого тела, определенной геометрической формы, она своя. Например, для неограниченного цилиндра с круговым сечением эта функция представлена на рис. 14.1. Из этого рисунка видно, что эмпирическая функция $C = f(\text{Re})$ весьма сложна и ее ход отражает изменение характера обтекания тела с ростом числа Re (см. § 6.3 и рис. 6.1 *a*, *b*, *в*).

Как была получена кривая рис. 14.1? Экспериментаторы брали круговой цилиндр определенного радиуса R и достаточно большого удлинения.

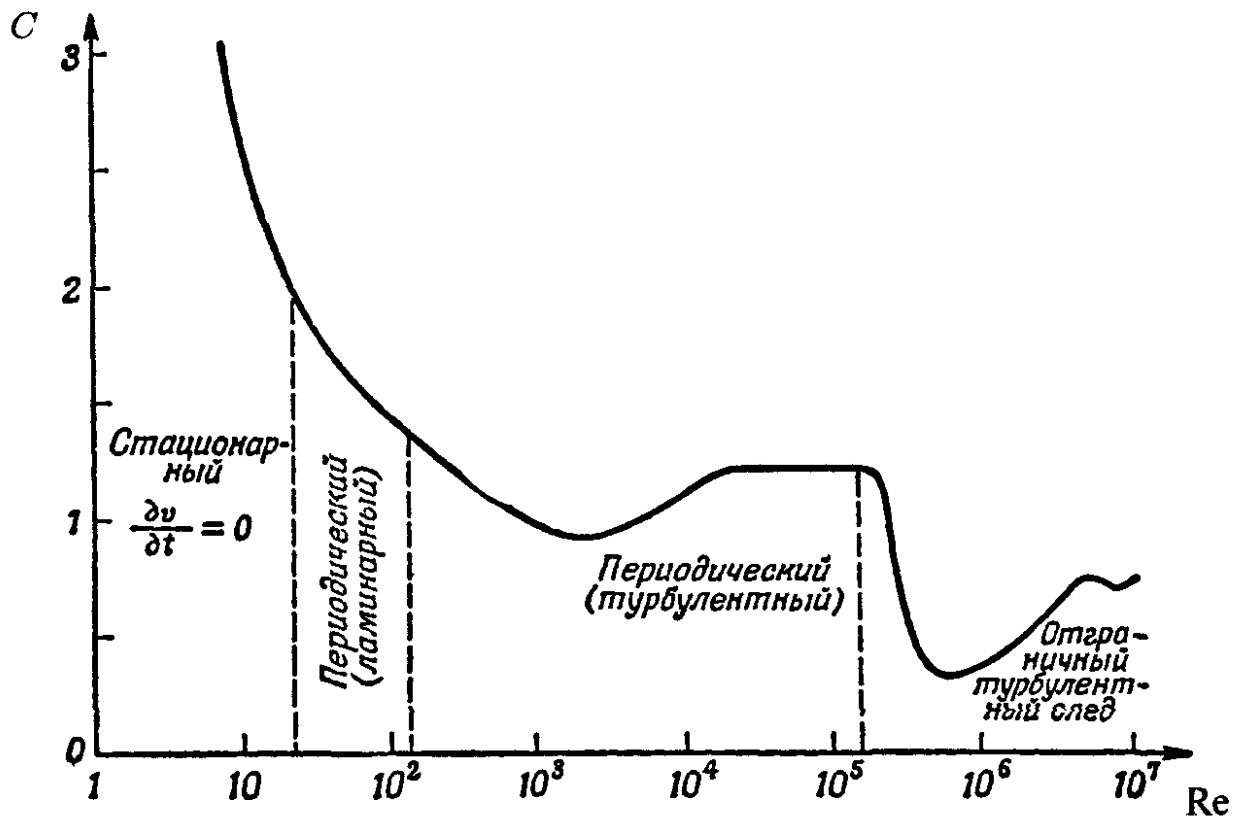


Рис. 14.1. Коэффициент сопротивления C кругового цилиндра как функция числа Рейнольдса Re

Помещали это тело в определенную среду (с данной плотностью ρ и вязкостью η) и создавали течение этой среды, меняя значение ее скорости v . При этом изменение числа Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho R}{\eta} v = \text{const} \cdot v$$

сводилось к изменению скорости v потока среды. Само значение коэффициента C определялось из (14.1):

$$C = \frac{F}{\rho R^2 v^2} = \frac{F}{\text{const} \cdot v^2}$$

и требовалось измерять лишь силу сопротивления F .

Экспериментально найденная функция $C = f(Re)$ применима для любых круговых цилиндров (геометрически подобной формы с исходным телом) при их движении в любых непрерывных средах, которые могут характеризоваться плотностью и вязкостью. При этом ставить каждый раз новый эксперимент в гидродинамическом канале или аэродинамической трубе уже не требуется. Теперь аэродинамические характеристики натуральных объектов рассмотренной формы могут быть получены чисто расчетным путем.

Однако, чтобы переносить результаты, полученные при испытании модели в аэродинамической трубе, на натурные летательные аппараты, необходимо обеспечить равенство чисел Рейнольдса для модели и натуре (см. § 6.1)

$$Re_m = Re_n,$$

или

$$\frac{\rho_M v_M L_M}{\eta_M} = \frac{\rho_H v_H L_H}{\eta_H}. \quad (14.4)$$

Поскольку размеры модели много меньше размеров натуральных объектов

$$L_M \ll L_H,$$

то для сохранения равенства (14.4) обычно повышают плотность воздуха в аэродинамической трубе

$$\rho_M \gg \rho_H.$$

Последнее неравенство, согласно уравнению состояния идеальных газов

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT,$$

означает, что давление воздуха в аэродинамическом эксперименте должно быть значительно выше его давления в естественных условиях полета. К счастью, коэффициент вязкости η в газе не зависит от давления (см. конец § 5.4), т. е.

$$\eta_M = \eta_H.$$

Что касается скоростей газовых потоков в эксперименте и скоростей полета натуральных объектов, то они должны быть одинаковы

$$v_M = v_H,$$

ибо в общем случае (при больших скоростях) мы обязаны учитывать сжимаемость воздуха, т. е. обеспечивать равенство чисел Маха

$$\text{Ma} = \frac{v}{c_s} \quad (14.5)$$

для модели и натуре. В дополнительный критерий подобия (14.5) входит c_s — скорость звука, которая в газе не зависит от давления (см. § 11.2).

Что же представляют собой аэродинамические трубы? Обычно это замкнутый воздушный канал переменного сечения, в котором искусственно создается высокоскоростной газовый поток. Для дозвуковых скоростей иногда строят натурные аэродинамические трубы, имеющие огромные размеры. Мощности воздушных вентиляторов таких труб достигают значений 200 тыс. кВт и более. В них могут испытываться натурные объекты, поэтому рабочая часть трубы делается открытой. Ибо, согласно проведенному выше количественному анализу, при равенстве размеров модели и натуре, давление в трубе может быть атмосферным.

Фотография рабочей части дозвуковой аэродинамической трубы представлена на фото-заставке к этому параграфу. Для сравнения на фотографии внизу у вентиляторов показана фигура человека в белом халате. Испытуемый объект установлен на аэродинамических весах. Последние позволяют измерять силовые нагрузки, действующие на объект со стороны потока воздуха. С помощью аэродинамических весов может быть определена управляемость и устойчивость летательного аппарата, его поведение на режимах взлета и посадки.

Сверхзвуковые аэродинамические трубы непрерывного действия делаются с закрытой рабочей частью (см. рис. 14.2). В таких трубах могут испытываться лишь модели, а значит, в самих замкнутых герметичных трубах должно поддерживаться высокое давление газа. Сверхзвуковой поток воздуха в каналах трубы создается многоступенчатым осевым компрессором.

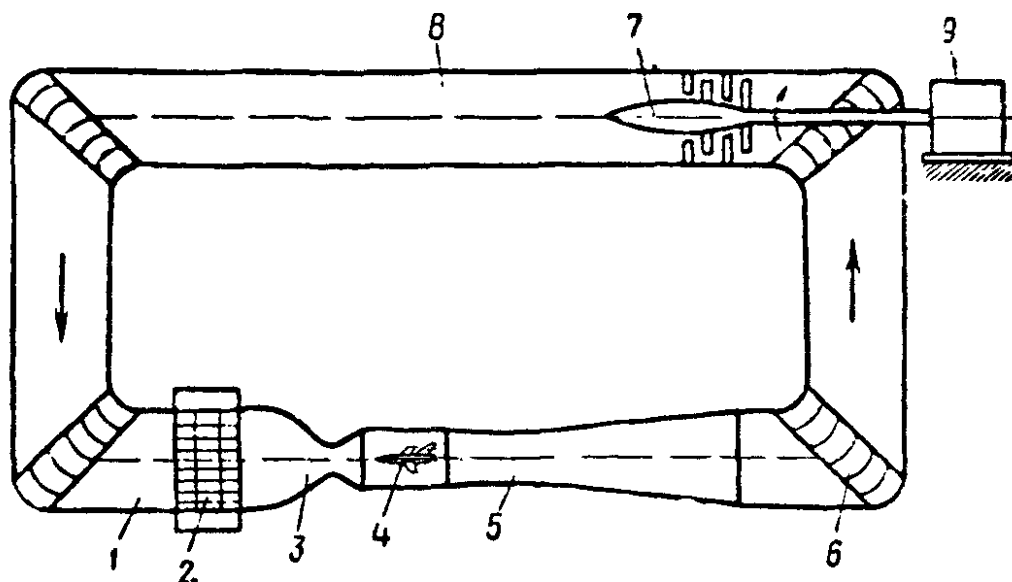


Рис. 14.2. Схема замкнутой аэродинамической трубы: 1 — форкамера, 2 — теплообменник для охлаждения рабочего газа, 3 — сопло, 4 — модель в рабочей части, 5 — диффузор, 6 — лопатки, изменяющие направление движения газа, 7 — компрессор, 8 — обратный канал, 9 — электромотор

В работе сверхзвуковых аэродинамических труб имеется ряд осложняющих обстоятельств. А именно, благодаря трению о стенки трубы и работе газодинамического компрессора, воздух нагревается и его необходимо непрерывно охлаждать. Кроме того, аэродинамический эксперимент в трубе требует воздуха, практически лишённого влаги. Ибо при прохождении через сопло Лавалю, перед рабочей частью трубы, воздух испытывает адиабатическое расширение и резкое охлаждение, что ведет к конденсации водяных паров и непредвиденному изменению состояния газа.

Очень важной задачей при создании аэродинамических труб является воспроизведение в рабочей части трубы однородного поля скоростей, давлений и температур в газовом потоке. Стенки трубы турбулизуют поток воздуха; ударные волны, возникающие на модели при сверхзвуковом обтекании, испытывают отражение от стенок трубы и искажают поток, для обеспечения достоверности аэродинамического эксперимента все эти мешающие факторы необходимо устранять.

Гиперзвуковые аэродинамические трубы позволяют исследовать картину обтекания тел воздушным потоком при числах Маха $Ma > 5$, т. е. при скоростях потока $v > 1,65$ км/с. В таких трубах газовый поток создается за счет разности давлений в форкамере и рабочей части. Большая батарея баллонов нагнетается до давлений $300 \div 500$ атм, а рабочая часть трубы соединяется с вакуумной емкостью (газгольдером), в которой

поддерживается вакуум в $10^{-3} \div 10^{-5}$ атм. Ясно, что такого рода труба будет работать кратковременно. Время ее действия зависит от массы запасенного в баллонах воздуха (обычно оно измеряется несколькими минутами).

В гиперзвуковых аэродинамических трубах, например, для получения газового потока с числом Маха $Ma = 8$, необходимо обеспечить отношение давлений в форкамере и рабочей части $P_{\text{ф}}/P_{\text{рч}} \sim 10^4$. Абсолютные значения давлений при этом: в форкамере 50 атм, в рабочей части — 10^{-3} атм. Соответствующее отношение температур газового потока, после прохождения сопла, будет $T_{\text{ф}}/T_{\text{рч}} \approx 14$. Если в форкамере трубы температура воздуха $T_{\text{ф}} = 288$ К (15° С), то в рабочей части она падает до $T_{\text{рч}} = 21$ К. Это приведет к сжижению (конденсации) практически всех компонент воздуха. Чтобы этого избежать, в конструкцию гиперзвуковых аэродинамических труб вводят подогреватели, при этом воздух нагревают до температур $\approx 1500^\circ$ С.

Возникновению ракетно-космической и аэрокосмической техники предшествовало, в частности, создание высокотемпературных (плазменных) аэродинамических труб. В них при $Ma \geq 20$ ($v \approx 8$ км/с) исследуются главным образом теплозащитные покрытия спускаемых в атмосфере Земли космических аппаратов. Воздух в форкамере этих труб, имея давление ≈ 100 атм, нагревается электродуговым способом до 6000 К и более, а время эксперимента составляет несколько секунд.

14.2. Баллистические установки и ударные трубы

В аэродинамической трубе испытываемая модель покоится, движется же воздух. Можно поступить иначе: в неподвижный воздух выстреливать модель. Согласно принципу относительности движения, оба рассмотренных случая эквивалентны. Однако, практически между ними эквивалентность неполная, ибо воздух, при своем движении в каналах аэродинамической трубы, испытывает всякого рода возмущения, в частности, турбулизуется на стенках трубы.

В баллистических методах (метание тел) есть и свои преимущества и свои недостатки. Например, они требуют экспресс-измерений и способов регистрации быстропротекающих процессов. Зато метание тел позволяет изучать газовые потоки при космических скоростях.

Максимальные скорости метания в артиллерийских системах что-то около $1 \div 2$ км/с. Это мало для наших целей, ибо нам нужны скорости выброса порядка 10 км/с. Рассматривая в § 11.4 сильные ударные волны, мы получили выражение для скорости распространения ударной волны

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2} \frac{P_2}{\rho_1}}, \quad (14.6)$$

где ρ_1 — плотность газа перед ударным скачком, P_2 — давление за ударным фронтом. Сама формула справедлива при условии $P_2 \gg P_1$, т. е. когда скачок давления на ударной поверхности велик. Согласно (14.6),

для получения возможно больших скоростей ударного фронта, надо пользоваться легкими газами (водород, гелий) и создавать высокий перепад давления. Сделаем численную оценку. Для реализации скорости v_1 ударной волны около 10 км/с, необходимо $P_2 \sim 10^4$ атм $\approx 10^9$ Па, а плотность легкого газа $\rho_1 \sim 10$ кг/м³. Эти цифры вполне доступны для технического воплощения идеи.

Были созданы двухступенчатые легкогазовые пушки. Схема такой установки приведена на рис. 14.3. Камера сгорания 1, способная выдерживать давления в несколько десятков тысяч атмосфер, заполняется смесью водорода с кислородом; эта смесь несколько разбавлена гелием. Выход из камеры сгорания закрыт легким поршнем 2 (из пластмассы или алюминия), который способен перемещаться вдоль цилиндрической камеры сжатия 3, заполняемой обычно гелием. Эта камера может быть и вакуумной форкамерой, с пониженным давлением в $10^{-2} \div 10^{-1}$ атм. Выход из камеры 3 закрыт поршнем — моделью 4; последняя может ускоренно скатываться вдоль направляющего ствола 5.

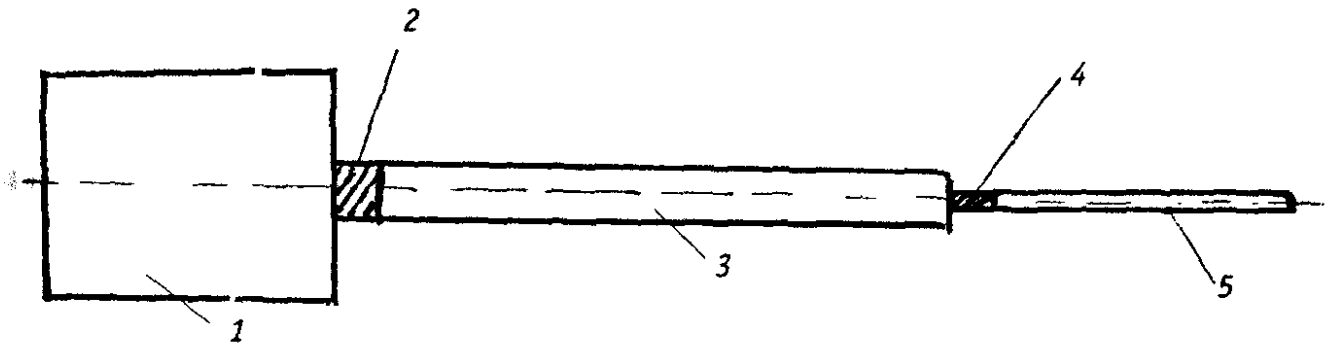


Рис. 14.3

Как работает баллистическая установка подобного типа? Электрический разряд от мощной батареи конденсаторов поджигает водородно-кислородную смесь в камере сгорания 1. Энергия, вводимая от батареи конденсаторов в ряде случаев достигает значений 60 000 Дж. Поршень 2, двигаясь с огромным ускорением, создает в камере 3 сильную ударную волну. Параметры газа в ударном слое достигают значений $P \sim 20\,000$ атм и $T \sim 6\,000$ К. Ударное действие газа с такими параметрами, выбрасывает модель массой около 2 г со скоростью превышающей 10 км/с. Время срабатывания всей установки $5 \div 6$ мс.

Выброс модели происходит в аэробаллистическую трассу, в которой давление воздуха может варьироваться. Вдоль трассы располагается контрольно-измерительная оптическая и иная аппаратура. В частности, по последовательному положению модели на трассе и времени пролета можно судить о ее скорости. Длина аэробаллистических трасс достигает 300 м. В них моделируется вход космических аппаратов в плотные слои атмосферы.

При переходе от гиперзвуковых к космическим скоростям движения тел в газовой среде, температура последней возрастает от тысячи градусов

до нескольких тысяч. Вследствие этого в газах идут различные физико-химические процессы: возбуждение молекулярных колебаний, диссоциация молекул, химические реакции, ионизация, световое излучение.

Если в целом газодинамические процессы протекают настолько быстро, что термодинамическое равновесие не успевает установиться, то кинетика указанных элементарных процессов приобретает решающее значение. Примерами таких задач являются: вход космических тел и аппаратов в плотные слои атмосферы; течения газов в каналах мощных ракетных двигателей; сильные взрывы в атмосфере.

Теоретическое изучение скоростей протекания всего комплекса элементарных процессов в реальных системах затруднено целым рядом обстоятельств, например, слишком грубым знанием законов взаимодействия молекул, находящихся в возбужденных состояниях и др. Обращение к эксперименту в указанных условиях является вполне естественным. Измерение эффективных сечений (см. § 5.1) элементарных процессов, времен релаксации (установления равновесия) по отношению к этим процессам производится на установках называемых ударными трубами.

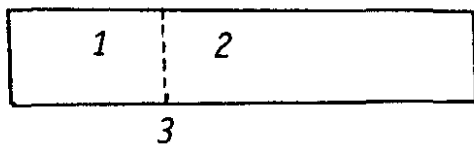


Рис. 14.4

Принципиальная схема ударной трубы представлена на рис. 14.4. Это закрытая удлинненная камера, разделенная тонкой металлической диафрагмой на две части. В одной части — камере высокого давления 1 — находится рабочий газ под давлением в десятки и сотни атмосфер, в другой части — камере низкого давления 2 — исследуемый газ в относительно разреженном состоянии при давлении в $10^{-2} \div 10^{-3}$ атм. В нужный момент стальная диафрагма 3 разрывается и происходит, по существу, метание плотного сжатого газа в газ разреженный. Образующаяся ударная волна быстро опережает положение контактной поверхности, т. е. границы между плотным толкающим газом — «поршнем» и газом исследуемым, высокий перепад давлений в окрестности диафрагмы формирует сильную ударную волну. Фронт этой волны несколько уширен благодаря некоторому разрежению среды.

Вспомним (см. конец § 11.3), что ширина L ударного скачка порядка длины свободного пробега l молекул.

На ширине фронта ударной волны сильно разогретый газ находится в неравновесном состоянии (см. § 11.3). Теория позволяет связать скорости элементарных процессов с распределениями плотности $\rho(x)$ и температуры $T(x)$ в релаксирующем слое. Измерение распределений $\rho(x)$ и $T(x)$ на ширине фронта ударной волны даст сведения о кинетике самих элементарных процессов в газе.

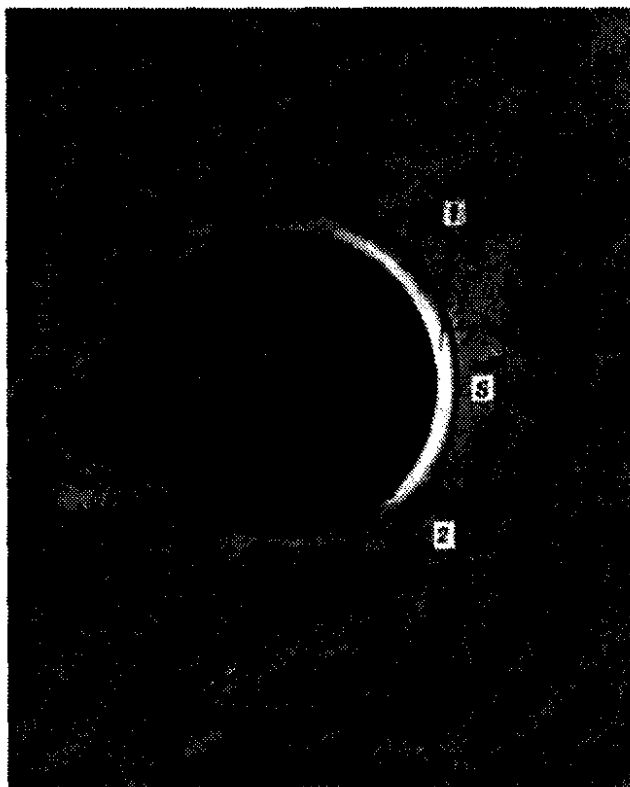
Изменяя перепад давления вблизи диафрагмы, можно регулировать величину температуры в ударном скачке (от 1 000 до 10 000 К и более). В связи с этим см. соотношение (11.20).

Заканчивая рассказ о современном газодинамическом эксперименте, отметим первые попытки создания аэродинамических труб. В России в период 1902—1906 гг. под руководством Н. Е. Жуковского были постро-

ены аэродинамические установки в МГУ и МВТУ. В Германии аэродинамические трубы появились в течение 1907–1909 гг., их создателем был Л. Прандтль (1875–1953).

Естественно, что результаты первых аэродинамических экспериментов носили во многом лишь качественный характер. В связи с этим поучительна судьба одной замечательной теоретической работы Сергея Алексеевича Чаплыгина (1869–1942), выдающегося аэрогидромеханика 20-го столетия, одного из создателей теории сверхзвуковых газовых течений. Вслед за работой Н. Е. Жуковского «О присоединенных вихрях» (см. § 6.4), содержащей метод расчета подъемной силы крыла бесконечного размаха, С. А. Чаплыгин построил теорию конечного крыла (1913 г.). В этом труде вводилось представление о сбегаящих концевых вихрях на крыле и индуктивном сопротивлении. Работа в математическом плане была очень изящной и последовательной и являлась развитием идей Чаплыгина, заложенных в предыдущих его статьях. Проверочные опыты Н. Е. Жуковского, поставленные в мало оснащенной примитивной аэродинамической трубе МГУ, дали отрицательные результаты. Это произвело на Чаплыгина сильное впечатление, ибо он хорошо понимал значение соотношения между теорией и экспериментом. Однако эксперимент должен быть добротным, чтобы решать судьбу теории. Этого Чаплыгин не учел, и на три года забросил теоретическую работу, занявшись преподаванием.

Однажды к Чаплыгину пришел его молодой коллега Б. Н. Юрьев (будущий академик) и показал опубликованную статью немецкого аэродинамика Прандтля по теории крыла конечного размаха. Результаты ее повторили работу С. А. Чаплыгина. Сергей Алексеевич отнесся к этому сообщению удивительно спокойно, он был вполне удовлетворен тем, что его ход мыслей был правилен и он мог снова возобновить теоретические исследования.



Ударная волна при гиперзвуковых скоростях

Шлирен-фотография нейлоновой сферической модели диаметром 4,8 мм, движущейся (слева направо) с гиперзвуковой скоростью, соответствующей числу Маха $Ma = 17,5$ в атмосфере ксенона в баллистической установке. Обратите внимание на малое расстояние между ударной волной S и сферой, а также на наличие области релаксации 2 между ударной волной и светящимся ионизованным газом 1. Численный эксперимент в этой области весьма актуален

§ 15. Эксперимент на дисплее

15.1. Кратко об ЭВМ

В Лос-Аламосе (США) в период работы над созданием ядерного оружия собралась замечательная интернациональная когорта крупнейших физиков, математиков, инженеров, эмигрировавших из стран, оккупированных Гитлером. Движимые стремлением скорее остановить распространение фашизма на планете, эти ученые создали много поразительных вещей. Среди них первая ЭЦВМ (электронная цифровая вычислительная машина), построенная в 1943 г. Среди имен, имевших отношение к созданию первой ЭЦВМ, были ученые такого масштаба, как венгерский математик Дж. Нейман и итальянский физик Энрико Ферми. Уже в 1946 г. Дж. Нейман сформулировал основные идеи и принципы построения современных ЭЦВМ.

Интенсивное внедрение ЭЦВМ в практику в большинстве высокоразвитых стран можно отнести к середине 50-х гг. Прикладная математика, занимающаяся сложнейшими задачами технической физики, при использовании таких средств, как ЭВМ, испытала огромный качественный скачок. Многие важные задачи, в принципе разрешимые, но требующие большого объема вычислительной работы, ранее не могли быть сделаны.

Чтобы представить себе, что происходит внутри ЭВМ, дадим описание ее шести основных узлов:

1. Математик-программист и оператор. Любая вычислительная система состоит из двух материальных частей: собственно ЭВМ и связанного с ее работой оборудования, и средств программирования, иначе говоря, программ, указывающих машине, что она должна делать. Эти программы разрабатываются людьми.
2. Входное устройство. Этот узел преобразует исходную информацию и команды в двоичный код, доступный машине. Информация и команды вводятся в ЭВМ посредством клавишных устройств, перфокарт, магнитных лент или других подчиненных ей устройств.
3. Устройство управления. Узел организует и координирует работу всей системы в соответствии с требованиями программы.
4. Запоминающее устройство. В этом узле хранятся отдельные инструкции программы и данные, которыми ЭВМ пользуется по мере надобности.
5. Электронный блок. Арифметическое и логическое устройство, которое по команде блока управления выполняет различные операции над числами и выводит решения.
6. Выходное устройство. Этот узел преобразует машинный язык в понятные человеку символы, слова или изображения. В такой форме информация появляется на ленте печатающего устройства или на экране электронно-лучевой трубки.

Когда человек приказывает машине произвести ту или иную операцию, он сначала должен перевести команду на доступный машине язык или код. В основе этого языка лежит двоичная система счисления, которая отличается от применяемой нами обычной десятичной системы тем, что в ней приняты только две цифры — 0 и 1. Для ЭВМ это самый доступный язык, так как все его компоненты могут пребывать лишь в двух состояниях — «включено» и «выключено». Обычно нуль представляет «выключено». Комбинацией этих двух цифр можно представить любой комплекс текстовых и цифровых данных.

15.2. Что такое численный эксперимент?

Не будем пытаться сразу ответить на этот вопрос. Начнем со схемы постановки задачи исследования. Прежде всего производится физический анализ задачи, т. е. отбираются существенные факторы, а несущественными пренебрегают. Затем, используя фундаментальные физические связи для исследуемой области, составляют уравнение или систему уравнений, относящихся к данной задаче.

Обычно уравнения задачи дифференциальные, а для их решения необходимы еще начальные и граничные условия, значения коэффициентов уравнений и т. п. Все эти данные входят в постановку задачи.

Может случиться так, что сформулированные уравнения не поддаются аналитическому решению. Тогда приходится их упрощать, опуская те или иные члены в уравнении. Но это означает, что мы сужаем область применимости решений уравнений.

Если же сама постановка задачи не позволяет упрощать уравнения, а их аналитического решения нет, то необходимо прибегнуть к численным методам.

В численных методах непрерывная область существования исследуемых функций заменяется: в одномерном случае — дискретным набором чисел на числовой оси, в двумерном случае — сеткой чисел, в трехмерном — решеткой чисел. Сами непрерывные функции заменяются таблицей ее значений, например, в сетке. Операции анализа, действующие над непрерывными функциями, заменяются алгебраическими операциями над значениями функции в сетке. Но прежде должна быть показана возможность сведения дифференциального уравнения задачи, например, к системе алгебраических уравнений. Тогда решение последней будет давать значения искомой функции в дискретных точках сетки.

Сказанное означает, что сами численные методы суть приближенные. Уменьшая шаг в числовой сетке или решетке, мы повышаем точность расчетов, но зато неимоверно увеличиваем объем необходимых вычислений. Появление ЭВМ с большой скоростью счета (до $10^6 \div 10^9$ операций в секунду) позволило реализовать числовой подход, даже в очень сложных случаях, в полной мере.

Итак, численные методы позволяют сводить решение сложных математических задач к выполнению конечного числа элементарных операций над числами. Для поставленной задачи разрабатывается алгоритм ее решения, представляющий собой последовательность арифметических и логических операций. Вместе со вспомогательными операциями — записи промежуточных результатов, выборки из таблиц и т. п., мы получаем программу вычислений для ЭВМ.

При решении сложных задач очень важно указать точное аналитическое решение для каких-либо частных случаев. Проведя численный расчет для таких случаев и сравнив результаты с аналитическим решением, можно судить, насколько точен метод расчета. Если к тому же некоторые варианты задачи удастся изучить экспериментально, то расчет таких вариантов особенно ценен. Сравнение результатов вычислений с данными эксперимента позволяет составить общее мнение о достоверности принятого рассмотрения и оценить границы его применимости.

Проделанная указанного рода работа позволяет уверенно приступить к проведению численного эксперимента. В итоге мы подошли к ответу на вопрос, вынесенный в заголовок § 15.2.

В численном эксперименте варьируют различные параметры задачи (начальные и граничные условия, значения коэффициентов уравнений и т. п.). В результате выявляются основные закономерности, оценивается влияние различных факторов и удается собрать столь богатую информацию об изучаемых процессах, которую практически не получить в физических экспериментах.

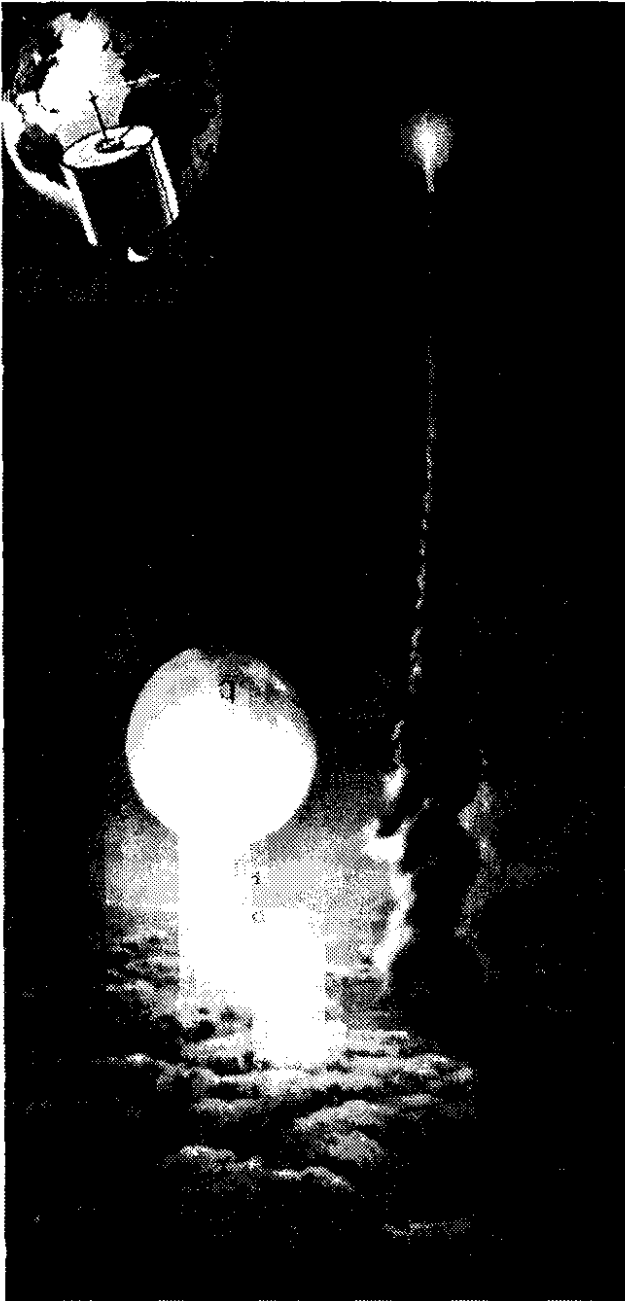
При этом в численном эксперименте, например, при изучении газовых потоков, полученные результаты гораздо ближе к натурным условиям, чем полученные в опытах по продувке моделей в аэродинамических тру-

бах. Дело в том, что в трубах на газовый поток влияют стенки, различного рода датчики, отраженные от стенок скачки уплотнения и т. д. Кроме того, в аэродинамических трубах трудно удовлетворить всем необходимым критериям подобия. В численном же эксперименте изучается математический «газовый поток», полностью удовлетворяющий натурным условиям.

Стоит обратить внимание и на экономическую сторону дела. Мощности, потребляемые большими аэродинамическими трубами приближаются к $0,4 \cdot 10^6$ кВт (это мощность современной ТЭЦ). Что касается энергопотребления ЭВМ, то оно исчезающе мало по сравнению с указанными цифрами.

Замечательной особенностью численного эксперимента является возможность моделировать условия, которые еще невозможно создать в лаборатории. В качестве примера укажем на задачи о внутреннем строении звезд, связанные с экстремальными условиями существования вещества. Сюда же можно отнести и задачу о входе космического аппарата в плотную атмосферу планет, особенно имеющих состав атмосферы отличный от земной.

Подчеркнем однако то, чего не может принципиально сделать численный эксперимент: на ЭВМ нельзя открыть новый фундаментальный закон природы. Если же фундаментальные уравнения теории уже сформулированы, то новые физические эффекты можно искать, исследуя эти уравнения, в частности, на ЭВМ.



Снимок с самолета (на высоте около 20 км) трассы ракеты-носителя с космическим спутником на борту.

В верхнем углу художник изобразил спутник на околоземной орбите.

Время жизни спутника будет определяться его торможением в сильно разреженной среде, к которой гидродинамика не применима. Здесь работает молекулярная кинетическая теория газов.

Фото В. Лебедева

§ 16. За пределами гидродинамики

16.1. Походный термос и торможение спутников

В этом параграфе будет рассмотрен материал, относящийся к явлениям, происходящим в сильно разреженных газах. Строго говоря, эти вопросы лежат вне компетенции гидромехаников. Однако решение таких задач практики, как движение спутников на близких околоземных орбитах, полет аппаратов аэрокосмической техники или следование космических станций по межпланетным трассам, потребовали детальных теоретических разработок. Так появились пограничные области знания: ионосферная аэродинамика, молекулярная газовая динамика.

Проанализируем различие подходов при изучении неразрезанных газов и газов сильно разреженных. Представления о процессах переноса в газах, таких как диффузия, вязкость, теплопроводность, развитые в предыдущих параграфах, справедливы в том случае, если длины свободных пробегов молекул $l \ll L$. Под L подразумеваются размеры сосуда, в котором находится газ, или размеры тела, движущегося в газе.

Рассмотрим газ в условиях, когда $l \gg L$; такой газ называют сильно разреженным. Изучим процесс теплопередачи в сильно разреженном газе. Для этого, например, поместим в сосуд две пластины с различными температурами T_1 и T_2 и находящимся на расстоянии L друг от друга.

Для неразрезанного газа, как известно, механизм передачи тепла сводится к случайному блужданию носителей энергии — молекул; это «тернистый путь» через многократные межмолекулярные столкновения. Другой механизм складывается для сильно разреженного газа: здесь межмолекулярные столкновения отсутствуют, молекулы испытывают рассеяние непосредственно на пластинах. Получая энергию от пластины с более высокой температурой и отдавая часть своей энергии пластине с более низкой температурой, молекулы осуществляют передачу энергии.

Говорить для сильно разреженного газа о градиенте температуры в пространстве между пластинами не имеет смысла. Однако по аналогии с соотношением $j_\varepsilon = -\kappa dT/dx$ вводится

$$j_\varepsilon = -\kappa \frac{T_2 - T_1}{L}. \quad (16.1)$$

Как оценить κ в случае сильно разреженных газов? Исходим из выражения (5.14) $\kappa \sim n c_p v l$, в котором совершаем переход

$$l \rightarrow L, \quad (16.2)$$

тогда

$$\kappa \sim n c_p v L. \quad (16.3)$$

Отсюда видно, что κ в случае сильно разреженных газов не является характеристикой самого газа, поскольку зависит от геометрии сосуда (через L).

Еще одним аргументом в пользу вышесказанного, является следующее. В неразрезанных газах коэффициент теплопроводности κ не зависит от плотности n числа частиц в газе. Действительно,

$$\kappa \sim n c_p v l \sim n c_p v \frac{1}{n \sigma} \sim c_p \frac{v}{\sigma}.$$

Здесь мы воспользовались соотношением $l \sim 1/n\sigma$, где σ — эффективное сечение взаимодействия молекул. В сильно разреженных газах указанная зависимость l от n отсутствует, ибо имеет место (16.2), а значит и (16.3). Согласно же последнему, изменение плотности n числа частиц ведет к изменению κ .

На практике описанная ситуация может выглядеть следующим образом. Станем измерять теплопроводность в газе, заключенном между стенками с различными температурами. Начнем измерения теплопроводности

газа при нормальном атмосферном давлении. Постепенная откачка газа из пространства между стенками не влияет на теплопроводность. Однако по мере разрежения газа мы достигаем момента, когда длины пробега молекул сравниваются с расстоянием между стенками. При дальнейшей откачке газа теплопередача будет быстро падать.

Указанный эффект используется в теплоизолирующих сосудах Дьюара. Знакомый нам термос для хранения горячих или холодных напитков, сосуды для сжиженных газов — имеют двойные стенки с достаточным вакуумом между ними.

Внутреннее трение в сильно разреженных газах испытывает аналогичные изменения. Рассмотрим две твердые поверхности, движущиеся друг относительно друга со скоростью u . В пространстве между поверхностями находится сильно разреженный газ. Тогда вместо (4.1), запишем

$$\Pi = -\eta \frac{u}{L}, \quad (16.4)$$

где Π — сила трения, действующая на единицу поверхности пластин, L — расстояние между пластинами.

Оценка величины η будет основана на (5.15), с заменой l на L , т. е.

$$\eta \sim n m v L. \quad (16.5)$$

Сила сопротивления F , действующая на движущееся в сильно разреженной атмосфере тело, будет

$$F \sim \Pi \cdot S \sim (n m v) u S, \quad (16.6)$$

где S — площадь поверхности тела, u — скорость тела, $(n m v)$ — плотность молекулярного импульса, передаваемого телу.

В качестве примера применения формулы (16.6), рассмотрим торможение спутника, движущегося в высших слоях атмосферы. Пусть высота h круговой орбиты спутника равна 200 км. Известно, что на этой высоте атмосфера состоит главным образом из легких газов, среди которых молекулярному водороду H_2 отводится основная роль. Этим высотам соответствуют плотности $\rho = 3 \cdot 10^{-10}$ кг/м³ и температуры $T \approx 1000$ К. Что касается самого спутника, то положим, что его полная внешняя поверхность $S = 1$ м², скорость на орбите $u = 8$ км/с и масса спутника $M_c = 1000$ кг.

Прежде всего выясним, удовлетворяется ли соотношение $l \gg L$ на указанных высотах. Длина свободного пробега молекул $l \sim 1/(n\sigma)$ определяется через плотность n числа частиц и эффективный поперечник σ рассеяния. Само $n = \frac{\rho}{m_{H_2}} \sim \frac{3 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-27}} \sim 1,5 \cdot 10^{17}$ частиц/м³, где m_{H_2} — масса молекулы водорода. Поперечник рассеяния молекул при их столкновении, по данным § 5.1, равен $\sigma \approx 1 \cdot 10^{-19}$ м². В результате

$$l \sim \frac{1}{n\sigma} \sim \frac{1}{10^{17} \cdot 10^{-19}} \sim 10^2 \text{ м.}$$

Линейные же размеры спутника мы положили $L \approx 1$ м. Таким образом, мы вправе применять формулу (16.6) для расчета силы торможения,

испытываемой спутником. Однако в эту формулу входит средняя скорость \bar{v} теплового движения молекул. Оценим ее по значению средней квадратичной скорости

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \sim \left(\frac{3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-23} 10^3}{2 \cdot 10^{-27}} \right)^{1/2} \approx 4,5 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

В итоге

$$F_{\text{торм}} \sim (nm\bar{v})uS \approx (1,5 \cdot 10^{17} 2 \cdot 10^{-27} \cdot 4,5 \cdot 10^3) 8 \cdot 10^3 \cdot 1 \approx 10^{-2} \text{ Н.}$$

Расчет движения спутника с массой $M_c = 1000$ кг на указанных высотах, показывает, что его торможение приводит к потере высоты $\Delta h \approx 100$ м уже на первом витке. В результате время существования спутника на орбите оценивается в 4 месяца (в предположении неизменяющейся плотности атмосферы с уменьшением высоты)²⁰⁾.

Заметим, что если считать массу спутника $M_c = 10$ кг, то при равных прочих условиях, спутник совершит всего 20 витков (вместо 2000 у массивного спутника) и сгорит на высоте около 100 км.

16.2. Как можно накопить ядерное топливо

Любопытные эффекты наблюдаются при сообщении двух сосудов с сильно разреженными газами, находящихся при различных температурах. В этом случае, для неразрезанных газов, механическое равновесие установится при одинаковом давлении в обоих сосудах (только тогда не будет перетекания газа). А как будет формироваться равновесие в случае сильно разреженных газов?

Поскольку размеры отверстия малы по сравнению с длиной пробега молекул, то молекулы будут покидать сосуд независимо одна от другой. При этом молекулы, выходящие из отверстия, будут двигаться с той скоростью, с какой они подходят к отверстию. В таком «молекулярном пучке» число молекул, покидающих сосуд в единицу времени, будет Snv , где S — площадь отверстия. Так как $n = P/kT$, $v \sim \sqrt{kT/m}$, то

$$S nv \sim \frac{PS}{\sqrt{mkT}}. \quad (16.7)$$

Механическое равновесие сильно разреженных газов наступит, когда числа молекул, покидающих сосуды в 1 секунду, будут одинаковы. Другими словами, когда суммарным перенос вещества в обоих направлениях, через соединительный канал, будет отсутствовать. В итоге получим

$$\frac{P_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{P_2}{\sqrt{T_2}}. \quad (16.8)$$

²⁰⁾ В действительности, плотность атмосферы резко (по экспоненте) возрастает при спуске к Земле. Силы сопротивления перемещению спутника уже не будут определяться свободным молекулярным движением, а станут аэродинамическими, в частности, типа (6.8). Реальное время жизни спутника окажется порядка нескольких недель!

Заметим, что в случае неразрезанного газа мы имели бы соотношение

$$\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2.$$

На формуле (16.7) основан один из методов разделения изотопов. Обычно поступают следующим образом: элемент переводится в газообразное состояние, причем сам газ есть естественная смесь изотопов данного элемента. Из сосуда, заполненного разреженной газовой смесью, через малое отверстие выходит «атомный пучок». При этом, согласно (16.7), пучок будет обогащен легкими изотопами.

При небольшой разнице в массах изотопов, указанный процесс необходимо повторять несколько тысяч раз. Так, для обогащения урана U его легким изотопом ^{235}U на специальных промышленных предприятиях используют каскад из 4000 ступеней разделения. При этом работают с газообразной смесью $^{238}\text{UF}_6$, $^{235}\text{UF}_6$; сам фтор, как известно, одноизотопный элемент.

Наиважнейшей задачей начального периода практических работ по ядерной энергии было обогащение урана его легким изотопом ^{235}U , ибо именно последний испытывал ядерные превращения под воздействием нейтронов с выделением огромной энергии. Рассмотренный способ обогащения урана явился весьма эффективным. Он основан на методах газовой кинетики и гидродинамики. В связи с этим небезинтересно свидетельство одного из участников Уранового проекта в США (1940–1945 гг.) итальянского физика Эмилио Сегре²¹⁾: «Работы теоретического отдела Лос-Аламоса требовали не только знания ядерных проблем, но и очень широкого знания гидродинамики, и здесь неопределимую роль сыграли Джеффри Тейлор, знаменитый английский специалист в области прикладной математики, и Джон фон Нейман. Физики-теоретики, занимавшиеся ядром, вначале не так хорошо ориентировались в гидродинамике, но вскоре близко познакомились с ней».

Джеффри Тейлор (1886–1975) в области гидродинамики исследовал течение Куэтта и открыл в нем тороидальные вихри (см. § 7.5); рассматривал задачу о сильном взрыве (1941), однако с меньшей полнотой, чем это сделано в последующих работах Л. И. Седова и Дж. фон Неймана (см. § 11.5); первый опубликовал зарубежную теоретическую работу по кумулятивному эффекту (1948), но честь открытия этого эффекта и построения его гидродинамической теории (см. § 12.1) принадлежит российским ученым.

16.3. «Вакуум» в... кристалле и гидродинамика фононов

Речь пойдет о характере и способах описания теплового коллективного движения в диэлектриках при крайне низких температурах и о связанных с этим физических представлениях, содержащих, в частности, понятие «фононного вакуума».

²¹⁾ См.: Э. Сегре. Энрико Ферми — физик. М.: Мир, 1973. С. 183.

Представим себе следующую конструкцию: трехмерный набор шаров, связанных пружинками друг с другом, при этом каждый шар имеет шесть концов пружинки. Пусть геометрия конструкции кубическая. Если тронуть один из шаров — вывести его из положения равновесия, — то по пружинной пространственной решетке побежит волна. Эта волна, распространяясь вдоль решетки, будет попеременно сближать и удалять соседние шары друг от друга или смещать их в поперечном направлении. Достигнув грани кубической решетки, волна как-бы отразится от нее и пойдет в другом направлении. В итоге мы увидим, что все шары решетки пришли в движение (хотя бы слабое), а ведь начало всему дало смещение только одного из шаров.

Перейдем от модели пружинной трехмерной решетки к атомной кристаллической решетке. Шары предстанут в виде атомов, а пружинки заменятся на незримые межатомные силы взаимодействия. При этом характер межатомных сил — резкое отталкивание атомов при их тесном сближении и умеренное притяжение при удалении — неплохо передается поведением упругих сил пружинки при ее сжатии и растяжении.

Кристалл есть система сильно взаимодействующих атомов. По этой причине любое возмущение кристаллической решетки окажется ее коллективным возбуждением. Но что замечательно, так это то обстоятельство, что слабо возбужденное состояние кристаллической решетки может быть представлено в виде совокупности «элементарных возбуждений». Сами элементарные возбуждения ведут себя как своеобразные частицы («квазичастицы»). Их своеобразие, в частности, состоит в том, что они могут рождаться и исчезать. Их число в кристалле определяется значением температуры. При стремлении к абсолютному нулю температуры число квазичастиц также стремится к нулю.

Указанные результаты получены при применении принципов квантовой механики к исследованию динамики кристаллической атомной решетки. Речь о самой квантовой механике пойдет в следующем параграфе.

Когда мы рассматривали возбуждения пружинной решетки, то они сводились к распространению вдоль решетки упругих волн (продольных или поперечных). Но упругие волны есть не что иное, как волны звука (продольного или поперечного). Слабые возбуждения атомной кристаллической решетки, т. е. ее состояния при низких температурах, рассматривают как совокупность квантов звука — фононов. Фононы и есть описанные выше квазичастицы.

Фононы свободно движутся в занимаемом телом объеме и обладают энергией и импульсом, вернее квазиимпульсом. Квазиимпульс определяется неоднозначно, и это связано с периодической структурой кристаллической решетки. В этом еще одно отличие фононов от истинных частиц.

В обычном равновесном атомном или молекулярном газе составляющие его частицы имеют определенное распределение по импульсам и соответственно энергиям поступательного движения. Вид функции распределения зависит от температуры газа. То же самое можно ска-

зять и о фононном газе, но закон распределения фононов по энергиям соответствует их квантовой природе.

Применяя пучки тепловых нейтронов (от ядерных реакторов) для зондирования кристаллов, можно восстановить их энергетический фононный спектр. При этом энергии и импульсы монохроматических нейтронов пучка заранее известны, а их рассеяние на фононах кристалла, ведущее к изменениям энергии и импульса нейтронов, могут быть измерены. Использование при этом законов сохранения энергии и импульса позволяет найти энергии и импульсы порожденных фононов.

Таким образом, фононы это реальность, но реальность необычная. Так, фононы нельзя извлечь из кристалла, подобно эмиссии электронов из металла. Фононы есть отражение квантовой природы коллективных движений атомов в слабозвужденных кристаллах.

Рассмотрим поведение фононного газа в диэлектриках. Мы берем диэлектрические кристаллы по той простой причине, что их тепловое состояние описывается лишь газом фононов. В металлах, например, это не так: здесь требуется привлечение и фононов, и электронов.

При абсолютном нуле температуры диэлектрик не возбужден. Нет и фононов. Правда, существуют нулевые флуктуации «фононного вакуума» — так иногда называют основное состояние кристалла. Однако у этого состояния нельзя отнять энергию, и оно не участвует в тепловом движении.

Слабый нагрев диэлектрика ведет к рождению фононов. При этом температурная зависимость плотности n числа фононов очень резкая ($n \sim T^3$ при $T \rightarrow 0$ К). Будем рассматривать передачу тепла в монокристалле диэлектрика цилиндрической формы с высотой и диаметром L . Образец зажат между двумя пластинами с температурами T_1 и T_2 (пусть $T_2 > T_1$). При различных температурах пластин, различна и плотность числа фононов. Поэтому начнется естественный процесс выравнивания плотностей чисел фононов вдоль всего кристалла.

Вблизи абсолютного нуля температур плотности чисел фононов таковы, что длины свободных пробегов l фононов сравнимы с размерами образца кристалла ($l \sim L$). Тогда ситуация становится аналогичной той, которая рассматривалась нами в § 16.1, и сразу можно написать выражение для потока тепла в образце:

$$j_{\mathcal{E}} = -\kappa \frac{T_2 - T_1}{L},$$

а теплопроводность кристалла будет

$$\kappa \sim n c_p \bar{v} L,$$

где средняя скорость фононов $\bar{v} \sim c_s$, т. е. совпадает со скоростью звука. Таким образом, теплопроводность диэлектриков, в окрестностях абсолютного нуля температур, пропорциональна температуре в третьей степени:

$$\kappa \sim T^3.$$

Это следствие того, что от температуры по существу зависит лишь плотность числа фононов (напомним, что c_p — есть теплоемкость, приходящаяся на одну частицу).

Полученные связи имеют место в тех случаях, когда система фононов ведет себя как сильно разреженный газ. С ростом температуры и соответственно пополнением сообщества фононов возникают условия при которых $l \ll L$. Тогда для описания фононного газа нужны гидродинамические соотношения. Так, при температурах вдали от абсолютного нуля, но еще достаточно низких, перенос тепла в диэлектрических кристаллах рассматривают как пуазейлевское течение (см. § 4.2) вязкого газа фононов.

16.4. Флуктуационные явления в гидродинамике

Величины, рассматриваемые в гидродинамике, носят макроскопический характер (см. §§ 1, 2). Напомним смысл этого положения. Так, например, в гидродинамике под понятием «точка среды» разумеют физически бесконечно малый объем, т. е. область крайне малых размеров по сравнению с размерами самой системы, но большей по сравнению с межмолекулярными расстояниями в среде. Другими словами, предполагается, что локальный элемент объема жидкости или газа содержит еще достаточно большое число молекул (или атомов).

Приведем, в частности, статистическую интерпретацию такой величины, как плотность среды. Мысленно выделим в среде некоторый достаточно малый объем V . Пусть число молекул в этом элементе объема будет N . Тогда, по определению, плотность

$$\rho = m \frac{N}{V},$$

где m — масса отдельной молекулы.

Через границы рассматриваемого элемента объема, молекулы могут как покидать его, так и приходить извне. Отсюда ясно, что говорить о числе молекул в элементе объема можно лишь как об усредненной величине $\langle N \rangle$. В результате усредненная плотность

$$\langle \rho \rangle = m \frac{\langle N \rangle}{V}.$$

Найденные таким путем величины называют макроскопическими.

Макроскопические величины описывают тело (или его части) в целом. В состоянии термодинамического равновесия эти величины остаются постоянными с огромной точностью.

В нашем изложении мы подошли к вопросу о том, могут ли существовать явления, в которых наблюдаются отклонения (флуктуации) макроскопических величин от их средних значений? Да, такие явления существуют, и наиболее наглядным из них представляется броуновское движение взвешенной в жидкости макрочастицы (см. § 5.3). Это случайное беспорядочное движение происходит под влиянием флуктуаций давления.

Наше внимание, однако, будут занимать флуктуации плотности среды. Последние сводятся к флуктуациям числа частиц

$$\Delta N = N - \langle N \rangle,$$

где N — мгновенное число частиц в элементе объема. Понятно, что ΔN может иметь как положительное, так и отрицательное значение. По этой причине $\langle \Delta N \rangle = 0$, а значит необходимо иметь дело с величиной $\langle (\Delta N)^2 \rangle$.

Оказывается, что относительная флуктуация числа частиц в элементе объема сводится к простой зависимости

$$\frac{\sqrt{\langle (\Delta N)^2 \rangle}}{\langle N \rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{N}}.$$

В применении к телу в целом (или его макроскопическим частям), когда число частиц, например, в 1 см^3 имеет порядок величины 10^{19} (в газах) и 10^{22} (в жидкостях), относительные флуктуации будут на уровне 10^{-9} и 10^{-11} соответственно. Фиксировать в эксперименте такие отклонения от усредненной плотности среды практически невозможно.

Природа, тем не менее, «позаботилась» о существовании явлений, которые целиком определяются флуктуациями плотности среды. Так, в земной атмосфере происходит рассеяние солнечного света на флуктуациях плотности воздушной среды. Для рассеяния света с длиной волны λ существенны флуктуации плотности, происходящие в объемах λ^3 . При этом длины свободных пробегов l молекул воздуха должны удовлетворять условию $l \ll \lambda$. В этом случае «работает» соотношение Рэлея:

$$\frac{\left(\begin{array}{c} \text{Полная интенсивность света,} \\ \text{рассеянного по всем направ-} \\ \text{лениям в ед. объема среды} \end{array} \right)}{\left(\begin{array}{c} \text{Плотность потока} \\ \text{падающего света} \end{array} \right)} \sim \frac{n^2}{\lambda^4 \left(\frac{N}{V} \right)},$$

где n — оптический показатель преломления среды. Из приведенной формулы видно, что коротковолновая часть светового излучения испытывает особенно сильное рассеяние.

Найдем порядок величины относительных флуктуаций плотности в атмосфере при рэлеевском рассеянии света. Для этого воспользуемся некоторыми оценками из § 5.1. Исходный объем среды

$$V \sim \lambda^3 \sim (5 \cdot 10^{-7} \text{ м})^3 \sim 1 \cdot 10^{-19} \text{ м}^3.$$

Число частиц в этом объеме

$$N \sim \left(\frac{N}{V} \right) V \sim (3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}) \cdot 10^{-19} \text{ м}^3 \sim 3 \cdot 10^6.$$

Относительная флуктуация плотности определится как $1/\sqrt{N}$, т. е. будет порядка 10^{-3} .

Отмеченное обстоятельство объясняет голубизну нашего неба. Если бы свет не испытывал рассеяния в атмосфере, то небо было бы черным. Именно таким его видят космонавты с борта орбитальных аппаратов.

Другим примером флуктуационных явлений, допускающих экспериментальное изучение, является рассеяние света на флуктуациях плотности вблизи критического состояния жидкость—пар²²). Дело в том, что в окрестности критической точки сжимаемость вещества (см. § 9.2) резко возрастает, вместе с ней резко возрастают и флуктуации плотности вещества. В итоге, плотность самой среда заметно меняется от точки к точке.

В условиях существенной неоднородности среды размеры флуктуаций плотности достигают значений порядка тысяч межатомных расстояний. Длины световых волн, как известно, имеют те же значения расстояний. В результате рассеяние света веществом становится особенно сильным. Среда оказывается совершенно непрозрачной (явление критической опалесценции).

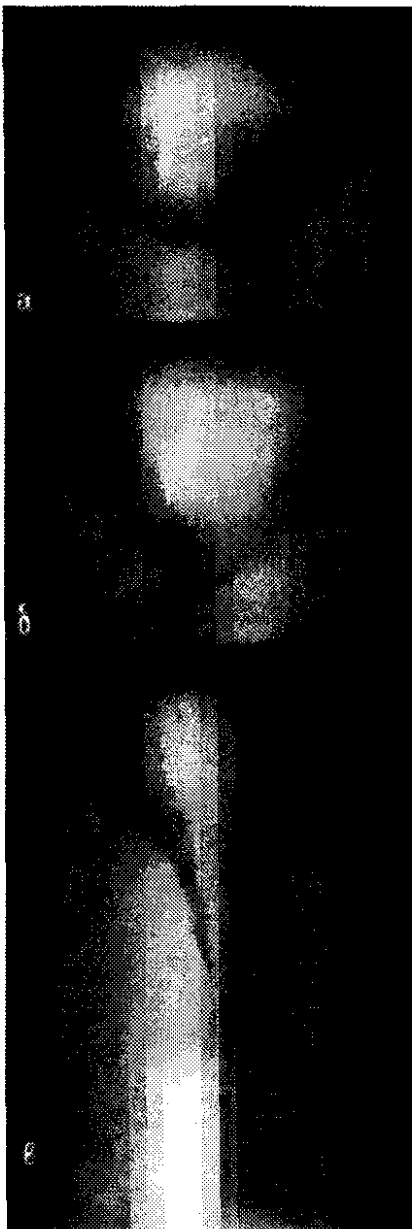
Одним из механизмов резкого возрастания размеров флуктуирующих областей в окрестности критической точки (в которой исчезает различие между жидкостью и ее паром) является быстрый рост флуктуаций давления. Адиабатичность такого рода флуктуации приводит к распространению возмущений в виде звуковой волны. Последняя охватывает расстояния гораздо большие, чем межатомные. В самой критической точке все вещество среды коллективизировано. Любое изменение, происходящее в одной части среды, отражается на состоянии всех остальных частей (про такие состояния говорят, что они коррелированы).

До сих пор мы имели дело с флуктуационными явлениями в неподвижных равновесных жидкостях (или газах). Установление влияния течения жидкости на характер флуктуаций, требует учета вязкости и теплопроводности среды. Согласно существующим представлениям, рассмотрение таких гидродинамических флуктуаций возможно с помощью полной системы уравнений гидродинамики, дополненных соответствующими флуктуационными членами.

Сами уравнения гидродинамики выражают собой просто сохранение массы, импульса и энергии (см. § 2). Поэтому они справедливы для любого движения, и, в частности, для флуктуационных изменений состояния жидкости.

Одним из следствий указанного подхода, явилось представление о том, что потеря устойчивости течением жидкости должна сопровождаться резким усилением величины гидродинамических флуктуаций. Так, переход упорядоченного конвективного течения (при критических значениях числа Рэлея — см. § 7.6) в хаотическую конвекцию, по-видимому, аналогичен рассмотренному «фазовому переходу» в окрестности критической точки жидкость—пар. В целом, однако, этот вопрос изучен недостаточно!

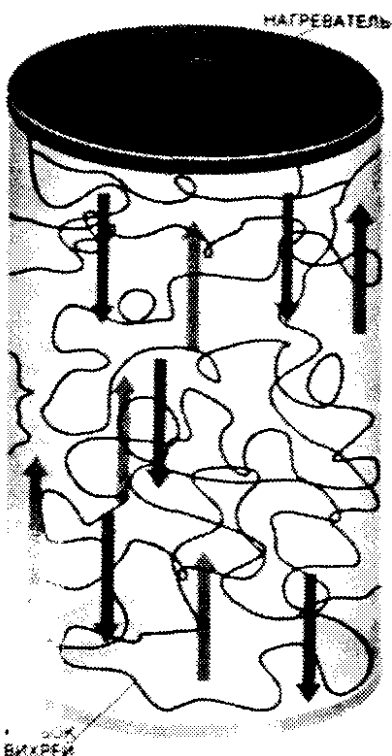
²²) У воды, например, критическое состояние осуществляется при давлении $P_k = 218$ атм и температуре $T_k = 647$ К (или 374° С).



Мениск вращающегося гелия

Уникальные фотографии из лаборатории Э. Андроникашвили показывают изменение формы мениска жидкого гелия, наполняющего вращающийся стакан (диаметр стакана 4 см, угловая скорость 5 оборотов в секунду), при переходе через λ -точку (точку фазового перехода 2-го рода):

- а) жидкий гелий выше λ -точки, мениск нормальный, как у любой жидкости;
- б) ниже λ -точки появляется сверхтекучая компонента, на параболическом мениске возникает коническое углубление, оттягиваемое системой вихрей;
- в) при переходе через λ -точку при больших скоростях вращения образуется центральный макроскопический вихрь



Сверхтекучая турбулентность

Сверхтекучая турбулентность в виде клубка квантованных вихрей появляется в том случае, когда нагреватель у одного конца канала передает в канал количество тепла, превышающее некоторую критическую величину. Противоток нормальной (темные стрелки) и сверхтекучей (светлые стрелки) компонент вызывает изгиб и закручивание квантованных вихрей-нитей

§ 17. Чудеса в лаборатории Капицы, или почему Ландау увлекся гидродинамикой

17.1. Жидкий гелий и квантовая механика

В Лейдене (Голландия) в июне 1958 г. на VI международной конференции по физике низких температур с обзорным докладом выступал Ричард Фейнман. В начале своего выступления он сказал: «Я езжу с конференции на конференцию, чтобы встретиться с профессором Ландау и очень сожалею, что нигде не могу его найти. Прежде всего потому, что я работаю по жидкому гелию, по которому он также сделал так много, и я хотел бы говорить с ним об этом. Но зато каждый раз мне приходится делать доклад, про который предполагалось, что сделает его он».

В своих «Воспоминаниях о жидком гелии» грузинский физик Элевтер Луарсабович Андроникашвили пишет²³⁾: «На мой вопрос, когда Фейнман начал заниматься жидким гелием, он ответил: “С тех пор, когда прочел Вашу статью о том, что жидкий гелий может стоять и двигаться одновременно. Сперва я подумал, что это какой-то сумасшедший. Дай думаю, посмотрю, кого благодарит этот Андроникашвили. Оказывается благодарит Капицу и Ландау. Тогда я решил, что в одном институте не может быть сразу трое сумасшедших и постарался понять, в чем тут дело. А потом заинтересовался этой проблемой и стал работать сам”».

Итак, Капица и Ландау. Петр Леонидович Капица с 1921 по 1934 гг. работал в Кембридже у Резерфорда. По возвращении на родину из долгосрочной командировки, уже в ранге «английского академика», по его проекту в Москве был построен ультрасовременный, по тем временам, институт — Институт физических проблем (ИФП).

Весной 1937 г. в ИФП появляется Лев Давидович Ландау, которого Капица приглашает сотрудничать. Они познакомились еще в 1929 г., когда Ландау совершал «активный вояж» по основным центрам теоретической физики, находившихся тогда в Дании, Германии, Англии, Швейцарии.

Капица стремился исследовать природу в ее крайних проявлениях. У Резерфорда он занимался сверхсильными магнитными полями, в Москве он посвящает себя области сверхнизких температур. Уже в конце 1937 г. Капица обнаруживает у жидкого гелия, при температурах близких к абсолютному нулю, отсутствие всякой вязкости.

Перед Ландау встала задача осмысления этого явления, названного сверхтекучестью. Было ясно, что сверхтекучесть, прежде всего, надо рассматривать как проблему гидродинамическую. Для Ландау гидродинамика в то время была мало знакомой областью. Находясь в течение всего 1938 г. в «вынужденном одиночестве», он продумал и вывел для себя все основные результаты классической гидродинамики. В период 1940–41 гг. Ландау создает новый раздел гидродинамики, одно из ее обобщений,

²³⁾ Э. Л. Андроникашвили. Воспоминания о жидком гелии. Тбилиси, 1980.

«двухскоростную» гидродинамику сверхтекучей жидкости. Однако не будем забегать вперед, а обсудим сперва свойства конденсированного гелия как квантовой жидкости.

Для этого необходимо совершить экскурс в квантовую механику.

К середине 20-х гг. XX века мировым центром теоретической физики была маленькая Дания. В Копенгаген к Нильсу Бору приезжали в то время молодые физики-теоретики из многих стран; среди них находился и Ландау. Это были необычайно талантливые и чрезвычайно работоспособные молодые люди. Их всех объединяло страстное желание понять парадоксальные свойства атомного мира. В постоянных дискуссиях, обсуждениях и беседах закладывались основы нового квантового мировоззрения в физике.

Каковы основные положения окончательно сформировавшейся в тот период квантовой механики? В зависимости от условий движения, в поведении микрообъектов обнаруживаются либо волновые свойства, либо свойства частиц. Связь между этими, как говорят, корпускулярными и волновыми представлениями осуществляется через законы случая.

Обратимся к электронам, связанным внутри атома. Они описываются так называемыми волнами вероятности. Эти последние в ограниченной области пространства образуют стоячие волны вероятности. Их физический смысл состоит в том, что в узлах этих волн электрон практически не обнаружить, а в пучностях волн его можно застать очень часто.

Как известно, стоячим волнам соответствует дискретный набор частот, а значит и дискретный спектр значений энергии. Таким образом, внутриатомный электрон может находиться лишь в некоторых избранных энергетических состояниях.

У атомов различных химических элементов схема расположения энергетических уровней строго индивидуальна. В основном невозбужденном состоянии атом имеет минимальное значение энергии и переходит в более высокие энергетические состояния лишь при получении вполне определенных (характерных для каждого сорта атомов) порций энергии.

При температурах, близких к абсолютному нулю, в свойствах атомной жидкости квантовые эффекты могут проявиться макроскопическим образом. В реальных условиях имеют дело, в сущности, с единственной квантовой атомной жидкостью — гелием, точнее, с его жидким изотопом ${}^4\text{He}$ ²⁴⁾.

Условием существования жидкого состояния, с классической точки зрения, является сравнимость средней кинетической энергии \overline{T} частиц и их средней энергии взаимодействия \overline{U} . Условие $\overline{T} \sim \overline{U}$ может быть записано в виде

$$\frac{\overline{p^2}}{m} \sim \overline{U}, \quad (17.1)$$

²⁴⁾ Речь идет о жидком гелии ${}^4\text{He}$, испытавшем фазовый переход 2-го рода. Гелий конденсируется при $T = 4,2$ К; указанный же переход жидкость—жидкость имеет место при $T = 2,2$ К. От свойств жидкого изотопа ${}^3\text{He}$ мы здесь отвлекаемся.

где m — масса частицы, а $\overline{p^2}$ — ее средний квадрат импульса²⁵⁾. Поскольку средний импульс частицы пропорционален температуре, то при достаточно низких температурах условие (17.1) будет заведомо нарушено (это нарушение приведет к кристаллизации вещества). Если же средняя энергия взаимодействия атомов вещества весьма мала, то могут быть достигнуты настолько низкие температуры, когда (17.1) должно измениться на

$$\left\langle \frac{\hbar^2}{mr^2} \right\rangle \sim \bar{U}. \quad (17.2)$$

В (17.2) использовано квантовое соотношение неопределенностей

$$\Delta p \Delta r \sim \hbar, \quad (17.3)$$

где \hbar — квантовая постоянная, а Δp и Δr соответственно неопределенности импульса и координат частицы. В областях порядка размеров атомов неопределенность импульса частицы порядка величины самого импульса

$$\Delta p \sim p;$$

то же относится и к координате частицы, т. е.

$$\Delta r \sim r.$$

Весьма существенно то обстоятельство, что в (17.2) межатомное расстояние r имеет порядок величины сравнимый с квантовомеханической длиной волны вероятности λ , связанной с тепловым движением атомов, т. е.

$$\lambda = 2\pi \frac{\hbar}{p} \sim r. \quad (17.4)$$

Соотношения (17.3) и (17.4) требуют, по-видимому, пояснения. Выше мы начали разговор о квантовой механике. Наиболее поразительным и основополагающим среди ее представлений является положение о двойственности поведения микрочастиц. Эти объекты обладают такими характеристиками, как масса, заряд, спин — их значения для квантовых объектов неделимы, и тем самым они проявляют себя как частицы. С другой стороны, движение микрочастиц характеризуется волновыми свойствами. В соответствии с этим вводят понятие длины волны λ , связанной с микрочастицей, несущей импульс \vec{p} и энергию E . Связь между корпускулярными (\vec{p} , E) и волновыми (λ , ω) параметрами микрочастицы осуществляется через фундаментальную постоянную \hbar :

$$E = \hbar\omega, \quad \lambda = 2\pi\hbar/p.$$

Как уже отмечалось, в эксперименте с микрочастицами соответствие между волновыми и корпускулярными свойствами проявляется лишь в форме вероятностей для отдельных событий. Следствием этого

²⁵⁾ Для обозначения среднего, мы пользуемся иногда чертой над символом, иногда угловыми скобками $\langle \dots \rangle$.

обстоятельства является отсутствие у микрочастиц траекторий движения. В самом деле, согласно классическим представлениям, для наличия траектории у микрочастицы необходимо одновременное точное значение координаты ($\Delta x = 0$) и точное значение импульса ($\Delta p_x = 0$), что находится в противоречии с соотношением

$$\Delta p_x \Delta x \sim \hbar.$$

Последнее указывает на то, что при $\Delta x \rightarrow 0$ неопределенность компоненты импульса $\Delta p_x \rightarrow \infty$. Это означает (совместно с аналогичными соотношениями для других компонент импульса и координат), что значение импульса становится совершенно неопределенным как по величине, так и по направлению. В результате, точное значение координаты микрочастицы в данный момент приведет к полной неопределенности значений ее координат уже в следующий, как угодно близкий, момент времени. Мы можем говорить лишь о вероятностях местонахождения микрочастицы.

Обратимся теперь к жидкому гелию. Его энергия связи

$$\bar{U} = -\frac{\text{const}}{r^6}$$

на один атом имеет значение $2,5 \cdot 10^{-3}$ эВ. Численная оценка выражения $\hbar^2/(m_{\text{He}}r^2)$ для атомов гелия при $r \sim 10^{-10}$ м дает тот же порядок величины:

$$\frac{\hbar^2}{m_{\text{He}}r^2} = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{6,7 \cdot 10^{-27}(10^{-10})^2} \text{ Дж} \approx 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ Дж} = 10^{-3} \text{ эВ}.$$

В результате условие (17.2) для жидкого гелия выполняется, причем вплоть до абсолютного нуля температур, ибо температура в (17.2) не входит. Таким образом, жидкий гелий не будет замерзать даже при $T = 0$ К; это чисто квантовое явление.

Чтобы двигаться дальше в нашем анализе свойств жидкого гелия, необходимо остановиться на таком фундаментальном результате квантовой механики, как деление всех микрочастиц на два больших класса: бозоны и фермионы.

У фермионов спин — собственный внутренний механический момент частицы — полуцелый (в единицах \hbar); у бозонов спин только целый, включая его нулевое значение.

В физических системах полностью определенные квантовые состояния тождественные фермионы могут заполнять лишь поодиночке, тождественные же бозоны могут в них скапливаться неограниченно. Что однако весьма существенно, так это то, что вероятности перехода в данное квантовое состояние для тождественных бозонов растут пропорционально их числу в указанном состоянии.

Спин ядер ${}^4\text{He}$ нулевой, а это означает, что атомы ${}^4\text{He}$ есть бозоны. Согласно указанным правилам квантовой механики, для систем взаимодействующих бозонов возможны такие состояния, когда значительная (макроскопическая) доля частиц всей системы находится при

$T = 0$ К в одном и том же основном квантовом состоянии. При этом в жидком гелии ^4He наименьший уровень энергии отделен от первого возбужденного уровня «энергетической щелью». Последнее означает, что любые макроскопические движения квантовой жидкости, которые не выводят ее из основного состояния, не будут сопровождаться изменениями энергии и импульса жидкости в целом, т. е. она абсолютно не проявит никакой вязкости («сверхтекучесть»).

17.2. Жидкость, которая стоит и движется одновременно

Как строится гидродинамика квантовой жидкости? Поскольку квантовая жидкость, как уже отмечалось, является системой, в которой макроскопическая доля частиц находится в основном квантовом состоянии, то естественно принять, что сверхтекучая жидкость состоит как бы из двух взаимопроникающих жидкостей: нормальной компоненты, ведущей себя классически, т. е. как обычная вязкая жидкость, и собственно сверхтекучей компоненты, представляющей собой совокупность макроскопического числа частиц, согласованно движущихся в едином квантовом состоянии. При этом необходимо допустить, что между этими обеими частями массы жидкости «нет трения», т. е. не происходит передачи импульса между указанными компонентами жидкости.

При описании движения квантовой жидкости необходимы восемь переменных: плотность ρ_n нормальной компоненты, давление P , скорость \vec{v}_n нормальной компоненты (см. § 2) и, дополнительно, скорость \vec{v}_s сверхтекучей компоненты (при этом имеется в виду, что плотность ρ_s сверхтекучей компоненты определяется из равенства $\rho_s = \rho - \rho_n$, где ρ — полная плотность жидкости). Так как в уравнения движения квантовой жидкости входят две скорости, ее гидродинамику называют «двухскоростной». По той же причине более корректно говорить о двух видах движений в квантовой жидкости, каждое из которых связано со своей эффективной массой. При этом, конечно же, эффективные массы ρ_n и ρ_s являются функциями температуры (при $T = 0$ К $\rho_n = 0$, а $\rho_s = \rho$).

Остановимся на ряде свойств течений квантовой жидкости ^4He . Опыты по протеканию жидкого гелия сквозь капилляры и щели (шириной в 10^{-6} м) не обнаруживают никакой вязкости. Опыты же по измерению вязкости жидкости с помощью крутильных колебаний диска в ней дают конечное значение величины трения. Ясно, что в экспериментах с капиллярами проявляется сверхтекучее движение в жидкости, а затухание колебаний диска обнаруживает нормальное движение.

Существование двух движений в жидком гелии особенно эффектно демонстрируется при вращении цилиндрического сосуда, наполненного ^4He . Стенки вращающегося цилиндра увлекают только нормальную часть жидкости, сверхтекучая часть остается неподвижной.

Другой особенностью сверхтекучего движения в квантовой жидкости является его неспособность к теплопереносу. Дело в том, что сверхтекучая часть эффективной массы, связанная с соответствующим движением, совершенно не возбуждена, она как бы находится при абсолютном нуле тем-

пературы. Элементарные тепловые возбуждения («фононы») формируют нормальную часть соответствующей эффективной массы, а нормальное макроскопическое движение представляет собой механизм теплопередачи в квантовой жидкости. Отсюда ясно, почему теплопроводность жидкого гелия имеет рекордно высокие значения.

Указанная особенность жидкого гелия наглядно проявляется в так называемом термомеханическом эффекте, заключающемся в том, что при вытекании гелия из сосуда по капилляру, остающаяся в сосуде часть жидкости нагревается.

Таким образом, сверхтекучее течение квантовой жидкости ^4He не обладает ни вязкостью, ни теплопроводностью, т. е. налицо все свойства идеальной жидкости, течения которой безвихревые. Тело, помещенное в поток такой жидкости, не испытывает силы сопротивления с ее стороны.

Обратимся вновь к опыту с вращающимся цилиндром, наполненным жидким ^4He . По достижении некоторых критических скоростей вращения, в жидком гелии возникают своеобразные вихревые нити, оси которых параллельны оси вращения цилиндра. Сами нити — это квантованные макроскопические вихри, которые формируются в сверхтекучей компоненте.

Момент количества движения вихревой нити как и всякой квантовомеханической системы, может испытывать изменения лишь на целое число (в единицах \hbar). В результате

$$m_{\text{He}} v_s r = n \hbar,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, r — расстояние атома от оси вихря, v_s — линейная скорость атома в вихре. Как правило, реализуются вихревые нити с $n = 1$, они равномерно заполняют объем жидкости.

Вследствие взаимодействия элементарных тепловых возбуждений нормальной компоненты с квантованными вихревыми нитями, происходит постепенное увлечение всей сверхтекучей компоненты во вращение.

В случае движения сверхтекучего гелия через капилляры и щели критические скорости v_s имеют порядок величины несколько сантиметров в секунду. При этом на значение v_s сильно влияют температура жидкости и геометрия канала (например, диаметр капилляра). Само движение сверхтекучего ^4He с критическими скоростями по капилляру сопровождается появлением вихревых квантованных колец.

Уравнения движения вращающегося жидкого гелия содержат квантовую постоянную \hbar . Обычно же \hbar входит в соотношения описывающие микроскопические объекты. Таким образом, движения сверхтекучей жидкости демонстрируют квантовые явления в макроскопических масштабах.

17.3. Мысленный эксперимент Фейнмана: квантованные вихри

Поучительно остановиться на некоторых сторонах истории возникновения идеи о квантованности вихревого движения в сверхтекучей жидкости

Несмотря на существование теории квантовой сверхтекучей жидкости, созданной Л. Д. Ландау (1941 г.) и Н. Н. Боголюбовым (1947 г.), с расширением диапазона исследований появлялись новые факты, требующие своего объяснения. Среди них особенно интригующими были эмпирические данные, связанные с вращением жидкого гелия.

Имея цель разобраться в этих данных, Фейнман предложил рассмотреть следующий мысленный эксперимент (1955 г.). Цилиндрический вращающийся сосуд, заполненный жидким гелием, находится при температуре абсолютного нуля. Вообразим себе, что в сосуд вставлена перегородка, делящая его на две части. В одной из них гелий покоится, а в другой — как-то движется. Затем перегородка внезапно удаляется. Если бы в сосуде была обычная вязкая жидкость, то в скором времени обе части жидкости пришли бы в коллективное движение. Однако при $T = 0$ К жидкий гелий не обладает вязкостью и движущаяся его часть не может увлечь неподвижную. Последняя, как и жидкая капля, благодаря поверхностному натяжению, будет отделена от движущегося гелия некоторым «поверхностным барьером».

Чтобы проследить за рассуждениями Фейнмана дальше, необходимо сказать читателю о понятии квантово-механической волновой функции. Последняя описывает состояния квантовых микрообъектов и удовлетворяет следующим условиям: она должна быть конечной, непрерывной и однозначной. Как правило, волновая функция является периодической и обладает амплитудой и фазой.

При переходе к макроскопическому квантовому объекту — жидкому гелию — и волновая функция становится макроскопической величиной. Она едина для всей квантовой жидкости, большинство атомов которой находятся в основном (наинишем) состоянии. Ее фаза является одинаковой для всех частиц однородной жидкости, поэтому коллективное атомное движение будет когерентным (самосогласованным) и очень устойчивым.

Возвратимся к мысленному эксперименту Фейнмана. При отсутствии перегородки в сосуде квантовая жидкость в целом должна описываться единой волновой функцией, и, в частности, при «воображаемом обходе» вокруг оси цилиндра периодическая волновая функция обязана совпадать сама с собой на границе, отделяющей неподвижную и движущуюся части жидкого гелия. Вследствие этого «поверхностный барьер» должен исчезать (хотя бы в ряде мест), и может возникать перетекание жидкого гелия из одной части жидкости в другую. Поскольку же поверхностное натяжение стремится сократить самую поверхность раздела, то, при наличии поля центробежных сил, она станет сворачиваться в пустотелый ствол с поперечником порядка величины межатомных расстояний. В малой окрестности, вокруг линейного ствола, установится слабый, но устойчивый квантованный вихревой поток. Из соображений симметрии ясно, что такая «вихревая нить» должна располагаться параллельно оси цилиндра.

Эксперимент Фейнмана не может быть реализован на практике, но он дает многое для понимания процессов в квантовой жидкости.

17.4. Сверхтекучесть в звездах и атомных ядрах

Сверхтекучее движение обнаружено в таких астрофизических объектах, как пульсары. Сами пульсары это замагниченные быстро вращающиеся нейтронные звезды.

Как происходит нейтронизация вещества? Для этого проследим качественно за изменением состояний вещества по мере постепенного увеличения плотности, предполагая, что температура остается невысокой.

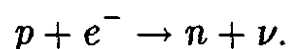
Если вещества, находящиеся под действием невысоких давлений, отличаются крайним разнообразием своих свойств и обнаруживают чрезвычайно резкую и немонотонную зависимость от химического состава, то при сжатии вещества проявляется ярко выраженная тенденция «сглаживания» их свойств. Это последнее обстоятельство легко понять. В самом деле, наружные электронные оболочки атомов вещества, приводящие к отмеченной немонотонности, при давлениях порядка 10^8 атм перестают существовать, так как входящие в их состав электроны отрываются от атомов. Внутренние электронные оболочки уплотняются, и распределение плотности электронов в них сравнительно медленно меняется в пространстве.

Итак, при давлениях порядка 10^8 атм межатомные расстояния в веществе становятся настолько малыми, что атомы испытывают существенную деформацию и их внутренняя энергия сильно возрастает. Электрические поля отдельных атомных ядер все более накладываются друг на друга, вследствие чего электроны атомных оболочек все меньше становятся связанными с определенным атомом. Возможно свободное движение внешних электронов («металлизация» вещества).

При дальнейшем сжатии вещества ($\sim 10^{12}$ атм) роль взаимодействия электронов его атомов с ядрами становится несущественной, и вещество можно рассматривать как электронный ферми-газ большой плотности (такой газ называют вырожденным).

Когда плотность и давление газа становятся порядка 10^9 кг/м³ и 10^{18} атм соответственно²⁶⁾, электронный ферми-газ делается релятивистским (т. е. средняя энергия электрона становится сравнимой с $m_e c^2$, где c — скорость света).

При плотностях $\rho \sim 10^{12} \div 10^{13}$ кг/м³ начинается процесс нейтронизации вещества — электроны «вдавливаются» в ядра и превращают протоны в нейтроны (с испусканием нейтрино):



В результате такой реакции уменьшается заряд ядра (при неизменной массе), что, вообще говоря, приводит к уменьшению энергии связи ядра.

²⁶⁾ Для сравнительной оценки приведем плотность наиболее плотных веществ при давлении в 1 атм. Так, осмий имеет плотность $2,2 \cdot 10^4$ кг/м³ при нормальной температуре.

При еще больших плотностях и давлениях происходит дальнейший захват электронов ядрами, сопровождающийся дальнейшим уменьшением заряда последних. В конце концов ядра, содержащие слишком много нейтронов, станут неустойчивыми и распадутся, образуя нейтронный газ.

При плотности $\sim 10^{14}$ кг/м³ и давлении $\sim 10^{24}$ атм нейтроны начинают преобладать по своему числу над электронами, а уже при плотностях $\sim 10^{15}$ кг/м³ начинают преобладать и по создаваемому ими давлению. Здесь начинается область плотностей, в которой вещество можно рассматривать в основном как нейтронный ферми-газ (в этом газе, конечно, всегда присутствует также и некоторое количество протонов и электронов, возникающих в результате распада нейтронов).

При давлениях $\sim 10^{27}$ атм нейтронный газ имеет плотность ядерного вещества, т. е. 10^{17} кг/м³. Подобное состояние вещества может осуществляться вплоть до температур $\sim 10^{12}$ К.

Состояния вещества чрезвычайно высокой плотности и температуры реально осуществляются в звездах. Для стационарной звезды гравитационное сжатие должно компенсироваться тепловым противодавлением. Источником последнего являются термоядерные реакции, идущие в недрах звезды. По мере исчерпания источников энергии и остывания звезды, она испытывает сжатие. В конечном итоге (для звезд с массой несколько большей массы Солнца) происходит нейтронизация вещества звезды.

Размеры нейтронной звезды (ее радиус) порядка 10 км, а средняя плотность вещества около 10^{17} кг/м³. Это означает, что масса 1 см³ вещества такой звезды составляет сотни миллионов тонн!

При указанных плотностях средние межчастичные расстояния становятся сравнимыми с квантово-механической длиной волны частиц, участвующих в тепловом движении. В таких условиях нейтронный газ подчиняется квантовым закономерностям. Поскольку же спин у нейтрона полуцелый, то он является фермионом. Последнее означает, что нейтроны поодиночке будут последовательно заполнять все квантовые состояния, образуя зону состояний, начиная с нулевой энергии и кончая граничной.

Нейтронный ферми-газ с плотностью ядерного вещества, даже при абсолютном нуле температуры, способен создавать давление в 10^{28} атм и тем самым противостоять могучим силам тяготения, сжимающим звезду.

Отметим важнейшее обстоятельство. Нейтроны с энергией, близкой к граничной, могут образовывать «связанные» (коррелированные) пары. При этом сами энергии спаривающихся нейтронов одинаковы, а спины направлены взаимно противоположно. В итоге результирующий спин — нулевой, а значит сама нейтронная пара будет бозоном.

Энергия спаренных нейтронов меньше, чем суммарная энергия нейтронов свободных. По этой причине в фермиевском энергетическом спектре, вблизи граничной энергии, появится «щель» запрещенных состояний. Это означает, что нейтронные пары как бозе-частицы будут переходить в единое коллективное состояние, которое проявит себя макроскопически как сверхтекучесть нейтронной жидкости.

Если это так, то, угловая скорость вращения нейтронной звезды может изменяться только дискретно (скачком). Подобные изменения должны происходить, поскольку энергия излучения пульсаров черпается из энергии вращения.

Остановимся на этом чуть подробнее. Во вращающейся нейтронной жидкости, как и во вращающемся жидком гелии, будут возникать квантованные вихревые нити. Плотность n этих вихрей, т. е. число вихрей на см^{-2} , определяется величиной угловой скорости вращения ω . С ростом ω равновесная плотность вихрей возрастает линейно. Однако при изменении ω переход к новому равновесному значению n происходит довольно медленно. Это показали опыты, проведенные в лаборатории Э. Л. Андроникашвили Института физики Академии наук Грузии.

С каждой вихревой нитью связан квант момента количества движения. Естественно, он не может быть зарегистрирован в наблюдениях за изменением периода вращения пульсара. Так что измерения дают гладкие зависимости для изменения ω .

Существование больших времен релаксации в зависимости $n(\omega)$ может иногда приводить к скачкообразному изменению n при изменении ω . Это означает, что естественное для пульсара уменьшение ω будет сопровождаться распадом огромного количества вихрей. Однако в силу сохранения момента для всей звезды в целом, она испытает резкое увеличение ω . Такие «сбои» в скорости вращения наблюдались у ряда пульсаров, в частности, у пульсара Крабовидной туманности.

Модель пульсара, созданная грузинскими физиками на основе жидкого сверхтекучего гелия, полностью подтвердила явление «сбоя» для пульсаров.

Теперь о сверхтекучести в атомных ядрах. В § 8.7 уже шла речь о капельной модели ядра. Атомное тяжелое ядро рассматривалось как капля нуклонной жидкости. Естественно, что в такой жидкости могут возникать спаренные состояния соответствующих нуклонов. Здесь ситуация аналогична той, которая возникает в пульсарах.

Опытные данные по средним и тяжелым четно-четным ядрам — так называют ядра с четными числами протонов и нейтронов — показывают, что энергии первых возбужденных уровней отделены от основных уровней энергетической щелью в $1 \div 2$ МэВ. В то же время у соседних по атомному номеру нечетных ядер эта «щель» на порядок меньше ($0,1 \div 0,2$ МэВ).

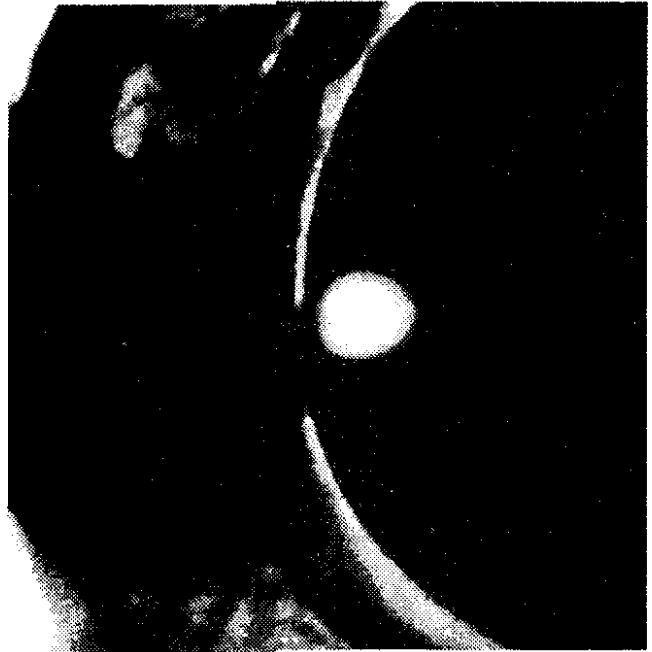
Вращение ядер как целого отражается на вращательной структуре энергетического спектра. Анализ этих спектров приводит к выводу, что моменты инерции ядер в $2 \div 3$ раза меньше значения, соответствующего вращению ядра как твердого тела. Это указывает на то, что во вращении принимают участие не все нуклоны.

Указанная совокупность фактов совершенно естественно приводит к сверхтекучей модели четно-четных тяжелых атомных ядер. Российский физик-теоретик Аркадий Бенедиктович Мигдал построил соответствующую теорию. Результаты его расчетов прекрасно описывают экспериментальные данные.

Экситонная капля

В кристалле германия, имеющем форму диска с поперечником в 4 мм, удалось сделать инфракрасную фотографию экситонной капли (светлая область на снимке) диаметром в 0,3 мм.

При облучении лазером кристалла германия при температуре, близкой к абсолютному нулю, в последнем образуются многочисленные экситоны — связанные состояния электрона проводимости и «дырки». «Газ» экситонов диффундирует в область повышенного механического напряжения (созданного искусственно в кристалле), где энергия связи экситонов становится меньше. Возникает «экситонный конденсат» — капля, испускающая люминесцентное инфракрасное излучение. Кристалл германия прозрачен по отношению к этому излучению



§ 18. Экзотические жидкости

18.1. О «неожиданных» свойствах классической жидкости.

О квантовой турбулентности. О путях обобщения гидродинамики

Общим свойством жидкого состояния является интенсивное взаимодействие составляющих жидкость частиц (в частности, атомов) и отсутствие так называемого дальнего порядка. Под этим термином подразумевают отсутствие строгой упорядоченности вдоль всего объема среды (однако вблизи произвольно выбранного атома некоторая упорядоченность имеется). Такого рода характеристиками обладают классические жидкости.

Характер теплового движения в классических жидкостях сводится: 1) к колебаниям атомов около временных положений равновесия, и 2) активированным хаотическим скачкам из этих положений.

Если время t внешних силовых воздействий на жидкость соизмеримо со временем τ колебательного состояния ее атомов, то жидкость ведет себя как твердое тело. Если же $t \gg \tau$, то жидкость проявляет свое обычное свойство текучести (пластичности).

На рис. 18.1 показаны отдельные этапы эксперимента со струей вязкой жидкости, деформируемой движущимся стержнем. В случае (а) стержень перемещается медленно, в случае (б) — быстро; в ситуации (а) струя проявляет пластичность, в ситуации (б) — ломается как ледяная сосулька. Случай (в) соответствует взаимодействию струи вязкой жидкости с летящей пулей.

Рассмотрим не менее любопытное явление в квантовой жидкости. В § 17 мы видели, что жидкий ${}^4\text{He}$ при $T \approx 2,2$ К переходит из обычного

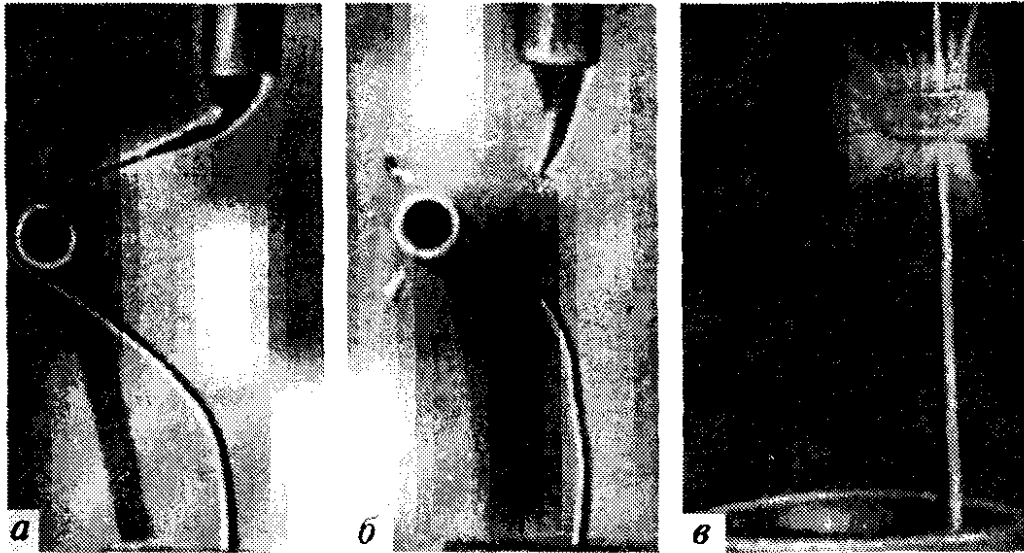


Рис. 18.1

состояния вязкой классической жидкости в макроскопическое квантовое состояние, которое характеризуется полным отсутствием вязкости. В этом состоянии большинство атомов жидкого ${}^4\text{He}$, составляет так называемый «бозе-конденсат».

В дополнение к материалу § 17, кратко остановимся на явлении квантовой турбулентности в сверхтекучем ${}^4\text{He}$. Естественно ожидать, что в квантовой жидкости при надкритических значениях параметров движения ряд известных из классической гидродинамики явлений может испытать «квантование». Так, во вращающемся сверхтекучем ${}^4\text{He}$ при некоторой критической скорости вращения возникают квантованные вихри («вихревые нити»), расположенные параллельно оси вращения. Хаотически закрученные клубки вихревых нитей возникают и в неподвижном сверхтекучем гелии, при создании в нем надкритических значений теплового потока.

Тепловой поток в сверхтекучем ${}^4\text{He}$ переносится нормальной компонентой, а сверхтекучая компонента создает лишь противоток (без переноса тепла). В условиях надкритичности параметров противотока возникают вихревые квантованные нити в форме колец. Благодаря же взаимодействию нормальной вязкой компоненты с вихревыми нитями сверхтекучей компоненты, сами нити хаотически закручиваются в клубки. При этом теплопередача резко падает!

Сверхтекучий ${}^4\text{He}$ — единственная в природе атомная квантовая жидкость, проявляющая квантовые эффекты в макроскопических масштабах (мы здесь отвлекаемся от свойств жидкого изотопа ${}^3\text{He}$). С эмоциональной точки зрения эту жидкость можно было бы именовать «экзотической». К другим экзотическим жидкостям возможно отнести: 1) нейтронную жидкость пульсаров и нуклонную жидкость тяжелых атомных ядер (рассмотренных в § 17.4); 2) горячую ядерную материю, возникающую при столкновениях атомных ядер (точнее, многозарядных тяжелых ионов) высоких энергий (см. в дальнейшем § 21); 3) космическую и лабораторную плазму (плазма Солнца и солнечный ветер, магнитосфера

Земли, плазма «Токамаков» и др.), описанию которых посвящены §§ 19 и 20; 4) «электронную жидкость» металлов; 5) «экситонную жидкость» полупроводников; 6) полимерную жидкость.

Квантовую атомную жидкость удалось описать с помощью «двухскоростной» гидродинамики. Плотная замагниченная плазма адекватно описывается методами магнитной гидродинамики. Рассмотрение динамики сильно возбужденных состояний ядерного вещества требует релятивистского обобщения гидродинамики. Анализ крупномасштабных течений в земной атмосфере и Мировом океане потребовал разработки методов геофизической гидродинамики.

18.2. Электронная жидкость металлов

Металл обладает двумя взаимодействующими подсистемами — ионной решеткой и «газом» свободных электронов. У этих электронов квантово-механическая длина волны (см. § 17.1), связанная с тепловым движением, порядка величины межионных расстояний. Другими словами, электронная подсистема металлов образует квантовый «газ». Поскольку же электроны есть ферми-частицы, то они поодиночке будут последовательно заполнять квантовые энергетические состояния (образующие зону состояний), начиная с «нулевого» значения и кончая некоторым граничным («фермиевская граничная энергия»).

При тепловом возбуждении кристалла участие в различных процессах переноса (теплопроводности, электропроводности и др.) принимают лишь граничные электроны (с «размытием» по энергии $\sim kT$). Квантово-механическая волновая функция этих электронов, описывающая их поведение в кристалле, имеет симметрию решетки. По этой причине волновое распространение «свободных» электронов в геометрически «идеальной» решетке происходит беспрепятственно. Лишь учет «нулевых» и тепловых колебаний ионов в узлах решетки (нарушающих ее идеальную геометрию) приводит к рассеянию электронов (см. § 16.3).

При металлических плотностях электронного газа кулоновское взаимодействие между электронами не мало. Значит, если быть последовательным, «газ» электронов необходимо рассматривать как электронную жидкость. Это означает, что квантовые состояния в системе электронов должны соответствовать не отдельным частицам, а коллективным состояниям системы в целом. Говоря иначе, роль частиц должна переходить к квазичастицам (см. § 16.3). При этом зонный характер фермиевского спектра состояний сохраняется.

Важно подчеркнуть, что полная энергия системы квазичастиц ферми-жидкости не сводится к сумме энергий отдельных квазичастиц. Эффективные массы квазичастиц отличны от массы истинных частиц.

Имея в виду сказанное, для удобства дальнейшего изложения мы будем использовать термин «электрон» в применении к элементарным возбуждениям коллективной электронной системы, т. е. для ее квазичастиц.

При температурах, близких к абсолютному нулю, в ряда металлов слабо возбужденные граничные электроны, обладающие равными

по величине и противоположными по направлению импульсами и антипараллельными спинами, образуют парные связанные состояния. При этом электронный энергетический спектр испытывает перестройку, и возникает «щель» между новым пониженным значением энергии основного состояния системы и ее первым возбужденным состоянием.

Естественно, что энергия связи указанных пар электронов (их называют «куперовскими парами») равна величине «щели» в возникшем спектре энергии. Сами куперовские пары электронов являются бозе-частицами (их спин нулевой). Последнее означает, что в системе двукратно заряженных куперовских пар возможно состояние сверхпроводимости (сверхтекучесть заряженной электронной жидкости).

Заметим, что сами куперовские пары возникают из-за взаимодействия электронов с колебаниями решетки. На языке фононов (см. § 16.3) эффективное притяжение электронных пар (которые испытывают обычное кулоновское отталкивание) объясняется взаимным обменом фононами.

При температурах, превышающих критические температуры T_k , для которых $kT_k \sim \Delta$ (где Δ — ширина энергетической щели в электронном спектре тела), куперовские пары «разрываются», переходя в свободные одиночные электроны. Сверхпроводящее состояние исчезает. Сами T_k для металлов и их сплавов, не превышают значение, близкое к 20 градусам Кельвина.

Квантово-механическая волновая функция, описывающая коллективное сверхпроводящее состояние множества электронных пар, приобретает макроскопический смысл. Она математически адекватно отражает единое самосогласованное движение пар электронов в состоянии с «нулевой» энергией. В результате, основное уравнение квантовой механики для макроскопической волновой функции (описывающее динамику сверхпроводимости) приводит к уравнениям гидродинамики заряженной идеальной жидкости!

18.3. Экситонная жидкость полупроводников

Идейный багаж физики классических жидкостей в основном был создан нашим замечательным теоретиком Яковом Ильичем Френкелем (см. начало § 18.1). Я. И. Френкель был также одним из авторов капельной модели тяжелых атомных ядер (см. § 8.7). В начале 30-х гг. «на вооружение» физиков поступили полупроводники. Пытаясь понять природу так называемого нефотоактивного поглощения света в полупроводниках, Френкель ввел представление об экситонах (1931 г.). В 1976 г. состоялось открытие «экситонного вещества» в форме экситонных капель в полупроводниковых кристаллах.

Прежде чем говорить об экситонном веществе, качественно изложим общую квантовую концепцию зонной структуры электронных спектров энергии в кристаллических телах. Представим себе следующую ситуацию: атомный газ всесторонне сжимается в малый объем. Изолированные атомы, как известно, обладают дискретным спектром энергии. Сближение

атомов ведет к «включению» взаимодействия между ними (растущего по мере сжатия). Высоковозбужденные уровни атомных спектров энергии «размываются» на величину энергии взаимодействия. Само «уширение» уровней и превращение их в зону близко расположенных состояний связано с взаимным «перекрыванием» волновых функций внешних электронов и возможностью их «свободного» перехода от атома к атому, без изменения состояния. При этом, как говорят, «степень вырождения» такого состояния равна числу атомов в теле.

Указанный процесс (мысленный эксперимент) по сближению атомов практически не затрагивает глубоко расположенные уровни энергии атомов — они остаются дискретными. Зонный характер приобретают лишь высокорасположенные электронные уровни энергии.

Что касается степени заполнения электронами энергетических зон, то имеет место такая картина: частично заполненным атомным уровням соответствуют частично заполненные зоны квантовых состояний; полностью заполненным атомным уровням («оболочкам») соответствуют полностью заполненные зоны.

В итоге, в кристаллических телах зонный спектр энергии электронов может быть двух типов: 1) полностью заполненная зона («зона валентная») отделена энергетической щелью («запрещенная зона») от частично заполненной зоны («зона проводимости»); 2) запрещенная зона отделяет валентную зону от пустой зоны проводимости.

Первым типом электронных спектров обладают металлы, вторым — диэлектрики и полупроводники. При этом различие между диэлектриками и полупроводниками лишь в величине запрещенной зоны.

Обратимся к процессам в полупроводниках (Ge и Si). Световое облучение этих кристаллов может вызвать квантовые переходы электронов из заполненной зоны в зону проводимости при условии, что энергия фотонов не меньше величины запрещенной зоны. Так как кристалл в целом электрически нейтрален, то появление отрицательного заряда в зоне проводимости будет сопровождаться появлением положительного заряда в валентной зоне (так будет вести себя освободившееся место — «дырка» — в этой зоне).

Между электроном и дыркой возникает кулоновское взаимодействие, и они могут образовать связанное состояние — экситон. Энергия связи экситона $\Delta E \sim 10^{-2}$ эВ, а эффективные размеры экситона $R \sim 10^{-6}$ см.

Заметим, что энергия связи протона и электрона (в атоме водорода) в 1000 раз превосходит энергию связи электрона и дырки (в экситоне). Хотя в обоих случаях налицо лишь два элементарных противоположных по знаку заряда, указанное различие в энергиях связи обусловлено коллективным характером такого образования, как экситон. При оценке ΔE экситона нужно учесть диэлектрическую постоянную ϵ кристалла (для Ge $\epsilon = 10$), а также приведенную массу m^* электрона и дырки в экситоне ($m^* \sim 0,1m_e$).

Время жизни τ экситонов невелико (обычно $\tau \sim 10^{-5} \div 10^{-7}$ с). Электроны рекомбинируют с дырками (самопроизвольно переходя из зоны

проводимости в валентную зону), и возникает фотонный спектр излучения (близкий, по характеру расположения спектральных линий, к водородному). Сам спектр излучения находится в инфракрасной области.

Совокупность экситонов в кристалле (при их малой концентрации) ведет себя как «газ». Благодаря малой массе экситонов, их подвижность может быть необычайно большой. Так, в очень чистом (беспримесном) кристалле Ge, поддерживаемом при температуре $T = 1,5$ К, скорость дрейфа экситонов изменяется от 100 до 1000 м/с (для сравнения: при комнатной температуре скорость дрейфа электронов, которые переносят ток в 1 ампер в медном проводнике диаметром 1 мм, меньше 0,1 мм/с).

Тепловые колебания решетки кристалла легко разрушают слабую экситонную связь. Поэтому для получения значительных концентраций экситонов нужны весьма низкие температуры. Обычно возбуждают экситонные состояния в Ge и Si лазерным излучением при $T \approx 10$ К.

Чтобы вызвать дрейф образовавшихся экситонов в некоторую пространственно ограниченную область (для повышения их концентрации), на одной из поверхностей кристалла создается значительное локальное механическое давление. Последнее, как известно, уменьшает ширину запрещенной зоны в электронном спектре кристалла²⁷⁾, а значит уменьшает энергию связи экситона. В результате возникает естественный диффузионный процесс переноса экситонов в область кристалла с высоким механическим напряжением.

В таких ограниченных участках кристалла концентрация экситонов (с уменьшенным значением ΔE) может достичь критической.

Возникает фазовый переход «газ—жидкость», и образуется экситонная капля (см. фото-заставку к этому параграфу). Концентрация экситонов в капле достигает значений $n \sim 10^{17} \div 10^{19}$ см⁻³. При этом энергия связи этих экситонов ниже, чем у экситонов в «газе». В итоге вещество капли ведет себя как электронно-дырочная жидкость, обладающая металлической проводимостью. В такой жидкости нет тяжелых частиц, поэтому она проявляет себя как квантовая жидкость, неспособная к кристаллизации вплоть до абсолютного нуля температур.

Электронно-дырочные капли можно рассматривать как относительно устойчивые ($\tau \sim 10^{-5} \div 10^{-4}$ с) макроскопические «сгустки» введенной в кристалл энергии возбуждения. Эти образования являются источником интенсивного инфракрасного излучения. Они легко перемещаются под воздействием «фононного ветра» и могут достигать звуковых скоростей кристалла.

Направленный поток фононов — фононный ветер — возникает в «точке» падения лазерного луча на кристалл. Причем поток фононов имеет преимущественное направление вдоль кристаллографических

²⁷⁾ В § 17.4 отмечалось, что при давлениях 10^8 атм любое вещество испытывает «металлизацию». На опыте наблюдался переход диэлектрик-металл для целого ряда веществ уже при давлениях $10^5 \div 10^6$ атм. Это означает, что при таких давлениях энергетическая щель в электронном спектре диэлектрика «схлопывается».

осей. Сам же механизм взаимодействия «фононный ветер — электронно-дырочная капля» сводится к поглощению фононов веществом капли (при этом капля приобретает импульс и энергию фононов).

Замечание в сноске 27) показывает, что электронно-дырочные капли дают уникальную возможность моделирования свойств вещества при экстремальных значениях параметров состояния. При этом небольшие внешние воздействия на «каплю» приводят к радикальным изменениям свойств их электронных энергетических спектров. В большинстве случаев для обычных веществ подобные изменения пока недоступны для эксперимента.

18.4. Течения полимерной жидкости

Течения простых жидкостей описываются системой соотношений, выражающих законы сохранения массы и импульса в движущейся среде. Для вязкой жидкости ими являются соответственно уравнение непрерывности и уравнение Навье—Стокса.

С молекулярных позиций, под простыми жидкостями подразумевают жидкости, состоящие из относительно «легких» молекул (с молекулярным весом не превышающим что-то около 10^3). Именно для таких жидкостей применима указанная в § 4.1 связь между деформацией сдвига и текучестью (в качестве коэффициента пропорциональности сюда входит вязкость).

Однако отмеченная стандартная связь между сдвиговой деформацией и текучестью не способна описать течения полимерных жидкостей. Молекулы таких жидкостей представляют собой длинные гибкие цепи из повторяющихся звеньев. Их молекулярный вес достигает значений $10^5 \div 10^8$. При этом конфигурация молекулярных цепей — их направленная вытянутость или свернутость в клубки — может зависеть от типа течения и, в свою очередь, влиять на характер самого течения.

Чтобы убедиться в качественном отличии течений полимерной жидкости от течений жидкости простой, рассмотрим результаты ряда экспериментов.

На рис. 18.2 представлена серия поставленных опытов с течениями простой и полимерной жидкостями. При этом условия формирования течений в обоих случаях были одинаковыми. В «кадре» (а) зафиксировано течение, созданное вращающимся стержнем. Видно, что вблизи стержня поверхность простой жидкости опускается, а у полимерной жидкости — поднимается. В кадре (б) течение в сосуде создается вращающимся диском, расположенном в его донной части. При этом у простой жидкости центр ее поверхности стремится образовать «воронку», а у жидкости полимерной — «холм». В кадре (в) вращающиеся диски помещаются в верхней части сосудов (на поверхности рассматриваемых жидкостей). Увлекаемый диском приповерхностный слой жидкости формирует вынужденное «конвективное» течение. При этом движение простой жидкости в «конвективной петле» направлено вниз вдоль стенки и затем вверх

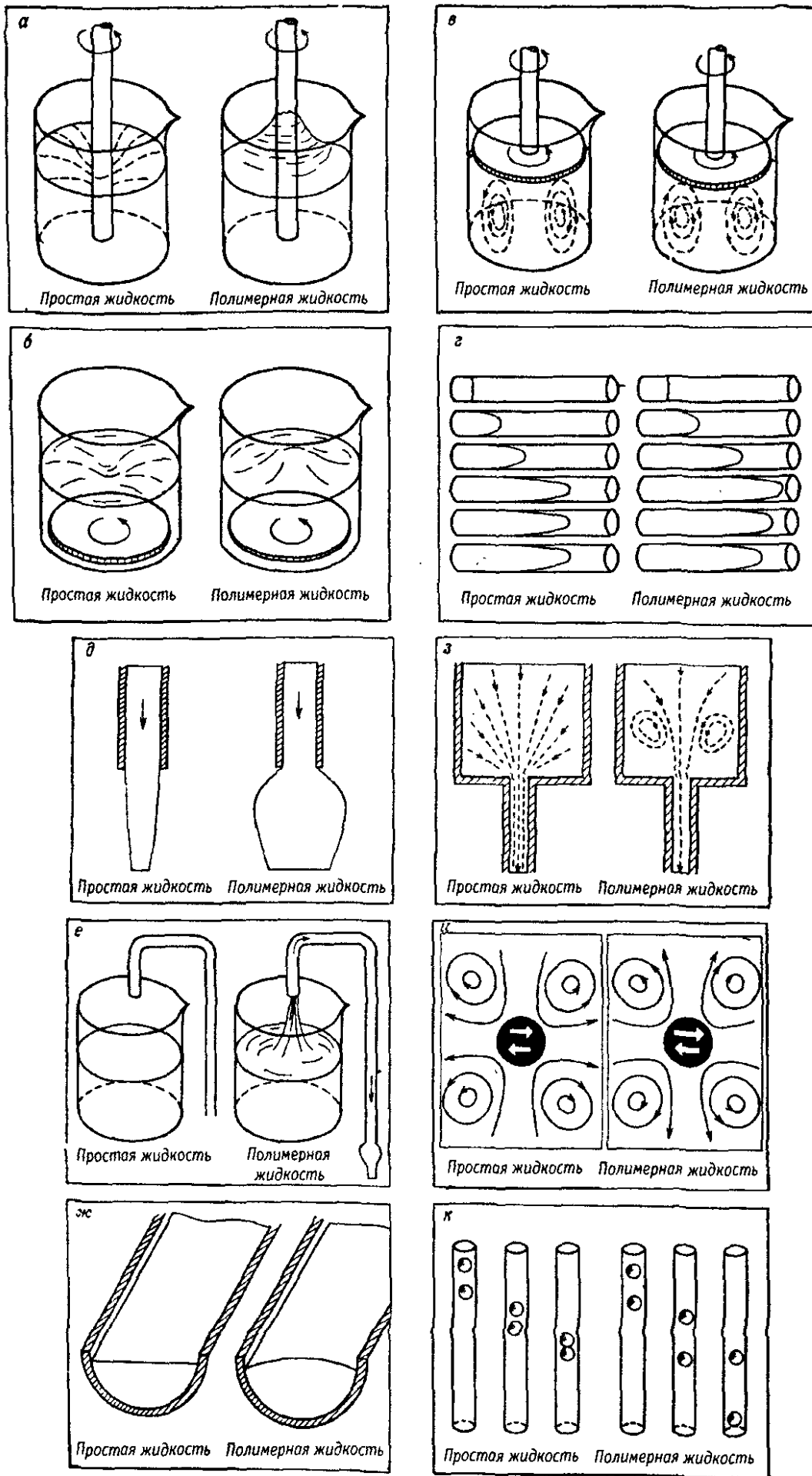


Рис. 18.2

в окрестности оси сосуда. У полимерной жидкости движение в «конвективной петле» имеет противоположное направление.

Рассмотренные течения обеих жидкостей были связаны с ее вращением. Теперь обратимся к другим типам течений. Вернемся к рис. 18.2. В кадре (з) изображено очень медленное (ламинарное) течение вязкой жидкости в стеклянной трубке кругового сечения. Сама жидкость в трубке приводится в движение насосом. В указанных условиях течение простой жидкости с хорошей точностью описывается пуазейлевским законом (см. § 4.2). Последний, как известно, выражается параболической зависимостью для профиля скоростей.

В целях визуализации течения, введем в некотором сечении стеклянной трубки тонкий слой краски, способный к растяжению при разности скоростей в соседних участках жидкости. В кадре (з) имеется шесть последовательных положений подкрашенного слоя сечения медленно текущей жидкости. В первом положении жидкость находится перед началом движения. В четвертом и последующих положениях ее течение прекратилось. Наблюдая за течением жидкости с первого по четвертое положения, видим, как меняется параболический профиль скоростей в ламинарном потоке простой жидкости.

Аналогичная ситуация складывается в ламинарном потоке полимерной жидкости (с первого по четвертое положения). Однако в пятом и шестом положениях, когда принудительное течение полимерной жидкости уже прекратилось, проявляется своеобразная «отдача» в движении, что видно по профилю скоростей. Это обстоятельство, по-видимому, связано с восстановлением клубкообразной конфигурации макромолекул полимерной жидкости (памятуя о том, что поток вытягивает звенья молекулярных цепочек).

Кратко остановимся на экспериментах, представленных в кадрах (д)–(к) рис. 18.2. Простая и полимерная жидкости вытекают из трубки или щели (кадр (д)). При этом сечение струи простой жидкости суживается, а у жидкости полимерной площадь сечения струи может возрасти в 5 раз.

Любопытная ситуация изображена в кадре (е). Откачать простую жидкость через сифон возможно в случае, если конец сифона опущен в жидкость. Однако полимерную жидкость можно выкачать из сосуда даже в условиях, когда всасывающий конец сифона находится над поверхностью жидкости на расстоянии до нескольких сантиметров.

В кадре (ж) показано течение обеих жидкостей по наклонным желобам с полукруглым сечением. Течения жидкостей ламинарные. Различие возникает в форме поверхности жидкостей: у простой — она плоская (кроме краев), у полимерной — слегка выпуклая.

В кадре (з) представлена картина медленного течения обеих жидкостей при переходе из широкой трубы в узкую. Видно, что в полимерной жидкости образуются вихри вверх по течению. Эти вихри захватывают часть жидкости, которая не проникает в узкую трубу.

«Акустическое течение» изображено в кадре (и). Так называют течения сред, возникающие вокруг излучателей звуковых волн. В данном

случае в качестве излучателей взяты цилиндры, колеблющиеся в поперечном направлении. Возникающие акустические стационарные вихревые течения в обеих жидкостях имеют взаимно противоположные направления.

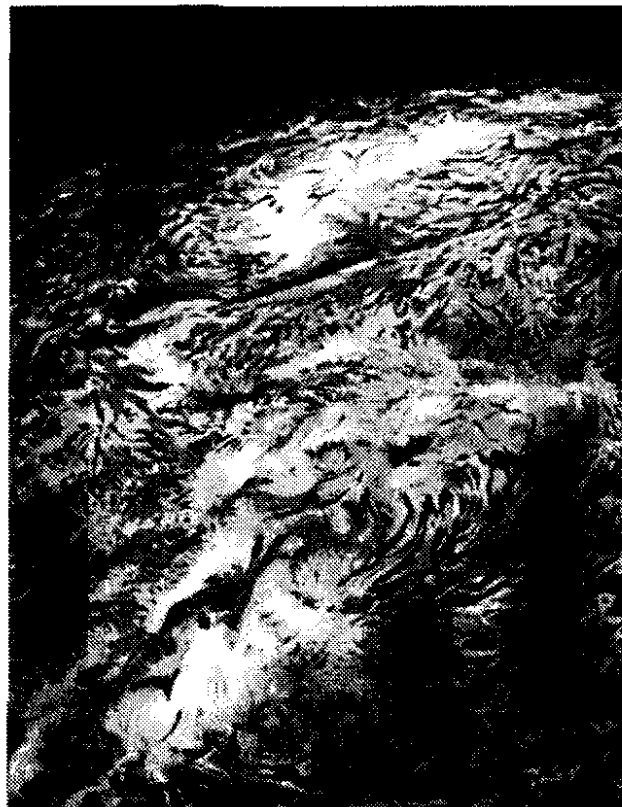
Наконец, в кадре (*κ*) рассмотрен опыт с двумя шариками, падающими внутри узкой трубки, наполненной жидкостью. Опыт ставится следующим образом. В трубку с простой жидкостью бросают один за другим два шарика, второй из которых вскоре догоняет первый. В последующие моменты они движутся вместе.

В полимерной жидкости поставленный выше опыт протекает иначе. Можно так подобрать интервал времени между началом падения обоих шариков, что второй шарик, при движении в жидкости, станет отталкиваться от первого.

Полного понимания динамики полимерных жидкостей в описанных десяти экспериментах пока нет. Здесь особенно важен подход, позволяющий раскрыть молекулярный механизм эмпирических гидродинамических связей между сдвиговыми напряжениями и «усложненной» текучестью полимерных жидкостей.

В заключение этого раздела заметим, что искусственно созданные полимеры появились лишь в 30-х гг. XX-го столетия, а исследование динамики полимерных жидкостей началось с 50-х гг. Последнее было вызвано быстрым ростом промышленности пластмасс. В настоящее время полимеры являются составной частью так называемых композитных материалов, занявших прочное место в производстве изделий для новейших отраслей техники. Среди них летательные аппараты и аэрокосмическая техника.

На снимке изображен участок солнечной атмосферы. Для этого фотографирование производилось в лучах красной линии водорода. Сложная ячеистая структура магнитного поля, «вмороженного» в солнечную плазму, ведет к перезамыканию почти соприкасающихся магнитных силовых линий с противоположной направленностью на границах ячеек. При этом за счет освобождающейся магнитной энергии образуются вертикальные потоки плазмы космических скоростей («спикулы»). Бушующий «океан спикул» хорошо виден на снимке. Солнечная замагниченная плазма — пример крайне неравновесной среды



§ 19. Исследования по управляемому термоядерному синтезу (УТС) и магнитная гидродинамика. Турбулентное динамо Земли и Солнца. Нелинейные явления в плазме

19.1. Самостягивающийся разряд и его гидродинамическая неустойчивость

Изучение поведения высокоионизованного газа в магнитных полях привело к построению так называемой магнитной гидродинамики. Частично или полностью ионизованный газ (электронейтральный в целом) образует особое состояние вещества называемое плазмой. В обычных газах между составляющими его нейтральными атомами и молекулами эпизодически (в моменты столкновений) проявляется взаимодействие, быстро убывающее с расстоянием (потенциал взаимодействия между молекулами зависит от межмолекулярного расстояния, как r^{-6}). Поскольку компоненты плазмы (электроны и ионы) электрически заряжены, а кулоновский потенциал спадает медленно: $\sim r^{-1}$, естественно ожидать, что такая система проявит некоторые коллективные свойства. Действительно, в плазме, стянутой как целое далекими кулоновскими силами, легко возбуждаются всякого рода «электрически упругие» колебания (плазма всегда «шумит»).

Если плотность n числа частиц в плазме такова, что длины свободных пробегов l частиц малы по сравнению с характерными размерами L

системы, то при рассмотрении явлений переноса в плазме возможен подход, описывающий плазму, как сплошную среду (см. конец § 2). Казалось бы, что методов обычной гидродинамики вполне достаточно для описания неравновесных состояний плотной плазмы. Однако плотная плазма является «электропроводящей жидкостью» и ее движения, например во внешнем магнитном поле, будут существенно отличаться от движений обычной жидкости. В самом деле, если: 1) плазма движется в постоянном магнитном поле, то на ее заряженные частицы действует электродинамическая сила Лоренца, 2) переменное внешнее магнитное поле возбуждает в плазме индукционные токи, которые сами создают собственное магнитное поле, в свою очередь, влияющее на движение. В результате, плотная плазма должна описываться совместной системой уравнений гидродинамики и электродинамики. В этом заключается метод магнитной гидродинамики.

Рассмотрим ряд эффектов, возникающих в рамках магнитной гидродинамики. Поскольку плазма может обладать весьма высокой электрической проводимостью, то естественно ввести модель идеально проводящей (электропроводность $\sigma = \infty$) жидкости. В таком случае внешнее магнитное поле не может проникать в плазму, ибо иначе в ней индуцировались бы бесконечно большие токи. В результате, внешнее магнитное поле будет оказывать определенное давление на плазму. Легко написать выражение для величины магнитного давления P , если воспользоваться формулой для плотности энергии \mathcal{E}/V магнитного поля \vec{H}

$$P \approx \frac{\mathcal{E}}{V} = \frac{\mu_0 \mu}{2} H^2, \quad (19.1)$$

где μ_0 — магнитная постоянная (в СИ), μ — магнитная проницаемость плазмы (близка к 1).

Рассмотрим эффект самостягивающегося разряда. Если

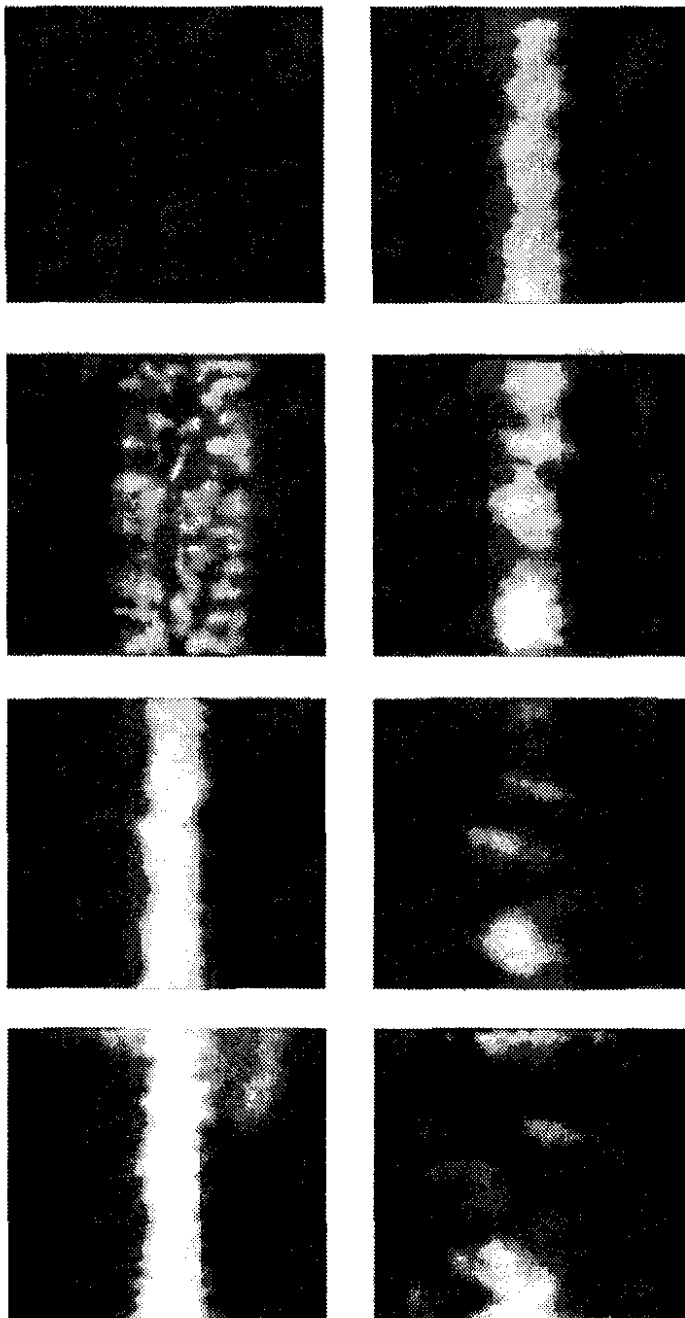


Рис. 19.1 а. Развитие неустойчивости пинча (самосжимающегося разряда газовой плазмы). Видно образование перетяжек и разрыв плазменного столба.

в камере, заполненной газом, происходит электрический разряд, то, во-первых, благодаря джоулевым тепловым потерям, происходит ионизация газа и образование плазмы, во-вторых, собственное магнитное поле разрядного тока отрывает образовавшуюся плазму от стенок камеры и сжимает ее в тонкий шнур (на рис. 19.1 а, б видно, как это происходит). Сжатие плазмы возможно, если магнитное давление по порядку величины сравнимо с тепловым давлением вещества плазмы, т. е.

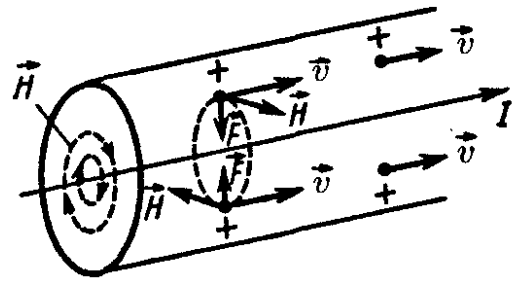


Рис. 19.1 б. На частицы плазмы действует сила Лоренца $\vec{F} = q\mu_0\mu[\vec{v}\vec{H}]$

$$2nkT = \mu\mu_0 \frac{H_I^2}{2}. \tag{19.2}$$

Для магнитного поля H_I тока существует формула

$$H_I = \frac{I}{(2\pi r_0)}, \tag{19.3}$$

где I — ток, r_0 — радиус шнура. После подстановки (19.3) в (19.2), получим

$$I^2 = \frac{(4\pi)^2}{\mu\mu_0} r_0^2 nkT. \tag{19.4}$$

В обычных плазменных экспериментах $I \sim 10^5$ А, $r_0 \approx 0,1$ м, $n \sim 10^{19}$ м⁻³, тогда температура образовавшегося плазменного шнура будет

$$T = \frac{\mu\mu_0 I^2}{(4\pi)^2 r_0^2 nk} = \frac{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} (10^5)^2}{16(3,14)^2 (10^{-1})^2 10^{19} 1,4 \cdot 10^{-23}} \approx 6 \cdot 10^7 \text{ К.}$$

Такие температуры характерны для центральных областей Солнца, где происходят термоядерные реакции, являющиеся источником энергии нашего светила.

Солнце есть плазменное образование, и задача создания «солнечного вещества» в земных условиях четко встала перед физиками-ядерщиками.

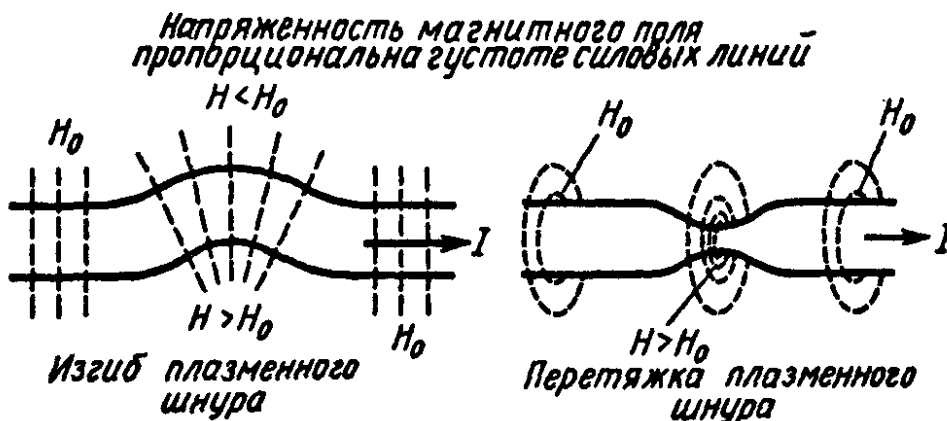


Рис. 19.1 в.

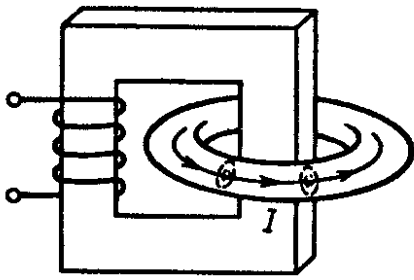


Рис. 19.2

Первые исследования высокотемпературной плазмы были выполнены свыше 50 лет тому назад и эффект самостягивающегося разряда был открыт именно тогда.

Неожиданным для исследователей явилось то обстоятельство, что плазменный шнур за чрезвычайно короткое время ($\sim 10^{-6}$ с) разрушался. Причина состояла в том, что плазменный шнур находился в состоянии неустойчивого равновесия. Малое внешнее возмущение (изгиб и перетяжка плазменного шнура — см. рис. 19.1 в) приводило к такому локальному изменению собственного магнитного поля тока (а значит и магнитного давления), которое усиливало отклонение от равновесной конфигурации. Для стабилизации плазменного шнура оказалось эффективным применять сильное продольное магнитное поле. Время удержания плазмы при этом резко возрастает.

В настоящее время экспериментальные работы по управляемым термоядерным реакциям проводятся главным образом на плазменных установках типа «Токамак» (см. рис. 19.2), впервые предложенных и построенных советскими физиками. Токамак, по сути дела, представляет собой трансформатор, у которого вторичная обмотка имеет один виток.

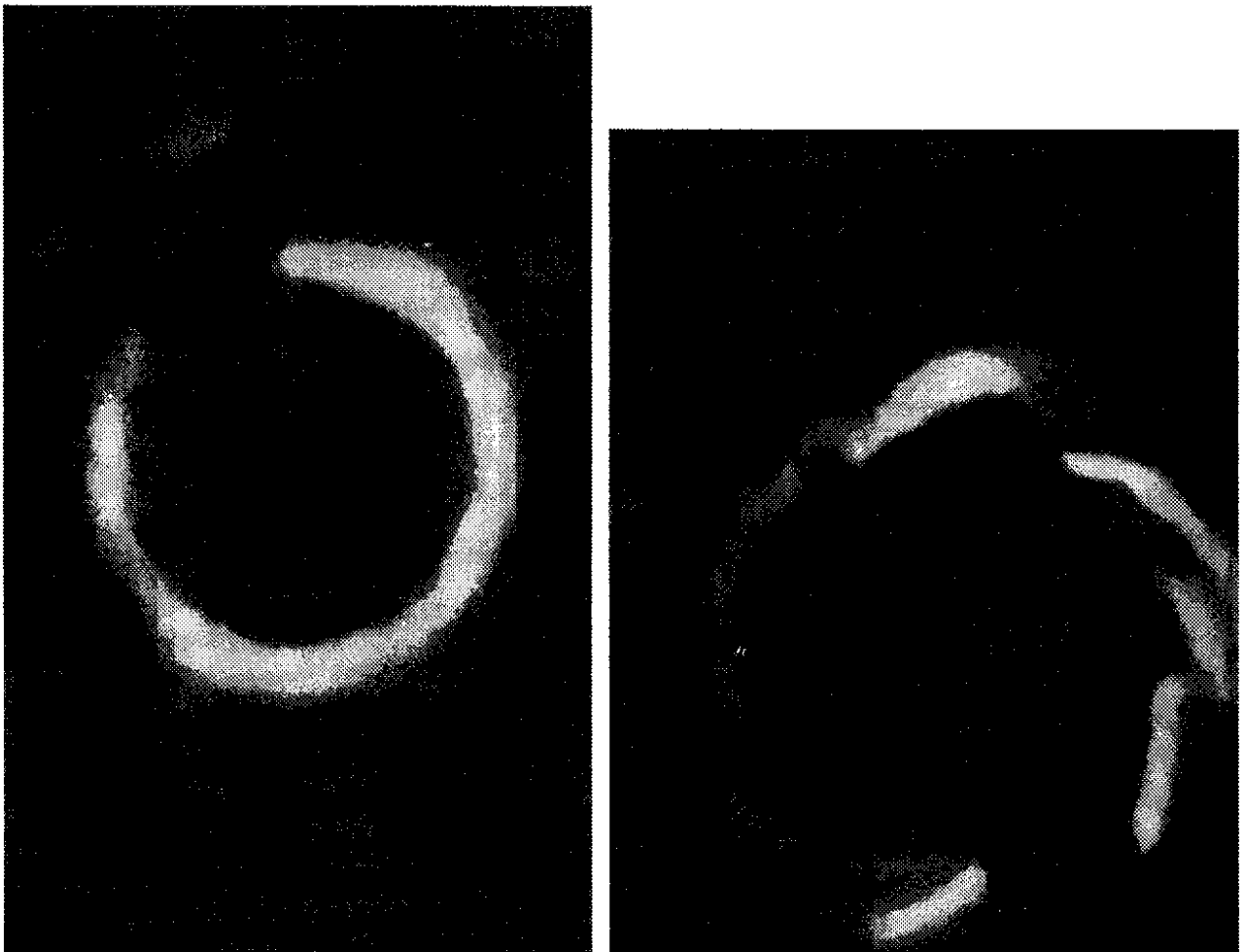


Рис. 19.3. Гидродинамическая неустойчивость плазменного шнура в тороидальной камере «Токамака»

Виток этот не что иное как замкнутая кольцевая камера, имеющая форму тора (бублика). Кольцевая камера заполняется газовой смесью дейтерия и трития при низком давлении. При прохождении импульса тока по первичной обмотке в камере происходит индукционный пробой в газе, газ ионизируется, и протекающий по нему наведенный ток нагревает его до высокой температуры. Само магнитное поле этого тока удерживает плазму от соприкосновения со стенками. Для стабилизации плазмы используется дополнительное магнитное поле, которое создается с помощью катушек, расположенных вдоль тора.

На советской плазменной установке «Токамак-10» к 1982 г. была получена развитая термоядерная реакция со временем удержания плазмы 0,1 с. Именно гидродинамическая неустойчивость плазменного шнура (см. рис. 19.3) основное препятствие на пути создания термоядерного реактора.

Мировое сообщество ученых-физиков широко включилось в исследования по термояду. Созданы крупные национальные и международные программы по термоядерному синтезу и результат не замедлил сказаться. В самое последнее время достигнут замечательный успех на тороидальной плазменной установке ДЖЕТ, созданной объединенными усилиями западноевропейских стран в Калэме (Англия). В 1989 г. на этой установке получены рекордные значения параметров плазмы. При токе в плазменном шнуре 4 миллиона ампер, магнитном поле 2,8 тесла, достигнута плотность ядер дейтерия на оси шнура $3,7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, температура дейтонов на оси шнура оказалась свыше 200 миллионов градусов, при этом время удержания энергии в плазме 1,1 секунды.

Важность полученных результатов можно оценить из того обстоятельства, что если бы эксперимент ставился не на дейтериевой плазме, а на смеси дейтерия с тритием, то был бы получен положительный энергетический выход, т. е. энергии выделилось бы больше, чем было затрачено. К октябрю 1997 г. на установке ДЖЕТ такой эксперимент был осуществлен. Достигнут порог равенства затрат и выхода энергии. Само по себе это важнейшее событие за всю историю исследований по УТС. Однако для практической реализации термоядерного реактора указанный порог необходимо превысить в 5 раз!

Конец 90-х гг. ознаменовался повышенным интересом к идеи плазменных установок типа «стелларатор». Последние представляют собой тороидальные системы с винтовыми магнитными полями для удержания плазмы, создаваемые внешними токами. Отсутствие возбуждаемых токов в самой плазме устраняет многие ее неустойчивости. Нагрев плазмы осуществляется ВЧ-устройствами или вводом энергичных пучков нейтральных атомов. Стеллараторы есть стационарные системы, в токамаках же осуществляется нестационарный режим работы.

19.2. Как возникают и «живут» магнитные поля звезд и планет

Если магнитное поле существует в идеально проводящей плазме, то относительное перемещение силовых линий поля и вещества запрещено. Это

так называемое свойство «вмороженности» магнитного поля в вещество плазмы проистекает из тех же аргументов, которые привели к представлению о магнитном давлении.

Заметим, что электрическая проводимость плазмы при $T \sim 10^7$ К не уступает проводимости твердой меди. Конечная проводимость плазмы ведет к «диффузии» внешнего поля \vec{H} в плазменную среду, а силовые линии внутреннего магнитного поля не так жестко «приклеены» к веществу.

Рассмотрим плотную высокоионизованную плазму с сильно развитой турбулентностью. Такая среда характеризуется интенсивным перемешиванием всех частей и хаотичностью их движения. Выделим мысленно «жидкую» трубку тока в этой среде, и пусть в нее «вморожено» магнитное поле. Допустим, что трубка тока с магнитной силовой линией внутри имеет форму тора (см. рис. 19.4 а). Тогда можно представить себе следующую эволюцию трехмерного движения «жидкой» трубки: растяжение ее (рис. 19.4 б), перехлест трубки с образованием восьмерки (рис. 19.4 в) и наложение двух петель (рис. 19.4 г). Очевидно, что в результате таких случайных движений произойдет усиление первоначального магнитного поля. При этом рост энергии поля идет за счет энергии движения среды.

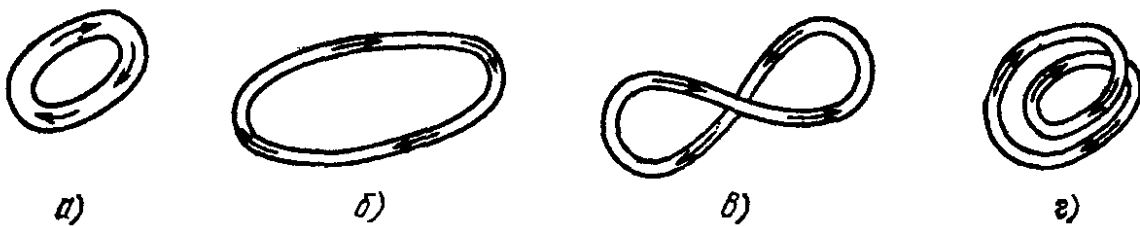


Рис. 19.4

Указанные этапы эволюции «жидкой» трубки могли бы многократно повторяться, а магнитное поле соответственно приобрести высокую напряженность (явление так называемого турбулентного динамо). Ясно, что для этого в движениях среды должна быть какая-то асимметрия.

Рассмотрим вращающуюся звезду. Возникающие при внутренних движениях звездной плазмы инерционные силы Кориолиса имеют одно выделенное направление. Различные внутренние области звезды могут вращаться с близкими, но различными угловыми скоростями; это тоже создает определенную асимметрию в условиях движения звездной плазмы. Конвекционные потоки в звезде, переносящие огромные количества тепла из внутренних областей к наружным, обладают асимметрией.

Мы видим, что явление турбулентного динамо способно объяснить происхождение магнитного поля звезды. Заметим лишь, что для генерации крупномасштабного магнитного поля звезды через механизм турбулентного динамо необходимо «затравочное», как угодно малое, спонтанно возникшее поле \vec{H} ²⁸⁾.

²⁸⁾ Более детальное рассмотрение механизма МГД-динамо в звездах и др. дано в Приложении (см. Очерк к § 19.2).

Происхождение магнитного поля Земли тоже можно объяснить механизмом турбулентного динамо. Действительно, во-первых, жидкометаллическое ядро нашей планеты является сконденсированной плазмой (это совокупность ионов и свободных электронов), во-вторых, все аргументы, приводимые для вращающейся звезды в отношении условий асимметрии ее внутренних движений, применимы к земному ядру.

В современной астрофизике динамо-процессы привлекаются не только для объяснения происхождения магнитных полей космических тел, но и для исследования вопросов эволюции магнитных полей этих тел. Так, у магнитного поля Земли наблюдалась переполусовка, у Солнца магнитные поля обладают цикличностью.

19.3. О «карнавале» колебаний и волн в магнитной гидродинамике

Поскольку плазма сложная электродинамическая и гидродинамическая система, то в ней могут возбуждаться колебания и соответственно распространяться волны самых различных типов. Колебания в плазме могут быть электростатическими, электромагнитными, магнитогидродинамическими, магнито-звуковыми, звуковыми и др.; в общем случае, указанные колебания в системе всегда перепутываются между собой.

Если внешнее магнитное поле отсутствует, то в плазме могут возникать лишь звуковые и электростатические (ленгмюровские) колебания. Действительно, так как в плазме имеются две группы частиц с противоположными зарядами и в целом плазма электронейтральна, то: 1) совместное смещение частиц обоих знаков в одном направлении приводит к локальному возникновению области повышенного давления, а это порождает упругие (звуковые) колебания; 2) смещение разноименно заряженных частиц в противоположных направлениях (их разделение) ведет к возникновению локального электрического поля, которое и создает колебания зарядов. Ясно, что соответствующие плазменные волны могут быть лишь продольными, в отличие от электромагнитных волн, являющихся поперечными.

Для плазмы находящейся в магнитном поле, возможны магнитогидродинамические и магнито-звуковые волны. При этом магнитогидродинамические волны распространяются параллельно магнитному полю (рис. 19.5), а магнито-звуковые — перпендикулярно ему (рис. 19.6).

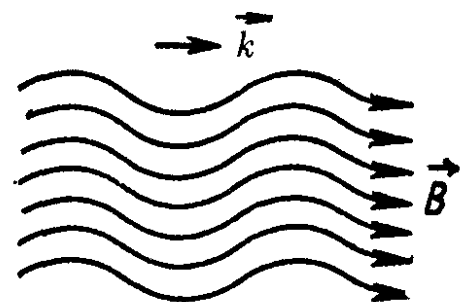


Рис. 19.5. Образование магнитогидродинамической волны: \vec{k} — волновой вектор, связанный с направлением распространения волны; \vec{B} — магнитная индукция

Вмороженность магнитного поля в вещество плазмы позволяет трактовать эти волны следующим образом: в магнито-звуковой волне вещество вместе с «приклеенными» к нему магнитными силовыми линиями испытывает сжатие и расширение вдоль направления распространения волны;

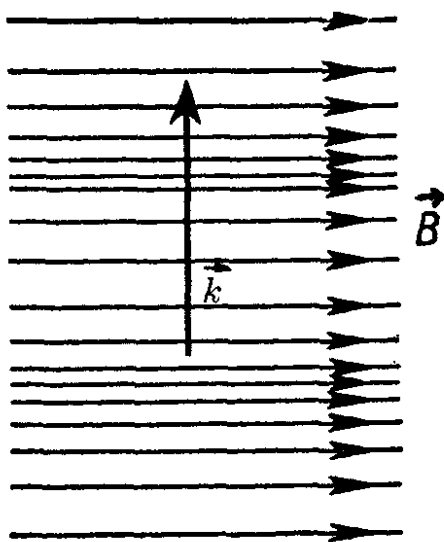


Рис. 19.6. Образование магнито-звуковой волны

в магнитогидродинамической волне происходит поперечное по отношению к направлению распространения волны смещение вещества и изгиб силовых линий магнитного поля. Эти последние волны не имеют аналога в обычной жидкости, а скорее похожи на волны деформаций сдвига в твердых телах. Вмороженное магнитное поле придает плазме упругость формы.

На примере возможных колебаний и волн в плазме, видно, насколько сложнее магнитная гидродинамика по сравнению с обычной гидродинамикой. Однако это усложнение ведет к богатству и разнообразию явлений в рамках магнитной гидродинамики. Если же иметь в виду, что плазменное состояние вещества

есть основное состояние вещества во Вселенной, то становится очевидным, сколько еще неожиданного и интересного встретит человек при исследовании ближнего и дальнего Космоса.

19.4. Нелинейные волновые эффекты в плазме и их аналоги в гидродинамике, акустике, оптике

Рассмотренные в предыдущем параграфе различные типы волн в плазме, как правило, обладают малыми амплитудами и являются линейными (см. § 8.3). Однако, при прохождении через плазму, например, пучков заряженных частиц или лазерного излучения, в ней возбуждаются плазменные волны с большой амплитудой. При этом разыгрываются различного рода коллективные нелинейные процессы взаимодействия и трансформации волн.

Для эволюции волн большой амплитуды имеет существенное значение дисперсия среды, т. е. зависимость фазовой скорости монохроматической волны от ее частоты (см. § 8.2). Поэтому необходимо указывать, с какой средой (диспергирующей или недиспергирующей) мы имеем дело в том или ином случае.

В реальных условиях монохроматические волны возбуждаются редко. Обычно возбуждение носит характер локализованного волнового пакета, представимого как наложение целого набора плоских волн. В этом случае дисперсия приводит к целому ряду интересных явлений.

В связи со сложностью количественного изучения нелинейных эффектов в плазме, мы часто, в целях наглядности, будем рассматривать аналогичные эффекты из области гидродинамики, акустики и оптики.

Начнем изложение с анализа ряда общих нелинейных волновых явлений в средах без дисперсии (на примере нелинейной акустики). Распространение звуковой волны большой амплитуды ведет к постепенному искажению профиля волны. Причина в том, что для различных

точек профиля волны (соответствующих различным степеням отклонения состояния среды от равновесного), возникнет профиль «местных» скоростей звука. При этом наибольшая скорость будет у точек профиля волны, находящихся в окрестности максимального отклонения от равновесия. В результате профиль волны деформируется — становится круче; в акустике волна оказывается пилообразной, и, в пределе, эволюционирует в периодическую слабую ударную волну; в гидродинамике — крутая поверхностная волна может опрокинуться.

Естественно, что и в плазме распространение, например, звуковых волн большой амплитуды также будет сопровождаться увеличением крутизны волновых фронтов.

Разница в скоростях распространения различных точек профиля крутой волны ведет в среде без дисперсии к другому любопытному нелинейному явлению. А именно, по мере распространения исходной волны, генерируются волны с частотами, кратными частоте основного тона, т. е. удвоенной, утроенной и т. д. частотами. При этом, вследствие отсутствия дисперсии, фазовые скорости всех гармоник одинаковы; они могут длительно взаимодействовать и находиться в резонансе, благодаря чему возникает сильная перекачка энергии между ними.

Указанный эффект четко наблюдается в нелинейной оптике (так, при прохождении лазерного луча сквозь оптически прозрачный кристалл, сам луч меняет окраску); он присутствует и в нелинейной акустике (нам знакомы искажения речи и музыки при работе электроакустических устройств в режиме большой громкости); в физике плазмы подобный эффект также имеет место.

Волны большой (конечной) амплитуды вызывают изменение состояния среды. В свою очередь, эти изменения влияют на характер распространения волн, на их свойства, и обуславливают взаимодействие волн друг с другом. Именно в этом состоит природа нелинейности волн конечной амплитуды.

Известно (см. § 8.3), что волны малых амплитуд распространяются в среде, не оказывая никакого взаимного влияния. Иначе обстоит дело с волнами больших амплитуд. Так, если в среде с дисперсией будут распространяться две независимых звуковых волны с большими амплитудами и определенными частотами, то в акустическом поле обеих волн обнаружатся волны с частотами равными сумме и разности частот волн исходных. Эти, так называемые комбинационные, частоты появляются в результате рассеяния звука на звуке.

Указанный нелинейный эффект имеет место не только в акустике, но и в оптике, и в физике плазмы.

Другим нелинейным явлением, связанным с изменением состояния среды, в которой распространяется волна большой амплитуды, выступает волновая самофокусировка. Так, в оптике интенсивная лазерная волна ведет к локальному сжатию и нагреву среды, и, соответственно, к увеличению показателя преломления света. В результате возникает своеобразная

линза, и лазерный пучок самофокусируется, т. е. сужается в поперечном сечении. Этот эффект присутствует и в плазме.

Заметим, что в гидродинамике под влиянием звука высокой интенсивности возникают течения среды (акустические течения). Природа этих акустогидродинамических явлений состоит в существовании звукового давления на среду, подобного давлению света в оптике.

Для оптических сред электромагнитная волна конечной амплитуды означает, что ее напряженность (например, электрической компоненты) должна быть порядка величины напряженности внутриатомных полей. Последние очень велики, а атомные электроны (ответственные за формирование оптических свойств среды) накрепко связаны с заряженным ядром.

В отличие от сред, состоящих из электрически нейтральных атомов или молекул, плазма представляет собой совокупность свободных ионов и электронов. Здесь электромагнитные волны относительно небольшой интенсивности уже могут оказаться сильными (при воздействии на свободные заряды). Вот почему полностью ионизованная плазма крайне нелинейный объект.

Как отмечалось в § 19.1, плазма является средой, в которой отдельные ее макроскопические части могут быть стянуты как целое далекодействующими кулоновскими силами. Другими словами, в плазме всегда существуют большие группы частиц, ведущих себя согласованным образом и обладающих собственными коллективными полями. Обычно движения таких коллективов частиц носит волновой характер и называются плазменными волнами (в § 19.3 мы останавливались на различных типах плазменных волн).

При прохождении интенсивной электромагнитной волны через плазму ее высокочастотное поле будет как бы модулироваться собственными коллективными полями плазмы. В ходе распространения электромагнитной волны (при наличии дисперсии среды) нарастает глубина модуляции ее амплитуды, и, в конце концов, она разбивается на отдельные волновые пакеты — эффект самосжатия волны. Этот нелинейный волновой процесс называют модуляционной неустойчивостью.

В § 8.4, говоря о гравитационных волнах на поверхности волнующегося моря, мы отмечали существование явления самосжатия крутых волн и разбиения их на волновые пакеты. На примере плазмы мы уяснили механизм возникновения подобного явления.

Наличие дисперсии и нелинейности позволяет реализовать феномен уединенной волны, или солитона. Это колоколообразный волновой пакет, который из-за дисперсии должен был бы расплываться на отдельные «гармоники», но эффект самосжатия пакета компенсирует его расплывание. В результате создается устойчивое образование. В § 8.4, описывая солитоны в гидродинамике, мы отметили целый ряд их свойств.

Ударные волны в среде также принадлежат к классу нелинейных явлений. Известно (см. § 11.3), что фронт ударной волны есть переходный неравновесный слой между двумя различными равновесными состояни-

ями среды. На ширине фронта испытывают скачок плотность, давление, температура и скорость среды. Внутри переходного слоя разыгрываются процессы рассеяния энергии, связанные с вязкостью и теплопроводностью.

Могут ли существовать ударные волны в сильно разреженной, полностью ионизованной плазме? В § 11.3 отмечалось, что ширина слоя ударного скачка имеет порядок величины средней длины свободного пробега микрочастиц среды. В сильно разреженной плазме роль столкновения частиц пренебрежимо мала. Отсюда ясно, что, например, в космической плазме солнечного ветра, где длины свободных пробегов заряженных частиц достигают значений порядка млн км, ударная волна возникнуть не может! Тем не менее, зондовые измерения с помощью межпланетных космических аппаратов, показали, что на границе магнитосферы Земли солнечный ветер формирует ударный фронт.

Таким образом, в сильно разреженной плазме должен существовать бесстолкновительный механизм диссипации (рассеяния) энергии. Таковым является резонансная передача энергии от заряженных частиц к плазменным волнам (и обратно).

Чуть подробнее об этом. Для формирования ударного скачка в бесстолкновительной плазме важна как нелинейность, так и дисперсия. В хаосе горячей плазмы всегда найдутся группы зарядов и волн, обладающие близкими скоростями. Вследствие этого они могут относительно долго находиться друг подле друга, и интенсивно взаимодействовать. У таких групп зарядов и волн энергии практически совпадают, и возможна ее резонансная передача от одних объектов к другим. Этот нелинейный бесстолкновительный процесс обеспечивает в ударном скачке механизм диссипации энергии в тепло. Дисперсия же (в конкуренции с нелинейностью — укрупнением волны) ответственна за периодическую солитонную структуру самого скачка.

Так, на границе земной магнитосферы формируется плазменная бесстолкновительная ударная волна (см. в дальнейшем § 20.3).

19.5. Волновая турбулентность плазмы

Исследуемая лабораторная плазма всегда находится в крайне неравновесном состоянии. В самом деле, например, в крупных установках типа «Токамак» температура на оси плазменного шнура достигает нескольких сотен млн градусов, а на стенках тороидальной камеры она почти нулевая. Такая фантастическая неравновесность полностью ионизованной плазмы, в соединении с предельной нелинейностью этого объекта, естественно приводит к картине внутренних процессов, которую можно было бы охарактеризовать как состояние сильной турбулентности.

Разумеется, что описанное исходное состояние термоядерной плазмы совершенно неустойчиво. Эволюция этой неустойчивости и приводит к турбулизации плазмы.

В отличие от обычной гидродинамической турбулентности, связанной с хаотизацией линий тока «жидких частиц», в плазме речь идет о вол-

новой турбулентности. Последняя может быть нескольких типов, в соответствии со множеством типов волн в плазме, находящейся в магнитном поле. При этом возможные механизмы возникновения и развития «турбулентности на волнах» могут существенно отличаться один от другого.

Напомним основные положения, связанные с гидродинамической турбулентностью. Вследствие развития неустойчивости, в среде возникает статистическое поле скоростей. Механизм турбулизации состоит в следующем: имеется источник неустойчивости, приводящий к накачке энергии в крупномасштабные движения среды — вихри; нелинейность среды ведет к взаимодействию движений различных масштабов, порождая дробление вихрей; наличие вязкости проявляется лишь в мелко-масштабном движении, что приводит к поглощению энергии движения и затуханию вихрей. В результате, в нерегулярном (хаотическом) движении среды будет существовать направленный поток энергии от крупных масштабов к мелким.

В гидродинамике, для гравитационных волн на поверхности штормящего моря, естественно вводится представление о турбулентности нелинейного волнового поля. Оно сводится к хаотизации фаз взаимодействующих волновых гармоник, приводящей к макроскопическому нерегулярному движению. Как разновидность гидродинамической турбулентности, волновая турбулентность в жидкости очень трудна для количественного описания, ибо здесь совершенно отсутствуют малые параметры, а значит, становится невозможным использование теории возмущений — привычного и хорошо развитого математического аппарата современной теоретической физики. По принятой классификации, турбулентность, при описании которой используются малые параметры, называют слабой, а турбулентность, где малые параметры отсутствуют, называют сильной.

При рассмотрении сильной волновой турбулентности в плазме исследователи в ряде случаев сумели достичь успеха. Одним из них явилось теоретическое и экспериментальное изучение так называемой ленгмюровской турбулентности. Последняя связана с возбуждением в системе плазменных колебаний ленгмюровского типа.

Напомним, какова природа ленгмюровских плазменных колебаний. Поскольку в плазме компонентами являются ионы и свободные электроны, то легко представить себе следующую ситуацию. В малой области, в целом почти электронейтральной, благодаря возмущениям и тепловым флуктуациям, происходит локальное разделение зарядов в некотором плоском слое. В возникшем своеобразном «плазменном конденсаторе» появится электростатическое поле. Благодаря большой подвижности электронов, по сравнению с ионами, поле в «конденсаторе» будет менять свою величину и направление. Соответственно этому, в плазме станет распространяться волна, определяющая продольные колебания пространственного заряда.

Частоту ω_p плазменных (ленгмюровских) колебаний можно найти исходя из соображений размерности. Поскольку речь идет по существу

о колебаниях электронного газа, то частота колебаний будет определяться плотностью n_e числа электронов и их индивидуальными характеристиками, т. е. массой m_e и зарядом e электрона. Используя процедуру, описанную в § 8.7, получим

$$\omega_p \sim \left(e^2 \frac{n_e}{m_e} \right)^{1/2}.$$

Точная формула отличается от приведенной множителем $(4\pi)^{1/2}$, все величины здесь и далее в этом параграфе даны в системе СГС.

Плазменные (ленгмюровские) колебания возбуждаются, например, при прохождении через плазму пучков заряженных частиц или лазерного излучения. При этом образующиеся плазменные волны («плазмоны») являются коротковолновыми. Их дальнейшая судьба складывается двояко: либо они распадаются на длинноволновый плазмон и фонон (звуковую волну), либо неупруго рассеиваются на фононах, испытывая «покраснение», т. е. становясь длинноволновыми. Фононы, участвующие в актах распада и рассеяния плазмонов, по отношению к последним, являются низкочастотными образованиями.

По мере накопления длинноволновых плазмонов образуется так называемый «плазменный конденсат». Он оказывается неустойчив по отношению к модуляции его плотности низкочастотными звуковыми волнами. В результате развития модуляционной неустойчивости, возникает «газ» плазмонов, имеющих структуру самосжатых пакетов с волновыми числами $k \rightarrow 0$.

Заметим, что «газ» плазмонов предполагает существование как газокINETического давления P_e , так и давления \tilde{P}_e высокочастотного поля поляризации плазмы. При этом, под влиянием последнего плазма может вытесняться из областей, где \tilde{P}_e велико, в места, где \tilde{P}_e мало.

Как развиваются события дальше? На первоначально однородном фоне плазменных волн неизбежно возникают его флуктуации. В окрестности флуктуаций амплитуды высокочастотного поля превышают их средние значения. Плазма станет вытесняться из этих случайно расположенных областей, образуя многочисленные «каверны». Сами каверны станут резонаторами для газа плазмонов «конденсата». В итоге, энергия плазмонов будет локализована в кавернах.

Таким образом, на начальной стадии развития ленгмюровской турбулентности возникает интенсивный поток энергии от коротковолновых колебаний к длинноволновым. Эта ситуация противоположна картине развития гидродинамической турбулентности, где происходит дробление масштабов и перекачка энергии в коротковолновую часть спектра (под спектром понимается распределение энергии по волновым числам).

Продолжим наше рассмотрение. Концентрация плазмонов в кавернах приведет к дальнейшему быстрому росту высокочастотного поля и соответственно его давления \tilde{P}_e . Произойдет ускорение процесса выталкивания плазмы из каверн и увеличение их глубины. В результате

каверны схлопываются, или, как говорят, коллапсируют. Сам процесс коллапса носит взрывной характер.

При коллапсе возникает высокая плотность энергии плазмонов. Происходит перекачка энергии из длинноволновой части спектра в его коротковолновую часть. Последняя ограничена масштабами, где начинает эффективно действовать бесстолкновительный механизм диссипации энергии. Коротковолновые плазмоны резонансным путем поглощаются тепловыми и надтепловыми электронами плазмы.

Указанный минимальный масштаб определяется дебаевским радиусом r_D . Это важнейший параметр плазмы, являющийся критерием электрической квазинейтральности плазмы. Если линейные размеры области существования плазмы на много превышают ее дебаевский параметр, то плазму можно считать квазинейтральной. Само значение r_D определяется расстоянием, на котором экранируется электрическое поле заряда в плазме. Экраном служат частицы противоположного по знаку заряда, собирающиеся вокруг заряда исходного. Для изотермической электрон-протонной плазмы

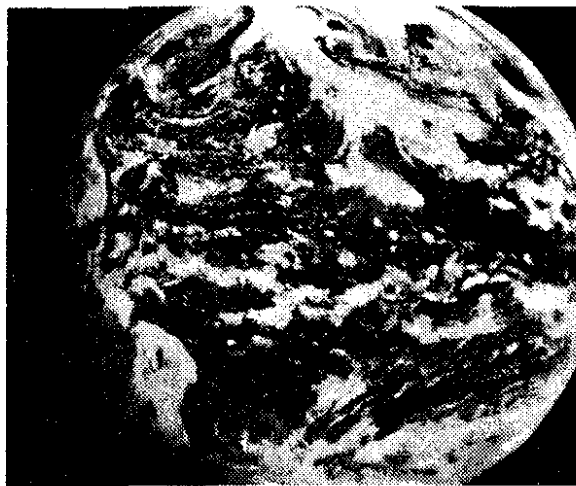
$$r_D \sim \left(\frac{kT}{n_e e^2} \right)^{1/2},$$

где T — температура и k — постоянная Больцмана.

Таким образом, волновые коллапсы играют центральную роль в формировании ленгмюровской турбулентности. Важно заметить, что в плазме, помещенной в магнитное поле, может развиваться множество различных типов турбулентности и, несомненно, многие из них происходят с участием коллапсов.

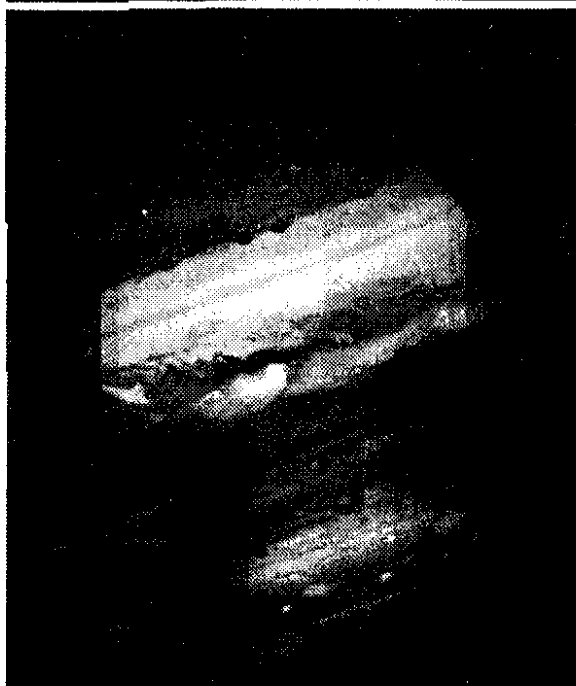
Волновые коллапсы, как взрывообразные процессы концентрации волновой энергии в уменьшающемся объеме, могут быть очень важным механизмом диссипации волновой энергии. В этой связи возникает вопрос о роли волновых коллапсов в гидродинамической турбулентности. Так, не вызывает сомнения важность коллапсов в турбулентности потенциальных колебаний сжимаемой жидкости (акустическая турбулентность).

Снимок Земли с расстояния 70 000 км. Хорошо видна сложная (почти хаотическая) структура земной атмосферы



Изображение Юпитера, полученное «Вояджером-1» 5 февраля 1979 г. На фоне диска видна Ио, ближайший к планете галилеев спутник.

Слоистая правильная структура юпитерианской атмосферы обусловлена большой ролью центробежных сил инерции на этой планете



§ 20. О солнечно-земных связях и геофизической гидродинамике

20.1. Вводные замечания

Обратим внимание читателя на существование обширного раздела геофизической гидродинамики — гидродинамики атмосферы и океана. Здесь еще очень много нерешенных проблем и сами задачи необычайно сложны и «запутаны».

Как эволюционирует климат на планете? Как формируется погода? Можно ли «научиться» точно предсказывать погоду или это в принципе случайный процесс? Для практической деятельности людей эти вопросы имеют первостепенное значение.

Такие грозные явления природы, как ураган, шторм, наводнение, землетрясение — перед которыми человек бессилён, настоятельно требует разработки методов их предсказания. Более того, необходимо уметь заранее находить начальные «очаги» предстоящих катастрофических событий и, по возможности, снимать «аномально напряженные состояния» в ат-

мосфере, океане и земной коре, взаимодействующей с жидкой горячей магмой.

Примечательно, что в Ленинграде в октябре 1988 г. на советско-американском семинаре «Нелинейные системы в прогнозе землетрясений», собравшем выдающихся специалистов обеих стран, выступил академик А. Д. Сахаров. Он высказал мысль о том, что можно искусственно вызывать землетрясения, используя в качестве спускового механизма ядерный взрыв на большой глубине. Цель такого воздействия — сбросить накопившуюся энергию, пока еще не ставшую критической, и, таким образом, избежать больших потерь.

Методами обычной гидродинамики изучаются процессы в относительно тонком слое атмосферы, высотой в несколько десятков километров. Мировой океан как среда также подвластен законам обычной гидродинамики. При этом главная трудность, тормозящая исследование процессов в этих средах, связана с отсутствием полной последовательной теории турбулентности.

Космическая магнитосфера Земли, высотные ионосферные слои, а также внутриземные подкорковые магматические области, включая «жидкое» ядро, должны изучаться методами магнитной гидродинамики.

Основным фактором, вызывающим и формирующим процессы в трех планетарных стихиях: магнитосфере, атмосфере и Мировом океане, — это огромный поток энергии от Солнца. Солнечно-земные связи проявляются не только в поглощении светового излучения, падающего непосредственно на поверхность рельефа и океана, но и через космическую плазму.

20.2. Солнце — плазменное образование и природный термоядерный реактор

Оценим температуру T и давление P в центре нашей звезды. Воспользуемся методом анализа размерностей (см. § 8.7). Естественно выразить искомое давление через основные характеристики звезды: массу M_* и ее радиус R_* ; конечно же, сюда должна войти и гравитационная постоянная G . Комбинация рассматриваемых величин

$$P \sim G^x M_*^y R_*^z \quad (*)$$

является единственной; в нее входят неизвестные числа x , y , z , которые необходимо найти. Для этого в соотношении (*) выписываем размерности участвующих величин

$$[P] = [G]^x \cdot [M_*]^y \cdot [R_*]^z,$$

или

$$\text{кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-2} = (\text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}^{-2})^x \cdot (\text{кг})^y \cdot (\text{м})^z = \text{кг}^{-x+y} \text{м}^{3x+z} \text{с}^{-2x}.$$

Сравнивая показатели степеней обеих частей приведенного равенства, получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} -x + y &= 1, \\ 3x + z &= -1, \\ -2x &= -2. \end{aligned} \right\}$$

Решение ее дает значения $x = 1$, $y = 2$, $z = -4$. В итоге

$$P \sim G \cdot M_*^2 \cdot R_*^{-4}, \quad (20.1)$$

или

$$P \sim \frac{GM_*^2}{R_*^4}. \quad (20.1)$$

В (20.1) давление в центре звезды выражается через величины, определяемые в лабораторном опыте (G) и в астрономических наблюдениях (M_* и R_*).

Найдем порядок величины давления в центре Солнца. Для Солнца $M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $R_\odot = 7 \cdot 10^8$ м, давление же в центре

$$P_\odot \sim \frac{6,7 \cdot 10^{-11} (2 \cdot 10^{30})^2}{(7 \cdot 10^8)^4} \approx 1,1 \cdot 10^{15} \text{ Па} \approx 10^{10} \text{ атм.}$$

Хотя большинство звезд — это несомненно плазменные образования, мы будем моделировать звезду в виде газового шара с уравнением состояния

$$PV = \frac{m}{M} RT, \quad (20.2)$$

в котором R — газовая постоянная; M — молярная масса.

Для стационарной звезды гравитационное сжатие должно компенсироваться тепловым противодействием

$$P_{\text{грав}} \approx P_{\text{тепл}}. \quad (20.3)$$

Подставляя сюда (20.1) и (20.2), получаем

$$G \frac{M_*^2}{R_*^4} \approx \frac{\rho}{M} RT_{\text{центр}}. \quad (20.4)$$

Среднюю плотность звезды оценим как

$$\rho \sim \frac{M_*}{R_*^3}. \quad (20.5)$$

Подставляя (20.5) в (20.4), напишем выражение для температуры в центре звезды

$$T_{\text{центр}} \sim G \frac{M_* M}{R_* R}.$$

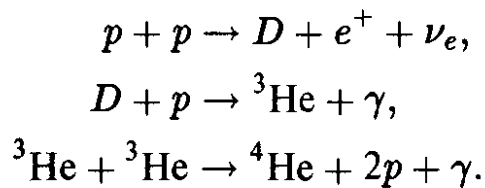
В случае Солнца $M = 1 \cdot 10^{-3}$ (водородная звезда), и для температуры в его центре получим

$$T_{\odot \text{ц}} \sim \frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 10^8 \cdot 8,3} \sim 2 \cdot 10^7 \text{ К.}$$

Сравним полученное значение температуры в центре Солнца с температурой в плазменном шнуре в установках типа «Токамак» (см. § 19.1).

Поскольку в последних уже успешно «запускаются» термоядерные реакции на изотопах водорода, естественно сделать вывод, что Солнце черпает свою энергию именно из реакций подобного типа.

Так как Солнце — водородная звезда, то цикл ядерных реакций предполагается следующим:



Энергия освобождается в форме позитронов e^+ (которые, аннигилируя с электронами, рождают γ -кванты), γ -квантов, нейтрино ν_e и кинетической энергии протонов p . Ядра дейтерия D и легкого изотопа гелия ${}^3\text{He}$ являются промежуточными продуктами.

Заметим, что реакция $p + p$, с образованием дейтерия, обладает очень малой вероятностью, ибо требует сочетания весьма редких событий: подбарьерного квантового перехода и, одновременно, превращения одного из протонов в нейтрон n , ибо только протон и нейтрон могут образовать ядро дейтерия²⁹⁾.

В итоге, центральные области Солнца будут испускать нейтрино и гамма-кванты. Нейтрино, практически не взаимодействуя с веществом, беспрепятственно покидают Солнце и, кстати говоря, фиксируются физиками на Земле. Гамма-кванты обречены на «тернистый путь» сквозь солнечное вещество и, в конце концов, «термализуются».

Что касается температуры поверхностных слоев Солнца, то ее можно оценить, используя закон теплового излучения Планка

$$T\lambda_{\max} = \text{const} = \frac{2\pi\hbar c}{4,96k},$$

где λ_{\max} — длины волн той части электромагнитного спектра излучения, на которую приходится энергетический максимум. Для Солнца — это желто-зеленая область спектра, т. е. $\lambda_{\max} \approx 5,5 \cdot 10^{-7}$ м. В результате

$$T \approx \frac{6,28 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,96 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}} \approx 5300 \text{ К.}$$

Ясно, что вещество недр Солнца будет представлять собою (в основном) смесь «голых» ядер водорода и свободных электронов, т. е. полностью ионизованную высокотемпературную плазму. Поверхностные слои Солнца могли бы быть лишь частично ионизованной плазмой. Однако, при огромной разности температур между центральными областями и поверхностью на Солнце образуется мощнейший тепловой поток,

²⁹⁾ Свободный протон — частица стабильная. В тексте речь идет не о свободном протоне, а протоне, вступившем в сильное (ядерное) взаимодействие. Само превращение $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$ происходит за счет так называемого «слабого взаимодействия».

направленный наружу. Возникает грандиозное конвективное гидродинамическое движение солнечного вещества. Формируются ячейки типа Бенара—Рэлея, которые проявляются в виде гранулированной поверхности Солнца (см. § 7.4 и фото-заставку к § 7).

При сложившихся условиях состояние солнечной плазмы на поверхности будет крайне неоднородно: рождаются и исчезают «солнечные пятна», сопровождающиеся вспышкой рентгеновского излучения; наблюдаются «протуберанцы» и выбросы вещества в виде «спикул» (см. фото-заставку к § 19).

Указанные явления относятся к классу магнитогидродинамических, и на их механизме необходимо остановиться. Предварительно рассмотрим эффект «пересоединения» магнитных силовых линий в «замагниченной» плазме. Его значение в магнитной гидродинамике не менее важно, чем значение эффекта «вмороженности» магнитного поля в плазму (о последнем см. §§ 19.1 и 19.2).

В сильных магнитных полях, когда магнитное давление в плазме значительно превосходит плотность кинетической энергии ее вещества, возможен, естественно, переход магнитной энергии в энергию движения среды. Такой механизм реализуется в солнечной плазме.

Картина на Солнце складывается следующим образом. Конвективные течения солнечной плазмы образуют, в частности у его «поверхности», сложную ячеистую структуру — поверхностную сетку. Вследствие «вмороженности» магнитных полей в вещество высокоионизованной плазмы, сами магнитные поля также будут обладать сетчатой ячеистой конфигурацией. В пределах ячеек, в силу явления турбулентного плазменного динамо (см. § 19.2), не исключено самовозбуждение (генерация) локальных магнитных полей. Магнитные силовые линии соседних ячеек могут иметь взаимно противоположные направления. При их тесном сближении возможен разрыв — пересоединение магнитных силовых линий, с освобождением «свободной» магнитной энергии. Такое изменение топологии магнитного поля сопровождается выбросом сгустков солнечной плазмы.

Грандиозные вспышки на Солнце, имеющие описанный выше механизм, явление нечастое. Оно сопровождается: 1) выбросом огромных масс плазмы, движущихся со скоростями до 1000 км/с; 2) электромагнитным излучением в самом широком диапазоне, начиная с рентгеновского и кончая радиоизлучением; 3) ускоренными потоками электронов, протонов и ядер более тяжелых химических элементов (иногда их энергии достигают гигантских значений в десятки ГэВ). Последнее возможно в силу того, что эффект пересоединения магнитных силовых линий сопровождается возникновением сильнейших электрических полей.

По-видимому, постоянно «бушующее море» спикул — многочисленных поверхностных солнечных вспышек малого масштаба и, конечно же, сами крупномасштабные вспышки, формируют то, что называют «солнечным ветром»

20.3. Магнитосфера Земли

Природа возникновения собственного магнитного поля Земли нами рассматривалась в § 19.2. Это поле носит дипольный характер, однако поток солнечного ветра видоизменяет его «до неузнаваемости». Дело в том, что набегающая солнечная плазма, не имея возможности «грубого» проникновения в область «замагниченного» пространства Земли, деформирует (поджимает) полусферу магнитного поля, обращенную к Солнцу. Противоположная магнитная полусфера деформируется в «хвост». В результате, в межпланетной космической плазме образуется «каверна» (пустота), заполненная магнитным полем Земли, — это и есть магнитосфера нашей планеты.

При натекании сверхзвуковых плазменных потоков солнечного ветра на магнитосферу Земли, возникает ударная волна.

Заметим, что понятие «сверхзвуковой», в данном случае, имеет место по отношению к так называемым альвеновским волнам, существующим в межпланетной плазме солнечного ветра.

Альвеновские волны — это поперечные магнитогидродинамические волны, распространяющиеся в плазме вдоль силовых линий магнитного поля (см. также § 19.3). Благодаря свойству «вмороженности» последних, в колебаниях альвеновских волн участвуют не только электромагнитные поля, но и вещество проводящей среды. Скорость распространения альвеновских волн определяется плотностью плазмы и напряженностью магнитных полей. При очень малых плотностях альвеновские волны плавно переходят в обычные электромагнитные волны в вакууме.

Что касается ударной волны солнечного ветра, то ее фронт располагается на расстоянии нескольких десятков тыс. км от границы земной магнитосферы. Указанное обстоятельство связано с тем, что «обтекаемое тело» — магнитосфера — является тупым, а ударная волна — отошедшей (см., например, фото-заставку к § 14). Сам фронт ударной волны имеет толщину около 100 км, т. е. много меньше, чем длины свободных пробегов частиц плазмы межпланетной среды (в данном случае длины свободных пробегов сравнимы с расстоянием от Земли до Солнца, т. е. 150 млн км). В этой связи напомним, что в обычной газодинамике толщина фронта ударных волн сравнима с длинами свободных пробегов нейтральных (незаряженных) частиц среды (см. конец § 11.3).

Таким образом, физика ударной волны солнечного ветра должна быть несколько иной. Поскольку здесь толщина фронта ударной волны много меньше длины пробега частиц, то столкновением самих частиц при формировании фронта можно пренебречь. По этой причине такие ударные волны называют бесстолкновительными.

Известно, что толщина фронта ударной волны определяется процессами перехода всех видов энергии в тепло (диссипация). В обычной газодинамике ими являются вязкость и теплопроводность. В космической плазме, в условиях бесстолкновительности процессов диссипации, ими являются коллективные резонансные явления передачи энергии от быстрых заряженных частиц к возбужденным интенсивным плазменным

колебаниям (см. §§ 19.4, 19.5). Существенную роль, в ограничении толщины фронта бесстолкновительной ударной волны, играет также факт наличия силы Лоренца, действующей на поток заряженных частиц плазмы со стороны параллельного фронту магнитного поля.

На фронте бесстолкновительных ударных волн испытывают скачки плотность и температура межпланетной плазмы, а также скачком возрастает напряженность магнитного поля солнечного ветра.

Приведем количественные данные о плотности числа частиц n в плазме межпланетной среды и околоземном космическом пространстве. В плазме солнечного ветра $n \sim 1 \div 10 \text{ см}^{-3}$. Магнитосфера и радиационные пояса Земли имеют $n \sim 10^7 \text{ см}^{-3}$. Ионосфера Земли (на высоте 350 км) имеет $n \sim 10^5 \text{ см}^{-3}$.

В указанных космических плазмах, как правило, отсутствует термодинамическое равновесие, в частности между электронной и ионной компонентами. По отношению к быстротекающим процессам такие плазмы являются бесстолкновительными. Рассмотренная выше ударная волна на границе магнитосферы, является примером такого быстротекающего процесса.

Остановимся теперь на свойствах самой магнитосферы Земли. Бесстолкновительная ударная волна, образующаяся перед земной магнитосферой, отклоняет плазменный солнечный поток, который затем обтекает магнитосферную полость, окружающую Землю. Плотность энергии магнитного поля, замороженного в плазму солнечного ветра, составляет всего 1 % от плотности кинетической энергии потока на орбите Земли. Казалось бы, критерий эффективного проявления процессов пересоединения магнитных силовых линий солнечного ветра и земного магнитного диполя не выполняется. Тем не менее, в небольшой области на границе магнитосферы (с подсолнечной стороны), где плазменные потоки «натываются» на магнитосферную «броню», сама плазма сильно турбулизована, и ее электрическое сопротивление резко возросло. Другими словами, здесь нарушается условие «вмороженности» магнитных полей. Это способствует возможности пересоединения магнитных силовых линий плазмы солнечного ветра и магнитного земного поля. Особенно заметными эффекты пересоединения становятся в случаях, когда силовые линии магнитных полей солнечного ветра и дипольного поля Земли (в области их тесного взаимного соприкосновения) антипараллельны. Увлекаемые солнечным плазменным потоком, пересоединенные силовые линии магнитного поля Земли образуют протяженный магнитный шлейф — хвост магнитосферы.

По законам гидродинамики, при обтекании тел, благодаря вязкости, образуется относительно узкое пристеночное течение — пограничный слой (см. § 7.2). Аналогичная ситуация осуществляется и при обтекании солнечным ветром замагниченной земной каверны. Пограничный слой солнечной плазмы образует «плазменную мантию» магнитосферы Земли. Поскольку электрическая проводимость плазмы в пограничном слое конечна (хотя и велика), то не исключаются процессы медленного дрейфа магнитного поля и диффузии частиц солнечной плазмы во внутрен-

ние области земной магнитосферы. В результате, магнитосфера Земли постепенно будет накапливать магнитную энергию и вещество.

Магнитная конфигурация хвоста магнитосферы будет представлять собой антипараллельные «потоки» силовых линий, разделенные нейтральной полосой. Процессы возмущения и неустойчивости плазмы приводят к пересоединению магнитных силовых линий в ряде мест нейтральной полосы. В итоге образуются как замкнутые на Землю силовые линии, так и свободные магнитные петли. Последние могут порождать изолированные области плазмы — плазмоиды; формируется и механизм выброса плазмоидов, уносящих избыток энергии из хвоста магнитосферы.

Заметим, что диаметр хвоста магнитосферы имеет размеры около $30R_3$ (земных радиусов), а длина его превышает $1000R_3$.

Вблизи Земли, на расстояниях $4 \div 5R_3$, силовые линии дипольного магнитного поля нашей планеты образуют своего рода «магнитную ловушку». В поперечном сечении указанной конфигурации магнитного поля силовые линии сгущаются у полюсов и расходятся аркой между ними. В околоземном пространстве возникает незримая магнитная «тороидальная камера» с источниками и стоками силовых линий, у обоих магнитных полюсов.

Заряженные частицы, оказавшиеся в такой области магнитного поля, могут двигаться, в общем случае, лишь вдоль силовых линий, одновременно совершая вращение вокруг них. Там, где силовые линии сгущаются, т. е. магнитное поле усиливается, частицы испытывают «отражение». В результате они будут совершать колебания между полюсами, и окажутся запертыми в ловушке.

Среди такого рода частиц окажутся и частицы высоких энергий от солнечных вспышек. Они образуют так называемые «радиационные пояса» Земли. Концентрация частиц в них зависит от состояния Солнца. Поэтому обеспечение безопасности полетов на пилотируемых орбитальных станциях связано с возможностью прогнозов солнечной активности.

Возмущения магнитосферы Земли преимущественно возникают тогда, когда на ее дневной стороне магнитные силовые линии солнечного ветра и земного дипольного поля будут иметь противоположные направления. В этот отрезок времени (как отмечалось неоднократно) становятся резко выраженными эффекты пересоединения силовых линий, и хвост магнитосферы оказывается резервуаром для интенсивно поступающей магнитной энергии. Ее накопление происходит быстро и до тех пор, пока не разовьются плазменные неустойчивости. Магнитосфера испытывает перестройку, и ее энергия может выделиться взрывным путем. В этот момент, в частности, возможны интенсивные полярные сияния и магнитные бури.

В заключение раздела отметим, что открытие существования солнечного ветра, самой магнитосферы Земли, ее радиационных поясов было сделано с помощью новых научно-технических средств — запусков ИСЗ, межпланетных космических аппаратов. Изучение единой связанной электродинамической и магнитогидродинамической системы «солнечный

ветер — магнитосфера Земли — ее ионосфера» явится базой для глубокого понимания таких явлений, как формирование и изменение климата на нашей планете, эволюции ее биосферы.

20.4. Атмосфера и океан. Задача о вращающейся жидкости

Указанную задачу рассмотрим лишь качественно. Пусть несжимаемая жидкость равномерно вращается как целое. Предположим, что слой такой жидкости силами тяготения удерживается на вращающейся твердой сфере. С последней свяжем систему отсчета. В этом случае, как известно, в механические уравнения движения должны быть введены две инерциальные силы — центробежная и кориолисова. В нашей задаче такого рода силы будут входить в гидродинамические уравнения движения жидкости. Подобное обобщение уравнений гидродинамики и их исследование является предметом так называемой геофизической гидродинамики.

Результаты аналитического изучения поведения жидкости (ее внутренних течений и волн) могут быть перенесены на газовый слой, находящийся в аналогичных условиях. Совершенно очевидно, что данные итогов анализа рассматриваемой задачи будут в основных чертах применимы к океану и атмосфере Земли.

Напомним, что кориолисова сила (отнесенная к единичной массе жидкости) равна $2[\vec{v}\vec{\Omega}]$. Здесь $\vec{\Omega}$ — вектор угловой скорости вращения жидкости, а \vec{v} — скорость течения жидкости во вращающейся системе отсчета. В этой системе сила Кориолиса появляется лишь при движении жидкости. Она направлена перпендикулярно плоскости векторов \vec{v} и $\vec{\Omega}$, образуя с ними ориентацию правой тройки векторов.

Применим представление о силе Кориолиса к ветрам пассатам, дующим от тропиков к экватору. В случае отсутствия вращения Земли, они были бы направлены либо с севера на юг (в Северном полушарии), либо с юга на север (в Южном полушарии). Наличие планетарного вращения (а значит и действие сил Кориолиса) приводит к отклонению крупномасштабных потоков воздуха к западу. То же самое происходит с океаническими течениями.

Заметим, что кориолисовы силы не вносят вклада в энергию движущихся масс среды.

В отличие от сил Кориолиса, центробежные силы инерции влияют на энергию среды. При этом вклад в энергию зависит от координат \vec{r} элемента массы среды и пропорционален квадрату угловой скорости вращения Земли вокруг собственной оси.

Сама инерциальная центробежная сила (отнесенная к единичной массе жидкости) имеет вид $[\vec{\Omega}[\vec{r}\vec{\Omega}]]$. Эта запись есть двойное векторное произведение, согласно которому центробежная сила направлена в плоскости, проходящей через \vec{r} и $\vec{\Omega}$ перпендикулярно к оси вращения, в сторону от оси; по модулю она равна $r'\Omega^2$, где r' — расстояние элемента единичной массы жидкости от оси вращения.

Таким образом, влияние поля центробежных сил инерции сводится к некоторой (незначительной) компенсации полей тяготения, в зависи-

мости от географической широты элементов среды. При этом максимум влияния (в частности, на воздушную и водную среду) будет в экваториальной зоне, и минимум — в полярной.

Что касается волнового движения в жидкости, находящейся в поле тяготения, то оно образует два больших класса. Поверхностные гравитационные волны, т. е. волны, для формирования которых в приповерхностном слое существенна сила тяжести. Их многообразие мы рассматривали в § 8 «Волны на воде».

Другим классом гравитационных волн в жидкости являются внутренние волны, распространяющиеся в объеме жидкости. Число их типов не столь многочисленно. Есть внутренние волны, происхождение которых связано с неоднородностью распределения термодинамических параметров жидкости, обязанного наличию поля тяжести. Так, с изменением глубин погружения, будет меняться давление. Смещение по высоте некоторого участка жидкости приведет к нарушению механического равновесия в слое, а значит, возникнет колебательное движение. Соответствующие внутренние волны рассматриваются в условиях, когда в волне учитывается изменение плотности среды лишь с изменением температуры, но не давления. Анализ их в линейном приближении приводит к выводу, что такого рода волны поперечны. Особенностью этих волн является то, что они не могут распространяться вдоль вертикального направления.

Другой тип внутренних волн в океане и атмосфере связан с наличием кориолисовых сил во вращающейся жидкости. Эти волны (называемые инерционными), будучи также линейными, удовлетворяют условию поперечности и обладают круговой поляризацией. Особый вид инерционных осесимметричных (не плоских) внутренних волн может распространяться и вдоль оси вращения жидкости.

Звуковые волны в жидкости и газе, как известно, являются продольными. Об особенностях их распространения в Мировом океане, а именно, о существовании подводного звукового волновода, речь шла в § 8.6.

В атмосфере Земли преобладающими видами движения гидродинамического типа являются тепловая конвекция и вихри.

Об общих свойствах вихревого движения в гидродинамике мы рассказывали в § 3.3. Вихри в атмосфере возникают в местах пониженного («циклон») или повышенного («антициклон») давлений воздуха у земной поверхности. В отношении влияния на «погоду» их проявления резко различны (см. в дальнейшем).

В случае образования циклона, в область пониженного давления устремляются встречные потоки струйных течений. Кориолисовы силы заворачивают все эти струи вправо, и формируется вихрь. Сталкивающиеся массы воздуха, естественно, направляются вверх, образуя «закрученную» воронку. На некоторой высоте, где давление атмосферы оказывается повышенным, струи расходятся в виде раскручивающихся «рукавов» (см. фото-заставку к § 3).

В случае антициклона ситуация «зеркально обращена». У поверхности — зона повышенного давления, которая «размывается» расходя-

щимися поверхностными ветрами спиральной структуры. Естественно, по нисходящей воздушной воронке устремляются высотные массы атмосферы, где давление пониженное, а сама воронка является стоком для высотного сходящегося вихря.

Пространственно-временные масштабы циклонов и антициклонов следующие: их поперечник может иметь размеры от 200 до 3000 км, а время жизни около недели.

Что касается характера «погоды», то в случае циклона (в его центре) воздушные массы, интенсивно поднимаясь вверх и охлаждаясь, образуют значительный облачный покров. При антициклоне сухой воздух верхней атмосферы опускается вниз, поэтому в этих местах господствует безоблачное, ясное небо.

С общефизической точки зрения, необычайно интересен факт существования в атмосфере планеты Юпитер грандиозного долгоживущего вихря, который наблюдается уже около 300 лет (см. фото-заставку к § 8). Вихрь имеет вид овала, а размеры значительно превышают нашу Землю: длина большой оси овала $20 \div 25$ тыс. км, а малой — $10 \div 12$ тыс. км. Направление вращения вихря — антициклоническое. Вихрь постоянно дрейфует в юпитерианской атмосфере (против вращения планеты), не изменяя радикально своего вида.

На Юпитере атмосферные течения носят зональный характер (вытянуты вдоль параллелей, и периодически меняют свое направление при смещении вдоль меридиана). Такого рода кольцевые антипараллельные течения постоянно «раскручивают» крупномасштабный юпитерианский вихрь (получивший название «Большое красное пятно»).

Зональные течения на Юпитере, по современным воззрениям, есть результат эволюции двумерной турбулентности атмосферы: малые вихри сливаются и образуют непрерывную кольцевую цепочку («течение») с пространственным периодом около 10 тыс. км. (это хорошо видно на фотографии атмосферы Юпитера, полученной «Вояджером-1» в 1979 г. — см. заставку к § 8).

Природа Большого вихря Юпитера — солитонная. Это нерасплывающийся нелинейный волновой пакет, или так называемая уединенная волна (см. § 8.4). Планетарные кориолисовы силы формируют вихревой солитон. Он является самоподдерживающимся образованием. «Подкачка» вихря взаимно встречными зональными течениями точно компенсирует его потери импульса и энергии из-за вязкости. Такой солитон называют автосолитоном Росби.

Рассмотренные представления возникли как в результате наблюдений с космических аппаратов, так и экспериментального моделирования явления в лаборатории (см. ссылку в § 3.3).

Атмосфера и океан, подчиняясь единым законам гидродинамики, должны иметь много общего в своем поведении. До 1950–60-х гг. у океанологов существовало представление о Мировом океане, как об установившейся системе крупномасштабных течений. Оказалось же, что «гидродинамическая жизнь» океана формируется среднемасштабными

структурами с высокой концентрацией кинетической энергии — аналогами атмосферных циклонов и антициклонов. Их размеры достигают 100 км в поперечнике, а время жизни около 100 суток. Атмосферные вихри обычно имеют протяженность 1000 км, а время существования $3 \div 5$ суток.

Важность среднемасштабных структур, возникающих по законам случая, заключается в том, что до 90 % кинетической энергии общей циркуляции Мирового океана приходится на среднемасштабные образования. Велика их роль в перемешивании вод Мирового океана, во взаимодействии океана и атмосферы, в климатических изменениях на нашей планете.

Сформулируем более четко причины изменения взглядов океанологов. Во-первых, открытие в океане среднемасштабных вихревых структур. Во-вторых, разработка теоретических представлений о двумерной турбулентности, которая оказалась существенной в геофизической гидродинамике. Дело в том, что относительно быстрое вращение Земли делает крупномасштабные течения в океане и атмосфере, а также смещения среднемасштабных вихрей «плоскостными»³⁰⁾.

В чем особенности двумерной турбулентности?

Известно, что в трехмерной турбулентности (см. § 7) поток энергии направлен от больших масштабов к малым, где и диссипирует в тепло. В двумерной турбулентности ситуация обратная: поток энергии идет от малых масштабов к большим. Ввиду этого среднемасштабные структуры двумерной турбулентности содержат так много кинетической энергии. Естественно, что существуют факторы (например, придонное трение), которые ограничивают рост масштабов и энергии указанных структур.

Становится понятным также образование зональных течений в юпитерианской атмосфере (см. описание выше). «Двумерность» вихревых «течений» на Юпитере стимулирует слияние мелких вихрей в крупные. Росту масштабов последних вдоль меридианов препятствуют силы Кориолиса, и образуются кольцевые «течения» вдоль параллелей.

Вопрос о соотношении представлений двумерной турбулентности и колмогоровской теории трехмерной турбулентности (см. § 7.3) мы здесь не рассматриваем.

Теперь об атмосферной конвекции у нас на Земле. Неравномерное распределение температур воздушных масс как по высоте, так и отчасти вдоль поверхности, ведет к возникновению конвективных течений. Неизменная (в среднем) разница температур земной поверхности в экваториальной области и средних широтах формирует крупномасштабные конвективные ячейки.

Горячий и влажный воздух тропиков поднимается вверх до высот около 17 км. «По дороге» сконденсированная влага образует мощную облачность, так что экваториальные широты практически всегда закрыты облачным поясом. На высоте (где температура около -75° C) осушенный воздух расходится к северу и югу, приобретая скорости до 200 м/с.

³⁰⁾ Говорить о «течениях» среднемасштабных вихрей можно лишь условно. Это усредненное направление смещения зарождающихся вихревых структур. Особенно это наглядно в смещениях циклонов и антициклонов в атмосфере планеты.

Причина в том, что в экваториальной области воздушные массы, хорошо прогреваясь, обладают значительным запасом внутренней энергии. Излучая часть энергии в Космос, поток теряет скорость, опускается в средних широтах, и затем движется вдоль поверхности в направлении к экватору.

Земная атмосфера есть термодинамически неравновесная система, в которой существует постоянная циркуляция воздушных масс. Отсюда ясно, почему для количественного описания крупномасштабного состояния атмосферы необходим гидродинамический подход.

Теперь естественно затронуть принципиальные вопросы, связанные с явлениями погоды. Вначале о том, что такое погода? С точки зрения метеоролога, это совокупность данных о состоянии атмосферы и поверхности Земли (океана, суши) в данный момент времени. К параметрам состояния относят температуру, давление и влажность приповерхностного воздуха, направление и скорость ветра, характер облачности и осадков.

Для более или менее надежного предсказания погоды, а это делается с помощью численного решения сложной системы уравнений геофизической гидродинамики, необходима обширная информация о изначальных данных по состоянию атмосферы, океана и суши. Однако огромные океанические просторы (они занимают $2/3$ земной поверхности) и полярные зоны лишены необходимого количества метеорологических станций. К тому же, замеры атмосферных параметров нужно производить по всем высотам воздушной оболочки Земли, что также затруднено.

Но не только это обстоятельство делает предсказание разнесенных во времени состояний атмосферы вероятностным. Течения воздушных и океанских масс крайне турбулизованы; так, числа Рейнольдса для атмосферы порядка 10^{10} .

В § 7.6, на примере тепловой конвекции Бенара—Рэлея, мы видели, что, в зависимости от значений ряда критериев подобия, конвекция может протекать как в регулярном, так и хаотическом режимах. Последнее означает, что как бы ни была мала неопределенность в исходных данных, рано или поздно она приводит к принципиальной непредсказуемости состояний системы. Причина в том, что сами уравнения гидродинамики нелинейны, а течения жидкости могут оказаться неустойчивыми. Однозначные предсказания состояния жидкости (и газа) в этом случае возможны только на коротком интервале времени, ибо исходные неопределенности возрастают со временем экспоненциально (подробней см. § 7.6).

Метеорологический (гидродинамический) прогноз хорош на день вперед, удовлетворителен — на неделю вперед, месячный — совпадает лишь приближенно.

Для долгосрочных прогнозов погоды знание состояния Мирового океана является определяющим. Это видно хотя бы из того, что тепловые запасы вод Мирового океана примерно на три порядка превосходят тепловые запасы воздушной атмосферы (точнее, $1600 : 1$). Указанное обстоятельство объясняется как большой массой вод океанов, так и большой теплоемкостью воды.

Видимая область солнечного спектра излучения свободно проходит сквозь атмосферу (частично поглощаясь и рассеиваясь облаками) и является тем источником энергии, благодаря которому возникают ветры Земли и течения в ее океанах.

Значительная часть энергии солнечного излучения поглощается океаническими водами. При этом существенно прогревается лишь приповерхностный слой, толщиной в несколько метров. Прогретая вода не опускается в глубинные слои, будучи менее плотной по сравнению с нижележащей холодной водной средой. Так, в тропической зоне верхние слои океана могут иметь температуру 25°C , а на глубине 1 км около 5°C . Сезонные колебания температуры наблюдаются лишь в верхнем слое океанов (до глубины 100 м). Естественно, перемешиванию вод океана способствуют волнения водной поверхности.

Какова роль Мирового океана в регулировании содержания CO_2 в атмосферном воздухе? Скорость диффузии атмосферного CO_2 в морскую воду примерно та же, что и скорость усвоения CO_2 морскими водорослями при фотосинтезе. Половина поступающего в атмосферу CO_2 (от сгорания органического топлива) поглощается растениями при фотосинтезе ($5/6$ водорослями и $1/6$ растениями на суше).

Взаимодействие атмосферы с океаном многообразно. В частности, постоянные ветры «ревущих» сороковых широт Южного полушария, где, вообще мало суши, вызывают устойчивое волнение поверхности океана. Здесь волны развиваются до высот $15 \div 20$ м.

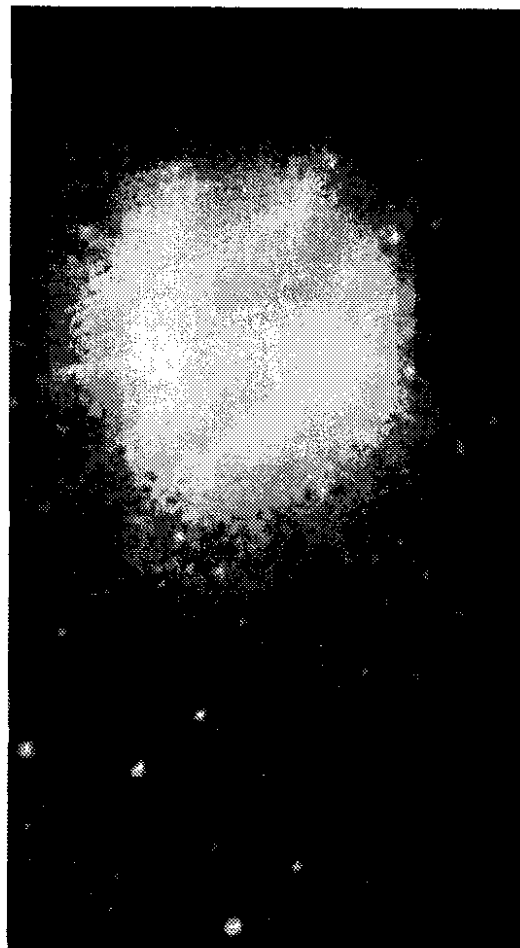
Несомненно, ветровой режим влияет на океанические течения. Примером может служить Гольфстрим в Атлантике, теплые воды которого направлены вдоль «дороги циклонов». Однако есть и исключения из этого правила.

Следует иметь в виду, что тайфуны и ураганы черпают свою энергию от сильно нагретой поверхности океана. Дело в том, что тропический циклон вызывает интенсивное испарение океанской воды. Сам процесс испарения требует значительного тепла, поэтому вода в океане охлаждается. Водяные пары, поднятые вверх, конденсируются и отдают теплоту конденсации воздуху.

Таким образом, океан и атмосфера взаимно влияют друг на друга. С позиций гидродинамики, налицо сложнейшая нелинейная система океан-атмосфера.

Академик Л. М. Бреховских считает комплекс проблем, связанных с исследованием океана, вызовом науке. Так сложны и так многочисленны научные вопросы, требующие своего решения, и так велико их значение для человечества в целом.

В заключение кратко остановимся на следующем. Самые верхние, наиболее разреженные, слои атмосферы образуют ионизированный слой — ионосферу. Последняя содержит главным образом ионы O^+ , O_2^+ и свободные электроны. Эти компоненты являются результатом диссоциации и ионизации молекулы озона O_3 , которая интенсивно поглощает ультрафиолетовое излучение Солнца. Сама ионосфера является связующим звеном между магнитосферой Земли и ее атмосферой.



Новая Лебеда 1975 г. За четыре года до вспышки Новая была очень слабой: на снимке, где запечатлены звезды до 17-й величины, ее не видно (место Новой отмечено). В ночь с 12 на 13 августа 1975 г. Новая достигла 17-й величины, а в ночь с 29 на 30 августа блеск Новой Лебеда вблизи максимума вспышки превзошел все соседние звезды. Масштаб на снимках одинаковый

§ 21. Мир сверхвысоких плотностей энергии и релятивистская гидродинамика

В последние годы в физике атомного ядра возник новый раздел — релятивистская ядерная физика. Его задачей является изучение свойств ядерного вещества при предельно высоких энергиях. Само понятие ядерного вещества имеет какой-то смысл только для тяжелых ядер, содержащих сотни нуклонов. Крайне высокие возбуждения таких ядер могут возникнуть при их столкновении друг с другом. Теоретические оценки показывают³¹⁾, что для ядерного вещества «скорость звука», определяемая через его «сжимаемость», равна $0,1 \div 0,2$ скорости света. Если относительная скорость сталкивающихся тяжелых ядер превышает скорость распространения звука в ядерном веществе, в образующемся составном сверхтяжелом ядре может возникнуть уплотнение, аналогичное ударной волне в макроскопической среде. Поставленные эксперименты показали,

³¹⁾ См. Приложение к § 21.

что гидродинамические эффекты при сверхзвуковых столкновениях тяжелых атомных ядер существуют. При этом для описания этих эффектов необходимо релятивистское обобщение гидродинамики.

Указанное обобщение возникает в ситуациях, когда скорости «макроскопических» движений сравнимы со скоростью света, а также и при нерелятивистских движениях сред, внутренняя энергия частиц которых сравнима или превышает их энергии покоя mc^2 (m — масса частиц, c — скорость света).

В указанных выше экспериментах начались поиски новых форм ядерного вещества, которые могут возникнуть в экстремальных условиях — при предельно высоких температурах и больших сжатиях. Речь идет о фазовых переходах в ядерном веществе, сопровождающихся возникновением сверхплотных состояний вещества ядер. В экспериментах экстремальные условия создаются при столкновении тяжелых ионов, ускоренных до релятивистских энергий. В таких экспериментах получены состояния ядерного вещества с температурой порядка 10^{12} К. Однако не найдено пока способа определения плотности ядерного вещества во время столкновения, хотя при энергиях 10^8 эВ на нуклон налетающего ядра может быть получено уплотнение в несколько раз. Для восстановления же уравнения состояния ядерного вещества необходимо знать две величины — температуру и плотность.

Уравнение состояния нуклонной материи нужно для космологии (анализ первоначальных стадий эволюции Вселенной), для исследований гравитационного коллапса³²⁾, для изучения нейтронных звезд и для самой нуклонной физики.

Одной из задач нуклонной физики является задача о множественном образовании частиц при столкновении нуклонов сверхвысоких энергий ($E \gg 10^{12}$ эВ). В таких столкновениях возникает несколько сотен новых частиц (энергия необходимая для рождения нуклона $m_N c^2 \sim 10^9$ эВ).

Сам процесс столкновения можно разбить на три стадии. На начальной стадии в образующемся при столкновении сгустке нуклонного (точнее, адронного³³⁾) вещества, успевает установиться термодинамическое равновесие. Это позволяет воспользоваться общими термодинамическими связями и получить ряд количественных соотношений для рассматриваемого явления.

Затем следует стадия гидродинамического разлета нуклонного сгустка; здесь применяются уравнения релятивистской гидродинамики совместно с уравнением состояния нуклонной материи. Конечной наблюдаемой стадией являются многочисленные треки свободных разлетающихся частиц (см. рис. 21.1). На рис. 21.1 приведен снимок ливня частиц, образовавшегося при столкновении космического протона с ядром

³²⁾ Коллапс есть неудержимое падение вещества массивных астрофизических объектов в их центр после исчерпания внутренних источников ядерной энергии.

³³⁾ К адронам относятся собственно нуклоны (протон и нейтрон), гипероны (частицы тяжелее нуклонов), мезоны (π -и K -мезоны).

тяжелого атома. Снимок получен при проявлении толстослойной фотоэмульсии после ее экспонирования на большой высоте.

Сравнение теоретических выводов с экспериментом показывает их хорошее соответствие.

Естественно, что гидродинамический подход не может ответить на все вопросы теории множественного образования частиц. Он особенно результативен в описании тех сторон явления, которые существенно не зависят от деталей взаимодействия частиц, составляющих адронное вещество. Именно взаимодействия адронов — их называют сильными взаимодействиями — остаются еще загадкой на количественном уровне описания.

В астрофизике существуют такие крупномасштабные явления, как взрыв сверхновых звезд. Вспышка сверхновой по оптической светимости сравнивается со светимостью целой галактики, состоящей из $10^{10} \div 10^{11}$ звезд. Природа взрыва сверхновой неизвестна, хотя сама звезда по всем наблюдательным данным является далеко проэволюционировавшей звездой.

Взрыв сверхновой сопровождается возникновением ударной волны, распространяющейся от центра к периферии звезды. При этом мы имеем дело со случаем распространения ударной волны в среде с уменьшающейся плотностью (см. § 12.5), что ведет к ее непрерывному ускорению. Вблизи поверхности звезды фронт ударной волны способен достигать световых скоростей. В результате релятивистские гидродинамические движения могут явиться одним из механизмов генерации космических лучей сверхвысоких энергий.

На заставке к § 21 приведен редкий снимок вспышки новой звезды, происшедшей в наше время.

Нельзя обойти молчанием замечательное событие, взволновавшее астрономов и физиков всего мира. В соседней с нами галактике — Большом Магеллановом Облаке — была зафиксирована вспышка сверхновой, которой дали наименование 1987 А. Само событие произошло 170 000 лет тому назад, а сигнал об этом земляне получили 23 февраля 1987 г.

Первыми засекли сверхновую 1987 А физики в подземных нейтринных обсерваториях. Дело в том, что Большое Магелланово Облако визуально наблюдается только в Южном полушарии нашей планеты. Сами же подземные нейтринные детекторы расположены в Северном полушарии

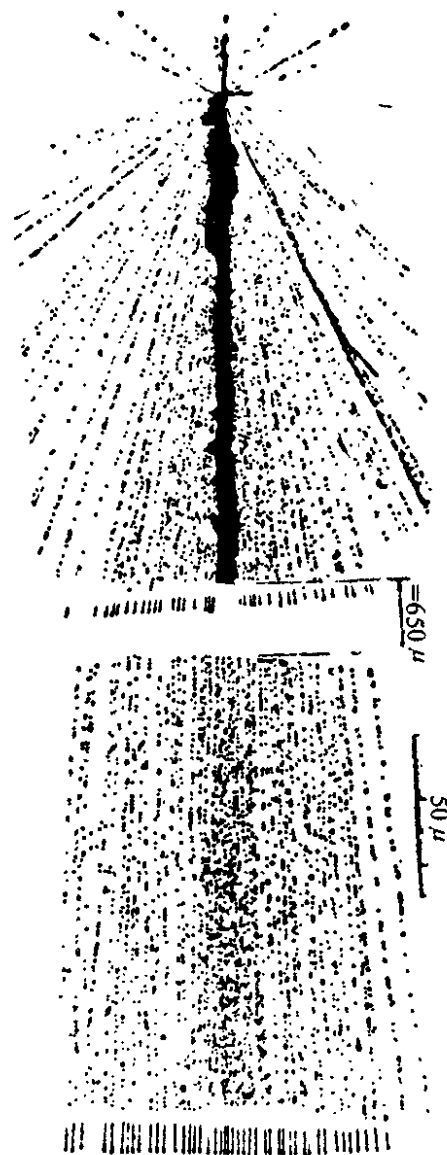


Рис. 21.1. На снимке имеется разрыв шириной в 650 мкм (μ). Справа указан масштаб

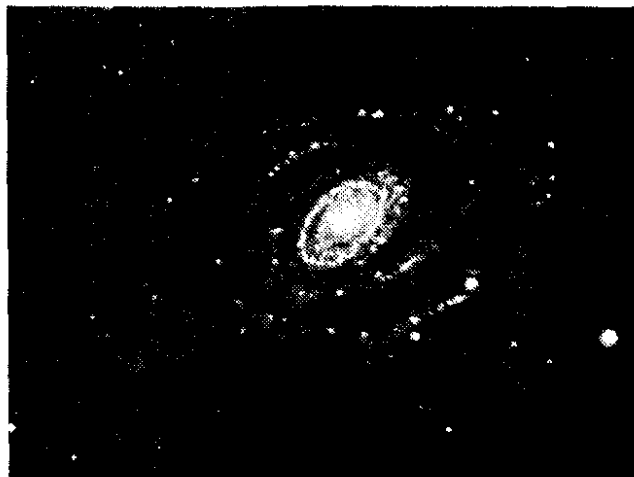
(в США, Италии, СССР и Японии). Нейтринная компонента излучения сверхновой свободно пронизывает Земной шар. В каждой из обсерваторий в течение 6–10 секунд было зарегистрировано $7 \div 11$ нейтрино.

Заметим, что нейтрино рождается в термоядерных реакциях в глубинных недрах звезды. Эта частица, по-видимому, не имеет массы, не обладает электрическим зарядом, практически не взаимодействует с веществом. Умение обнаруживать нейтрино и тем более регистрировать нейтринные потоки от далеких космических катастроф — это триумф физиков-экспериментаторов.

Такая относительно близкая (на расстоянии 10^{18} км) вспышка сверхновой, при наличии у исследователей великолепной научной аппаратуры, открыла редчайшую возможность проникнуть в глубокие тайники Природы. Межпланетные космические станции (американская «Вояджер-2» и российская «Астрон») были переключены с выполнения текущих задач на регистрацию гамма- и ультрафиолетовой компонент излучения сверхновой 1987 А. На японском спутнике, несущем рентгеновский телескоп, срочно были завершены испытания и он включился в исследования сверхновой 1987 А. К середине марта 1987 г. уже был накоплен большой наблюдательный материал. Он позволяет сделать предварительный вывод о том, что сверхновая 1987 А отличается от всех ранее изученных классов сверхновых звезд.

Другим, не менее впечатляющим событием в релятивистской астрофизике явилось обнаружение космических выбросов вещества с около-световыми скоростями. Среди их источников есть объект под наименованием SS 433, открытый в 1978 г. Его строение и теоретическая модель рассмотрены в Приложении.

Спиральная галактика NGC 5364. Наиболее яркие (молодые) звезды расположены в спиральных рукавах галактики



§ 22. Крупномасштабная гидродинамика Вселенной

22.1. Основные этапы эволюции Вселенной

«В современной астрономии и космологии вопросы движения вещества и газовой динамики составляют больше половины в каждой проблеме» — так писал наш выдающийся физик-теоретик и астрофизик Яков Борисович Зельдович (1914–1987).

Поучительно остановиться на «феномене Зельдовича». Кроме средней школы, он не окончил ни одного учебного заведения. Начинал путь в науке лаборантом. Стал основателем научных направлений во многих областях знания: тут и теория горения, детонации и взрыва, вопросы химической физики, физики ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, актуальные проблемы физики элементарных частиц и ядерной физики, и, наконец, астрофизика и космология. Я. Б. Зельдович был близок к практике, любил участвовать в физическом эксперименте. Выполнял правительственные задания по разработкам в области реактивного, ядерного и термоядерного оружия. Его грудь была украшена тремя звездами Героя Социалистического Труда.

Член многих академий мира, равно как и академик у себя на родине, Я. Б. Зельдович уделял внимание и обычной средней школе. Для ее учащихся он написал книгу по началам высшей математики.

Разносторонность Я. Б. Зельдовича была столь велика, что однажды на международной конференции по астрофизике один известный зарубежный ученый, знакомясь лично с Я. Б. Зельдовичем, удивленно сказал: «Я под именем Зельдовича подразумевал псевдоним целой группы высококвалифицированных ученых, подобно Н. Бурбаки³⁴⁾».

³⁴⁾ Н. Бурбаки — псевдоним большой плеяды выдающихся французских математиков, издавших всеобъемлющий многотомный трактат по основаниям современной математики. — *Б. И.*

Последние 25 лет Я. Б. Зельдович занимался астрофизикой и космологией — наукой о Вселенной в целом. Эти области исследования требовали энциклопедичности в знаниях ученого, и Я. Б. Зельдович был готов к такого рода деятельности.

Возвратимся к началу этого параграфа, где было приведено высказывание Я. Б. Зельдовича о роли гидродинамики в изучении Вселенной. Именно этим мы и будем здесь заниматься. Однако прежде необходимо, хотя бы кратко, познакомиться с историей Вселенной.

По-видимому все началось с пространственных масштабов $l_P \sim 10^{-35}$ м, плотности материи $\rho_P \sim 10^{97}$ кг/м³, температуры $T_P \sim 10^{32}$ К, а отсчет времени стал возможен с момента $t_P \sim 10^{-43}$ с от начала расширения микрокосмоса — нашей очень ранней Вселенной. Природа рождения и расширения Мира в значительной степени остается загадкой.

Как считают современные исследователи, решение указанных проблем может быть получено на пути синтеза теории элементарных частиц и квантовой теории тяготения. Более или менее уверенный анализ первородного состояния Мира ведется сейчас с момента времени $t \sim 10^{-6}$ с от начала расширения. Этому моменту времени соответствует плотность материи $\rho \sim 10^{21}$ кг/м³ и температура $T \sim 10^{13}$ К.

При указанной температуре будут рождаться нуклоны и антинуклоны. В самом деле, исходя из соотношения

$$mc^2 \sim kT,$$

можно оценить массу частиц

$$m \sim \frac{kT}{c^2}; \quad m \sim \frac{1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{13}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Полученное числовое значение массы совпадает с массой m_N нуклонов (протонов и нейтронов).

Аннигиляция нуклон-антинуклонных пар даст излучение; частота этого излучения

$$\omega \sim \frac{m_N c^2}{\hbar}; \quad \omega \sim \frac{1,6 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2}{10^{-34}} \sim 10^{24} \text{ с}^{-1},$$

соответствующая длина волны

$$\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega}; \quad \lambda \approx 6,3 \frac{3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{24}} \sim 10^{-15} \text{ м.}$$

В состоянии огромных значений плотностей, несмотря на быстрое расширение, нуклоны, антинуклоны и излучение успеют прийти в термодинамическое равновесие. Очевидно, что в этой системе будут присутствовать и частицы с массой, в $2 \div 3$ раза превышающей нуклонную, т. е. весь набор гиперонов. Такое состояние вещества реализуется в интервале времени $10^{-6} \text{ с} < t < 10^{-4} \text{ с}$ от начала расширения; этот временной интервал называют адронной эпохой.

Поскольку нестабильные гипероны распадаются за время порядка 10^{-10} с, в адронную эпоху должны «обитать» не только барионы, т. е. нуклоны и гипероны, но и продукты их распада: K - и π -мезоны. Последние за времена $10^{-10} \div 10^{-8}$ с распадаются на лептоны. Таким образом, адронную эпоху формировали все частицы: собственно адроны, лептоны и фотоны.

Заметим, что в адронную эпоху нуклонные ядра образовываться не могут, ибо равновесные фотоны с частотой $\omega \sim 10^{24} \text{ с}^{-1}$ обладают энергией

$$\hbar\omega \sim 10^{-34} \cdot 10^{24} \sim 10^{-10} \text{ Дж} \sim 10^9 \text{ эВ},$$

что значительно превышает энергию связи ядер (например, у ядра дейтерия, состоящего из протона и нейтрона, она имеет порядок $2 \cdot 10^6$ эВ). Такие жесткие γ -кванты мгновенно разрушают любые ядра.

Перейдем к следующему этапу расширения. В этот период температура изменяется в пределах $10^{10} \text{ К} < T < 10^{12} \text{ К}$. Для рождения адронов уже не хватает энергии; все имеющиеся гипероны и мезоны распались; соответствующие друг другу нуклон-антинуклонные пары аннигилировали. Из тяжелых частиц, согласно модели зарядово-несимметричной Вселенной, остался лишь относительно небольшой избыток Δn_N нуклонов, т. е. протонов и нейтронов. Напомним, что время жизни свободных нейтронов порядка 10^3 с.

Рассматриваемый временной интервал $10^{-4} \text{ с} < t < 1 \text{ с}$ от начала расширения называют лептонной эпохой. Это оправдано, ибо в этот период подавляющую долю частиц составляют стабильные лептоны: электронно-позитронные пары, электронные нейтрино и антинейтрино. Фотоны, лептоны и оставшиеся неспаренные нуклоны находятся в тепловом равновесии.

К концу лептонной эпохи нейтрино практически перестают взаимодействовать с веществом системы. В дальнейшем нейтринный газ только охлаждается (из-за адиабатного расширения). Ко времени нашей эпохи температура нейтринного газа должна снизиться до $T \approx 2 \text{ К}$ ³⁵⁾.

Поскольку в лептонную эпоху средние энергии теплового движения заключены в интервале $10^6 \text{ эВ} < kT < 10^8 \text{ эВ}$, образованием нуклонных ядер практически можно пренебречь.

В следующую эпоху расширения, занимающую период времени $1 \text{ с} < t < 10^6$ лет, остается в основном излучение, находящееся в равновесии с небольшой примесью электронов и нуклонов.

Временной интервал $1 \text{ с} < t < 100 \text{ с}$, когда температура изменяется в пределах $10^9 \text{ К} < T < 10^{10} \text{ К}$, связан с интенсивным образованием легчайших ядер: дейтерия (соединение протона с нейтроном), гелия (соединение двух протонов и двух нейтронов). Свободные нейтроны, не успевшие вступить в ядерные реакции синтеза, ко времени $t \sim 10^3$ с превращаются в протоны, т. е. ядра обычного водорода. В результате

³⁵⁾ Обнаружение таких «холодных» нейтрино — вероятнее всего, задача для экспериментаторов будущего.

образуется, как показывают расчеты, следующее соотношение по массе между ядрами: 30 % ядер гелия и 70 % ядер водорода. Заметим, что результаты анализа данных наблюдений распространенности элементов довольно хорошо согласуются с этими предсказаниями рассмотренной горячей модели Вселенной.

В течение последующих 10^6 лет температура дозвездной среды остается еще довольно высокой (ее интервал изменения $10^3 \text{ К} < T < 10^9 \text{ К}$). Состояние вещества этой среды — плазма. Лишь при температурах $3500 \div 4000 \text{ К}$ начинается процесс рекомбинации: протоны, дейтоны и ядра гелия присоединяют к себе свободные электроны и становятся нейтральными атомами водорода и гелия. Равновесные фотоны с температурой $T < 3500 \text{ К}$ уже не способны к ионизации атомов водорода и гелия. Фотонный газ практически перестает взаимодействовать с веществом и составляет тот фон равновесного излучения, который, остывая при дальнейшем адиабатическом расширении, принял к настоящему времени температуру $T \approx 2,7 \text{ К}$. Вот почему обнаруженное фоновое тепловое излучение называют реликтовым, т. е. оставшимся от далеких времен.

На определенном этапе общего космологического расширения, во всяком случае после эпохи рекомбинации, в дозвездной газовой среде должны стать эффективными возмущения плотности и коллективные гидродинамические процессы. Образование галактик и их скоплений, формирующих крупномасштабную ячеистую структуру Вселенной, — эти вопросы интенсивно изучаются исследователями. Здесь многое еще остается неясным.

22.2. Иерархия структур во Вселенной

Почему во Вселенной имеется вещество и нет антивещества? Эта загадка является вызовом современному естествознанию. Из всех наук о природе на поставленный вопрос пытаются дать ответ лишь специалисты по физике элементарных частиц.

Само вещество Вселенной образовано, как уже отмечалось, из избытка нуклонов над антинуклонами. Все остальное первородное взаимно компенсирующее вещество-антивещество аннигилировало, породив фоновое электромагнитное излучение.

Как будет эволюционировать Вселенная? Согласно современной теории тяготения, созданной Альбертом Эйнштейном, расширение Мира сменится его сжатием, при условии, что усредненная плотность всей космической материи будет больше некоторой критической плотности. Если же окажется, что имеет место обратное неравенство или равенство для указанных величин, то Вселенная будет неограниченно расширяться. Однако нахождение усредненной плотности материи в нашей Вселенной — дело будущего, ибо есть много форм скрытого неизлучающего вещества.

После этих необходимых замечаний перейдем к рассмотрению поведения самой космической среды. В очень больших масштабах (каких именно, будет сказано в дальнейшем) вещество Вселенной распределено

однородно и изотропно. Об этом свидетельствует характер реликтового излучения.

Фрагментация (распад на обособившиеся части) однородно распределенного вещества началась после эпохи рекомбинации, когда произошло разделение электрически нейтральной материи и излучения. Дело в том, что до эпохи рекомбинации излучение было «связано» с плазменной космической средой, в силу интенсивного их взаимодействия. По этой причине излучение создавало значительное внутреннее давление. Вследствие чего, развитие так называемой гравитационной неустойчивости, т. е. конденсации вещества под влиянием собственного поля тяготения, тормозилось высоким давлением излучения.

После образования двух независимых подсистем — вещества и излучения — само вещество стало податливым к гравитационным возмущениям. Однородная среда с плотностью $\rho \sim 10^{-18}$ кг/м³ стала распадаться на огромные газовые облака — будущие скопления галактик, так называемые протоскопления.

Естественно, что гравитационные возмущения носили случайный характер, поэтому движение среды внутри облака, вообще говоря, было турбулентным.

Само турбулентное состояние, возникающее из-за потери устойчивости упорядоченного движения при достаточно больших значениях чисел Рейнольдса Re , характеризуется разбиением, в целом правильного регулярного течения на отдельные хаотически движущиеся области. При этом «фрагментация» потока идет таким образом, что крупномасштабные области распадаются на все более мелкие. Значения чисел Re в крупных и средних «фрагментах» остаются еще достаточно высокими, так что роль вязкости для них исчезающе мала. Лишь для самых малых «фрагментов» турбулентного потока вязкость переводит энергию движения в тепло.

Теперь становится понятным, почему протоскопления, в условиях гравитационной неустойчивости, распадаются на изолированные протогалактики. Поскольку же турбулентность сопровождается вихревым движением, то ясно и происхождение спиральных (вихревых) галактик. Последние составляют около 70% от общего числа галактик.

О механизме образования звезд в спиральных галактиках будет сказано в дальнейшем.

Приведем некоторые числовые данные, касающиеся галактик и их скоплений. Типичная галактика содержит 10^{11} звезд, массы которых сравнимы с массой Солнца M_{\odot} . Сами галактики группируются в скопления с полной массой $10^{14} M_{\odot}$ и размерами 10^{23} м.

Известная нам часть Вселенной содержит число галактик порядка 10^{11} ; при этом общее число нуклонов $\sim 10^{80}$.

Для галактик характерны размеры $\sim 10^{21}$ м; возраст вещества звезд составляет $(5 \div 10) \cdot 10^9$ лет. Что касается известной части Вселенной, то ее радиус $\sim 10^{26}$ м, а возраст $\sim 2 \cdot 10^{10}$ лет.

Оставим в стороне доказательства и способы измерений, которые сделали возможным привести названные здесь числа. Замечательно то,

что эти числа нам известны; очевидно, что некоторые из них являются только приближенными.

Космологический закон расширения Вселенной утверждает, что скорость v удаления галактик друг от друга пропорциональна межгалактическому расстоянию L :

$$v = HL$$

где коэффициентом пропорциональности служит так называемая постоянная Хаббла H . По измерению смещения линий спектра излучения звезд в красную сторону, можно определить скорость удаления галактик, используя эффект Доплера. Числовое значение постоянной Хаббла известно, хотя и непрерывно уточняется. В результате, расстояние до галактик может быть определено.

В последние годы подобного рода деятельность позволила построить трехмерную картину распределения галактик в видимой Вселенной. Эта картина привела к заключению, что различные скопления галактик образуют, в свою очередь, цепочки сверхскоплений с разветвляющейся структурой. При этом формируются ячейки, представляющие собой как бы «пустоты» Вселенной, где нет галактик.

Размеры «пустот» достигают значений порядка 10^{24} м.

22.3. Гидродинамические процессы при формировании структур Вселенной

Как уже отмечалось, после эпохи рекомбинации однородная среда расширяющегося Мира, вследствие гравитационной неустойчивости, распадалась на отдельные фрагменты — колоссальные газовые облака — будущие скопления галактик с массой $\sim 10^{15} M_{\odot}$.

Наряду с участием этих «островов Вселенной» в общем космологическом расширении, они имели и собственные скорости движения. Это вело к тому, что различные газовые образования могли сталкиваться друг с другом.

Столкновение облаков, в общем случае, было косым (скользящим). Это приводило к появлению тангенциального разрыва в соответствующих компонентах скоростей соприкасающихся слоев. Как известно (см. § 6.4), с таким разрывом связана неустойчивость течения среды, ведущая к зарождению вихревого движения.

Столкновение газовых облаков в лоб, а их скорости наверняка были сверхзвуковыми (о чем говорят числовые оценки и наблюдения), формировало мощные ударные волны. Фронт возникших скачков уплотнения заведомо был неплоским, а это означало, что в проходящем через него потоке мог родиться вихрь.

Следует вообще сказать об огромной роли вихревого движения и ударных волн в проблеме происхождения структур Вселенной. Крупномасштабные ударные волны способны сжимать колоссальные массы вещества в относительно тонкие слои — протоскопления. Эти уплощенные объекты («блины Зельдовича») могут через концевые взаимодействия образовывать цепочки из скоплений галактик — сверхскопления. В целом

на карте неба формируется сетчатая картина из неправильных клеток. Более крупных структур во Вселенной нет.

Роль вихревого движения особенно ярко проявляется при образовании спиральных галактик из газовых протоскоплений. Некоторые механизмы возникновения вихревого движения в протоскоплениях нами были рассмотрены выше. В целом среда газовых протоскоплений оказывается в турбулентном состоянии. Это обстоятельство, в условиях гравитационной неустойчивости, ведет к фрагментации (распаду) протоскоплений на отдельные вихревые образования — будущие спиральные галактики (об этом шла речь в § 22.2).

Прежде чем вести разговор о спиральных галактиках, советуем читателю взглянуть на фотографии заставок к §§ 3 и 22. Сравните их и вы поймете, почему астрономы уже очень давно пришли к выводу о вращении спиральных галактик.

Сама спиральная галактика представляет собой вращающийся газовый диск, в котором действуют как силы тяготения, так и центробежные силы. Их равновесие формирует структуру галактики.

Какова природа спиральных рукавов галактики? Сейчас на это отвечают так: волна уплотнения, распространяющаяся во вращающейся среде диска галактики. Для уяснения сказанного обратимся к волнам на воде. В покоящейся воде волны распространяются кольцами от точки возмущения. Во вращающейся воде, например вытекающей через отверстие ванны, волновой узор представлен серией спиральных рукавов.

Почему в спиральных рукавах галактики наблюдаются очень яркие молодые звезды? Это связано с процессом звездообразования в спиральной волне уплотнения. Дело в том, что скорость вращения газовой среды диска галактики и скорость распространения волны уплотнения различны. При этом числовые оценки показывают, что их относительная скорость является сверхзвуковой. Поэтому натекающий на волну поток создает ударный скачок уплотнения. Гравитирующая среда в таких условиях может оказаться со значительным числом «центров конденсации» вещества — зародышей будущих звезд.

Заметим, что волна уплотнения, распространяясь вдоль среды, проходит через все ее частицы. При этом длительность начальных стадий эволюции массивных звезд, когда последние характеризуются высокой яркостью, меньше времени нахождения волны уплотнения в данных пространственных масштабах.

Такова современная точка зрения на указанные проблемы, хотя здесь остается еще целый ряд нерешенных вопросов.

* * *

Наука создается людьми, и надо знать имена ее творцов, в особенности, если ими являются наши великие соотечественники.

В рамках эйнштейновской общей теории относительности модель нестационарной расширяющейся Вселенной была предложена Александром Александровичем Фридманом (1888–1925) — российским ученым,

гидромехаником и геофизиком. Эта работа, опубликованная в 1922 г., заложила основы современной релятивистской космологии.

Представления о «расширяющейся Вселенной» получили наблюдательное подтверждение в 1929 г. Эти наблюдения были выполнены американским астрономом Хабблом.

Указанная работа А. А. Фридмана в области космологии была в значительной степени математическим исследованием. Физическое содержание в нее вдохнул другой наш соотечественник Георгий Антонович Гамов (1904–1968).

Г. А. Гамов — один из крупнейших ученых XX столетия: в космологии — автор модели «горячей Вселенной», в квантовой физике — автор почти фантастического «туннельного эффекта», в молекулярной биологии — автор идей расшифровки генетического кода.

Г. А. Гамов — русский физик-теоретик, родился в Одессе, учился в Ленинграде, сформировался как ученый в России. Вместе с Л. Д. Ландау был активным участником знаменитых Копенгагенских семинаров у Нильса Бора. В 1934 г. Г. А. Гамов эмигрировал в США.

Сущность модели «горячей Вселенной», предложенной Г. А. Гамовым в 1946 г., рассматривалась нами в § 22.1. Предсказанное в этой работе Г. А. Гамова реликтовое фоновое электромагнитное излучение, являющееся остатком от ранней эпохи сжатой и горячей Вселенной, было обнаружено в наблюдениях американскими радиоастрономами Пензиасом и Вильсоном в 1965 г.

По проблеме «гидродинамика Вселенной» существенные идеи высказаны Я. Б. Зельдовичем и другими исследователями.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Очерки к параграфам

Астрофизика

К § 21.

Космические выбросы вещества: объект SS 433 и его теоретическая модель

Метод работы в астрофизике — наблюдение, интерпретация явления, создание его теории.

Сначала о наблюдениях. В 1978 г. в районе созвездия Орла вблизи центральной плоскости нашей Галактики был обнаружен источник оптического, радио- и рентгеновского излучений, внесенный в каталог под номером SS 433. Особенностью оптического спектра источника было присутствие ярких линий водорода, гелия и ряда других элементов, в окружении менее интенсивных линий-спутников. При этом спектральные линии-спутники располагались слева и справа от основной линии. Самым же поразительным оказалась огромная величина смещения линий-спутников.

Переходя к предварительной интерпретации увиденного, сразу приходит мысль об использовании эффекта Доплера. Последний, как известно, связывает изменение длин волн и частот излучаемого света с относительным движением источника света. Присутствие в спектре SS 433 трех систем спектральных линий, означает, что имеются три области излучения: одна неподвижна относительно нас, другие две движутся в противоположных направлениях вдоль луча зрения.

Дальнейшие наблюдения за спектральными линиями-спутниками установили их эволюцию в величине смещения. Конкретнее, линии-спутники изменяли со временем свое относительное расположение в спектре от некоторого минимума до определенного максимума. Период этих изменений равнялся 164 дня.

Отмеченное обстоятельство позволило уточнить интерпретацию самого явления. А именно, центральное тело выбрасывает во взаимно противоположных направлениях две релятивистские струи газа. Скорости движения струй составляют 1/4 часть от скорости света. При этом направление струй совершает в пространстве периодическое прецессионное движение. Такое движение напоминает медленную прецессию оси гироскопа при его быстром вращении на плоскости.

Расширение исследований источника SS 433 установило факт малого периодического смещения по шкале длин волн и основных линий спектра (речь идет главным образом о водороде). Период смещения основных линий оказался равным 13 дням. Сложившаяся ситуация означала, что наблюдатели имеют дело с тесной двойной звездной системой, обращающейся вокруг их общего центра масс.

У астрономов были хорошо развиты методы работы с двойными системами звезд. В результате были определены параметры обеих звезд-компаньонов. Одна из звезд обычная с массой $10 \div 20M_{\odot}$, температурой поверхности 20 тыс. градусов, радиусом $2 \cdot 10^{10}$ м. Размер двойной системы звезд сравним с размерами указанной обычной звезды.

Что касается излучаемой энергии, то полная светимость SS 433 порядка $10^{32} \div 10^{33}$ Вт, что примерно в миллион раз превышает светимость Солнца. Светимость в рентгеновском диапазоне $\sim 3 \cdot 10^{28}$ Вт, в радиодиапазоне — $3 \cdot 10^{25}$ Вт.

Относительно второго компаньона в тесной двойной системе звезд SS 433, имеются доводы, что это весьма компактный объект — либо нейтронная звезда, либо черная дыра. Мощное поле тяготения компактного объекта с массой $3 \div 5M_{\odot}$ (потенциал поля $\varphi = -GM/R$) срывает вещество с обычной звезды, которое по спирали устремляется к нему, образуя аккреционный диск. В частности, этот диск явится источником рентгеновского излучения.

Каков механизм формирования мощных газовых выбросов и струй, движущихся почти со скоростью света? Представления о газодинамических процессах в окрестности черной дыры еще далеко не разработаны. Поэтому мы рассмотрим модель SS 433, в которой компактным объектом является нейтронная звезда. Заметим, что верхний предел масс для нейтронных звезд $3M_{\odot}$, переход за который ведет к гравитационному коллапсу и образованию черной дыры. Черной — потому что она ничего не излучает, дыра — ибо в нее все «проваливается».

Ключевыми словами в нашем дальнейшем изложении будут: магнитно-дипольное излучение нейтронной звезды, магнитосфера пульсара, аккреционный диск, формирование газодинамических релятивистских струй.

Читатель уже имеет некоторые сведения о нейтронных звездах (см. § 17.4)

Магнитное поле нейтронной звезды имеет дипольный характер. Такое поле описывают магнитным моментом \vec{p}_m .

У нейтронной звезды направление магнитного момента \vec{p}_m , как правило, не совпадает с направлением угловой скорости $\vec{\omega}$ вращения. Поскольку звезда вращается, вектор \vec{p}_m образует в пространстве некоторую коническую поверхность. В этих условиях нейтронная звезда может явиться источником так называемого магнитно-дипольного излучения. Дело в том, что суммарный электрический заряд звезды с высокой точностью равен нулю, а внутреннее распределение вещества звезды, по видимому, сферически симметрично, а значит, у нее отсутствует электрический дипольный момент.

От каких параметров нейтронной звезды может зависеть магнитно-дипольное излучение? Эту задачу проще и естественней рассматривать, используя систему СГС. Ясно, что частота такого излучения равна частоте ω вращения, интенсивность же j излучения должна зависеть от магнитного момента \vec{p}_m и частоты вращения. Кроме того, в выражение для

интенсивности электромагнитного излучения, каковым является магнитно-дипольное, обязана входить релятивистская постоянная c . В итоге j окажется зависящей от \vec{p}_m , ω и c .

Найдем эту зависимость методом анализа размерностей. Для этого записываем

$$j \sim p_m^x \omega^y c^z,$$

где x , y и z — некоторые числа, которые надлежит найти. Выписываем размерности рассматриваемых величин:

$$[j] = 1 \frac{\text{эрг}}{\text{с}} = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-3};$$

$$[p_m] = 1 \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}} = 1 \text{ г}^{1/2} \cdot \text{см}^{5/2} \cdot \text{с}^{-1};$$

$$[\omega] = 1 \text{ с}^{-1}, [c] = 1 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Подставляем указанные размерности в исходное равенство, тогда

$$1 \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-3} = 1 \text{ г}^{1/2x} \cdot \text{см}^{5/2x+z} \cdot \text{с}^{-x-y-z}.$$

Сравнив показатели степеней при одинаковых наименованиях единиц измерения, получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{x}{2} &= 1 \\ \frac{5}{2}x + z &= 2 \\ x + y + z &= 3 \end{aligned} \right\}.$$

Решение этой системы уравнений дает $x = 2$, $y = 4$, $z = -3$. В результате

$$j \sim p_m^2 \omega^4 c^{-3},$$

или

$$j \sim \frac{1}{c^3} p_m^2 \omega^4. \quad (*)$$

Полученное выражение для интенсивности магнитно-дипольного излучения можно преобразовать, если вспомнить, что магнитный момент

$$p_m \sim H R_*^3.$$

Подставив его в (*), получим

$$j \sim \frac{1}{c^3} H^2 R_*^6 \omega^4. \quad (**)$$

Это соотношение отличается от точного множителем $2/3$.

Произведем числовую оценку полной интенсивности магнитно-дипольного излучения нейтронной звезды. Соберем известные уже нам числа: $H_n \sim 10^{10}$ Э, $R_n \sim 10^6$ см, $\omega_n \sim 10^4$ с⁻¹. Подставив их в (**), в итоге получим $j \sim 10^{40}$ эрг/с = 10^{33} Вт.

Много это или мало? Совокупная мощность излучения всех радио-и телепередатчиков у нас на Земле составляет примерно несколько тысяч

мегаватт или порядка 10^9 Вт. Другими словами, мощность «космических радиопередатчиков» фантастически велика по сравнению с земными.

Само излучение нейтронной звезды имеет резко направленный характер (вдоль направления вектора \vec{p}_m). Так что получается «модель вращающегося маяка», и наблюдатель на Земле фиксирует лишь отдельные импульсы излучения от такой звезды. По этой причине нейтронные звезды называют пульсарами.

В формировании процессов в окрестности пульсара большую роль играет его магнитосфера. Остановимся на физике магнитосферы пульсара. При тех сверхсильных магнитных полях, которые существуют у самой поверхности пульсара, «вакуумное состояние» электромагнитного поля становится неустойчивым, и сопровождается рождением электронно-позитронных пар. Дело в том, что низшее квантовое состояние поля, т. е. его состояние без каких-либо частиц, испытывает «нулевые» квантовые флуктуации, проявляющиеся в рождении и исчезновении так называемых виртуальных (временно возникающих и ненаблюдаемых) пар частиц-античастиц. Эти пары аннигилируют и вновь рождаются. При внешних полях, энергия которых сравнима с энергией покоя частиц, виртуальные образования становятся реальными. У поверхности пульсара возникает электронно-позитронная плазма.

Сделаем количественные оценки. Будем исходить из общего квантового соотношения

$$\Delta E \Delta t \sim \hbar,$$

связывающего неопределенности энергии ΔE и времени Δt (\hbar — квантовая постоянная). В применении к полю, речь будет идти о флуктуациях энергии и их временных характеристиках. По отношению к рождению электронно-позитронных пар

$$\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} \sim \frac{\hbar}{2m_e c^2} \sim \frac{10^{-27}}{2 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^{10})^2} \sim 0,5 \cdot 10^{-21} \text{ с}$$

(мы по-прежнему пользуемся системой СГС). Этим временным масштабам соответствуют пространственные масштабы

$$\Delta l \sim c \Delta t \sim 3 \cdot 10^{10} \cdot 0,5 \cdot 10^{-21} \sim 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ см.}$$

Это так называемая комптоновская длина волны.

Величина электрического поля, необходимая для рождения электронно-позитронной пары, найдется из соотношения

$$e \mathcal{E} \Delta l \sim 2m_e c^2,$$

где слева — работа поля \mathcal{E} над зарядом e на пути Δl . В итоге

$$\mathcal{E} \sim \frac{2m_e c^2}{e \Delta l} \sim \frac{2 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^{10})^2}{5 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-11}} \sim 10^{15} \frac{\text{ед. СГСЭ}_v}{\text{см}} \sim 10^{17} \frac{\text{В}}{\text{см}}.$$

Какова должна быть напряженность магнитного поля H , соответствующая указанному значению электрического поля? Исходим из связи

$$\mathcal{E} \sim \frac{v}{c} H.$$

Тогда, в применении к пульсару, будем иметь

$$H \sim \frac{c}{\omega_n R_n} \mathcal{E} \sim \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^4 \cdot 10^6} \cdot 10^{15} \sim 3 \cdot 10^{15} \text{ Э.}$$

Здесь угловая скорость вращения быстрого пульсара $\omega_n \sim 10^4$ рад/с, а его собственный радиус $R_n \sim 10^6$ см.

Заметим, что в системе СГС размерности полей H и \mathcal{E} одинаковы, а их соответствующие единицы измерения «эрстед» Э и ед. СГСЭ_v/см (=300 В/см).

Указанные значения полей H и \mathcal{E} , по-видимому, могут существовать лишь вблизи «горячих точек» пульсара — его магнитных полюсов, и там интенсивно генерируется электронно-позитронная плазма. У остальной поверхности пульсара $H \sim 10^{12}$ Э, а электрические поля, возникающие благодаря вращению пульсара и магнитному полю, имеют значения $\mathcal{E} \sim 10^{11}$ В/см. Энергии частиц E электронно-позитронной плазмы пульсара превышают их энергии покоя $m_e c^2$ в $10^2 \div 10^4$ раза. Поэтому такую плазму именуют ультрарелятивистской.

В окрестности магнитных полюсов пульсара процессы генерации электронно-позитронной плазмы сопровождаются интенсивным направленным излучением в самом широком волновом диапазоне: от гамма-квантов до радиоизлучения. Сильнейшие электрические поля разгоняют электроны и позитроны (в противоположных направлениях) до энергий $10^{12} \div 10^{13}$ эВ. Их кулоновское взаимодействие с ионами вещества аккреции «тянет» за собой и формирует плазменную газовую струю. Скорость такой узконаправленной струи соизмерима со скоростью света.

Возвратимся к тесной двойной системе звезд SS 433. Мы относительно подробно рассмотрели компактную компоненту этой системы — пульсар. Гигантское поле тяготения пульсара, как уже отмечалось, вызывает истечение вещества (аккрецию) обычной звезды в направлении пульсара. Вокруг последнего формируется аккреционный релятивистский диск, вещество которого интенсивно стекает в окрестности магнитных полюсов пульсара, ибо конфигурация силовых линий магнитного поля в районе полюсов напоминает «воронку».

Вещество аккреционного диска с околосветовой скоростью сталкивается с твердой корой пульсара, вызывая ее сильнейший разогрев и генерацию тормозного рентгеновского и гамма-излучения.

Возможно, что плазменный поток аккрецирующего вещества является «замагниченным», ведь размеры магнитосферы пульсара в $10^3 \div 10^4$ раз превосходят его собственные. Тогда не исключено, что в потоке возникает мощная ударная волна магнитогидродинамического типа. При ее вхождении в «магнитную воронку» у поверхности пульсара неизбежны процессы коллапса волн и «вмороженной» плазмы. Сопутствующим эффектом может стать пересоединение магнитных силовых линий замгниченного потока и поля пульсара (см. § 20.3). Этот эффект, как известно, сопровождается огромным выделением «свободной энергии» и кумуля-

тивным выбросом вещества (подобно образованию «спикул» в солнечной атмосфере).

Заметим, что магнитные силовые линии «полярных» областей пульсара являются «разрывными» и уходят практически параллельным пучком на бесконечность. При этом электродинамика магнитосферы пульсара такова, что имеется значительная компонента электрического поля, ориентированная вдоль поля магнитного¹⁾. Это способствует формированию узких направленных струй вещества вдоль «трубчатого магнитного канала».

В соответствии с наличием двух магнитных полюсов («горячих областей») у пульсара, будут формироваться две плазменные струи вещества со взаимно противоположным направлением истечения. Медленная прецессия направления этих струй в пространстве (с периодом 164 дня) возможно связана с медленным «покачиванием» аккреционного диска (также с периодом 164 дня), перпендикулярно плоскости которого направлены сами струи.

Таковы, отчасти гипотетические, механизмы формирования космических выбросов вещества из объекта SS 433. В несравненно больших масштабах космические выбросы вещества наблюдаются в активных ядрах гигантских галактик и квазарах.

К § 19.2.

Механизм гидромагнитного динамо в космических структурах*

Механизм гидромагнитного динамо есть способ «генерации» и усиления магнитных полей путем преобразования механической энергии в энергию поля. Действие этого физического механизма в некоторой своей части аналогично работе обычной динамо-машины. Как известно, в последней связаны воедино движение проводника, магнитное поле и индукционный электрический ток. Отсюда ясно, что для реализации динамо-эффекта необходимо хотя бы малое затравочное магнитное поле.

Оказывается, что происхождение магнитных полей планет, Солнца, большинства звезд, Галактики может быть объяснено с помощью указанного механизма динамо. Однако для его воплощения требуются определенные условия. Одно из них было отмечено выше. Другое состоит в том, что гидродинамическая среда должна быть электропроводящей. Далее, геометрия (точнее топология) движений потоков в системе обязана представляться картиной с нарушенной зеркальной симметрией, когда преобладают вихри одного знака (правовинтовые или левовинтовые). Сам характер движений рассмотрим на примере глобальных течений плазмы в структуре звезд. Здесь многое сходно с движениями воздушных масс в земной атмосфере (см. § 20.4).

¹⁾ См.: А. В. Гуревич Вестник АН СССР. 1986. № 4; он же. УФН. 1986. Т. 150. Вып. 2.

* В тексте книги мы пользовались и названием «турбулентное динамо». Оба они употребительны в научной терминологии.

Взаимодействие вращения звезды с конвективными движениями и меридиональной циркуляцией приводит к дифференциальному (неоднородному) угловому вращению слоев звезды на разных глубинах.

Заметим, что возникновение меридиональной циркуляции связано с вязким переносом момента количества движения от экваториальных слоев к полярным.

Наличие неоднородного углового вращения в «замагниченной» звездной плазме приводит к усилению ее собственного начального магнитного поля. Дело в том, что кориолисовы силы так отклоняют поднимающиеся конвективные потоки газовой плазмы (вместе с «вмороженным» в нее меридиональным магнитным полем), что образуются «петли» из растянутых магнитных силовых линий в азимутальной плоскости (тороидальное магнитное поле). Поскольку у оснований конвективных ячеек и у их верхних частей угловые скорости вращения различны, то магнитные «петли» испытывают перекручивание, и образовавшиеся связанные контуры могут налагаться один на другой. При этом магнитный поток удваивается. Такая операция может повториться многократно. Тем самым магнитные поля усиливаются²⁾.

Так качественно можно себе представить топологию гидродинамических течений плазмы во внешнем ядре нашей планеты. Именно оно ответственно за механизм динамо Земли, поскольку магма не является электропроводящей средой.

Солнечный механизм динамо формируется в конвективной зоне, начинающейся сразу от поверхности (фотосферы) и простирающейся до одной четверти радиуса Солнца.

Механизм динамо успешно объясняет данные о магнитном поле нашей Галактики. Для этого имеются все основания. Известно, что угловая скорость галактического диска уменьшается от центра к периферии. Вспышки сверхновых звезд (являющихся старыми) и образование молодых звезд ведет к турбулизации межзвездной галактической среды. Сама же турбулентность, обладающая усредненной преимущественной спиральностью, способствует интенсивному перемешиванию вещества. В результате, скорость образования магнитного галактического поля способна сбалансировать его затухание за счет процессов омической диссипации (джоулевы тепловые потери) и диссипации в тепло за счет вязкости.

Следует вообще отметить, что магнитные поля во Вселенной вносят в ее жизнь активность и проявления бурных процессов. Действие лишь ядерных и гравитационных сил в космосе делало бы эволюцию Вселенной довольно однообразной. Полярные сияния в атмосфере Земли и вспышки на Солнце являются проявлениями магнитной активности в единой солнечно-земной системе (см. подробнее в § 20.3).

²⁾ Чтобы не усложнять изложение, мы опускаем ряд тонкостей явления. Подробнее см.: *Зельдович Я. Б. и др.* Турбулентное динамо в астрофизике. М.: 1980; *Рузмайкин А. А.* Гидромагнитное динамо // *Маленькая энциклопедия «Физика космоса»*. М., 1986.

К § 10.3.

Мазерный эффект в космосе

Термин «мазер» относится к квантовым генераторам и усилителям микроволнового радиоизлучения. Их принцип действия тот же самый, что и у лазеров, использующих (в основном) видимую область спектра (см. § 10.3).

В нашей Галактике и ряде соседних галактик обнаружено несколько сотен космических мазеров.

Что это за феномен — космический мазер? Дело в том, что одним из уникальных свойств космической среды является возможность существования в ней долгоживущих высоковозбужденных квантовых состояний атомов и молекул. Причина в том, что, например, межзвездный газ может обладать весьма низкой плотностью числа частиц, и, одновременно, иметь огромную пространственную протяженность. Подобных условий для состояния вещества на Земле не осуществить!

Как получить квантованное радиоизлучение от такой простой системы, как атом водорода? Вспомним боровскую модель водородного атома. Энергия единственного связанного электрона записывалась в виде

$$E = \frac{p^2}{2m_e} - \frac{e^2}{r},$$

где e — заряд электрона; $p^2/(2m_e)$ — его кинетическая энергия, а слагаемое $-e^2/r$ определяет потенциальную энергию взаимодействия электрона с ядром (протоном).

Для перехода от этого классического выражения полной энергии атомного электрона к его формулировке в квантовом случае необходимо воспользоваться соотношением неопределенностей (см. § 17.1)

$$\Delta p \Delta r \gtrsim \hbar.$$

Для атома неопределенность импульса $\Delta p \sim p$; то же для координаты $\Delta r \sim r$. В результате получим

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e r^2} - \frac{e^2}{r}.$$

Сюда входит лишь одна переменная r и атомные константы \hbar , e , m_e .

Чтобы составить представление о размерах атома в невозбужденном состоянии (когда энергия системы минимальна), необходимо решить уравнение $dE/dr = 0$. В итоге

$$r_a = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}.$$

Величина энергии основного (невозбужденного) состояния атома водорода найдется, если подставить r_a в выражение для энергии, тогда

$$E_a = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2}.$$

Обобщением этой формулы на возбужденные квантовые состояния явится связь

$$E_n = \frac{E_a}{n^2},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ есть главное квантовое число возбужденного атомного состояния.

Используя выражения для r_a , E_a и E_n , можно написать

$$r_n \approx r_a n^2.$$

Здесь r_n размеры атома водорода в возбужденном состоянии с квантовым числом n . Так, в свободном космическом пространстве существуют атомы водорода, возбужденные до $100 \div 150$ состояний. При $n = 100$ радиус атома водорода возрастает в 10^4 раз, т. е. его размеры составляют 10^{-4} см.

Ясно, что такой «раздутый» в 10 000 раз атом в земных условиях «жить» не будет: он немедленно отдаст свою энергию при столкновении с другими частицами. Напомним, что при атмосферном давлении и нормальной температуре (когда плотность числа частиц $\sim 10^{19}$ см $^{-3}$) молекула газа испытывает около 10^9 столкновений в секунду (см. § 5.1).

В межзвездной среде при плотности числа частиц $10^2 \div 10^3$ см $^{-3}$ под влиянием излучения «накачки» от некоторого источника возможно образование атомов с высоким уровнем возбуждения. Последующие каскадные переходы между близкими высоковозбужденными уровнями (например, переход в атоме водорода из состояния с $n = 158$ на уровень с $n = 157$) происходит с испусканием фотонов весьма малых энергий, соответствующих радиодиапазону (так, в атоме водорода указанной разнице номеров состояний сопоставляются фотоны с длиной волны $\lambda \approx 18$ см). Поскольку вероятность спонтанных переходов между высоковозбужденными уровнями уменьшается с номером уровня n как n^{-5} , а испускаемые фотоны имеют малую энергию, то для образования радиолинии в спектре излучения требуется громадное количество атомов на луче зрения наблюдателя-радиоастронома. Заметим, что интенсивность излучения наблюдаемых радиолиний обычно в $10^2 \div 10^3$ раз слабее, чем в оптическом диапазоне.

В 1965 г. в спектрах радиоизлучения ряда источников (туманность Ориона и др.) впервые были обнаружены очень интенсивные и весьма узкие линии в сантиметровом диапазоне. Известно, что «спокойное» Солнце является источником теплового радиоизлучения. Интенсивность его «радиолиний» в спектре³⁾ примерно в 10^{10} раз меньше, чем в обнаруженных необычных радиоисточниках. Кстати, так же количественно соотносятся интенсивности видимого излучения у лабораторных тепловых и лазерных источников света. В результате, с большой долей вероятности можно заключить, что в обнаруженных радиоисточниках действие мазерного механизма излучения налицо.

³⁾ Спектр радиоизлучения Солнца носит квазинепрерывный характер.

Сами необычные радиоисточники (туманности) находились в областях активного звездообразования. Молодые формирующиеся звезды являются генераторами инфракрасного ИК-излучения. Они осуществляют ИК-накачку молекул газовой туманности. Возникающая инверсная населенность квантовых уровней молекул среды, а также резонансное взаимодействие с ними проходящего сквозь туманность радиоизлучения (близкого по частоте к ИК-диапазону), ведет к резкому его усилению за счет вынужденного излучения возбужденных молекул среды. Родившийся ливень тождественных когерентных фотонов давал чрезвычайно узкие линии радиоизлучения огромной интенсивности. Мощность таких космических мазеров достигает 10^{30} эрг/с. Для сравнения заметим, что у Солнца полная мощность энерговыделения составляет 10^{33} эрг/с.

К § 20.4.

О жидкой планете, похожей на звезду

Речь идет о Юпитере. Его химический состав практически не отличается от солнечного, т. е. содержит по массе свыше 70 % водорода, свыше 20 % гелия и около 2 % других элементов. А ведь в твердом теле Земли, например, наиболее характерными элементами являются Fe (35 %), O (29 %), Si (15 %) и Mg (13 %). Самые распространенные соединения в земной коре — SiO_2 и Al_2O_3 . Ядро Земли, по-видимому, состоит из железа.

Недра Юпитера находятся в жидком состоянии. Это естественно, поскольку температура перехода в твердую фазу для водорода $T \approx 14$ К, а гелий, как известно, вообще не кристаллизуется (при давлении в 1 атм).

На глубинах $\sim 25\,000$ км жидкий водород, по-видимому, испытывает переход в металлическое состояние. Дело в том, что при обычных условиях все фазовые состояния водорода являются молекулярными. Так, у твердого водорода в узлах кристаллической решетки находятся молекулы H_2 . Связи между молекулами в решетке очень слабы (действуют силы Ван-дер-Ваальса). В электрическом отношении такой молекулярный кристалл будет диэлектриком.

Металлизация твердого молекулярного водорода наступает при давлении около 2,5 млн атм. Что происходит при этом с молекулой H_2 , представляющей собой систему двух протонов, стянутых единой замкнутой оболочкой из пары электронов, имеющих взаимно антипараллельные спины. При указанном давлении электронные оболочки полностью ионизируются, а протоны, испытывая кулоновское отталкивание, становятся одиночными. В результате возникает кристаллическая модификация с изолированными протонами в узлах решетки и свободными коллективными электронами. Такой кристалл будет обладать прочной металлической связью, и электрической проводимостью, характерной для металлов.

В центральной области Юпитера температура оценивается в 30 000 К, и давление $\sim 10^7 \div 10^8$ атм. При таких условиях кристаллы металлического водорода окажутся за пределом текучести. В итоге, окрестности центра

планеты, скорее всего, будут представлены жидким металлическим водородом.

Жидкометаллическое состояние недр объясняет происхождение довольно сильного магнитного поля Юпитера, так как достаточно высокая электропроводность и малая вязкость допускают возможность механизма турбулентного магнитогидродинамического динамо (см. § 19.2). Этот механизм, который приводится в действие вращением планеты и тепловой конвекцией в жидком металле, создает внутреннее и внешнее магнитное поле.

На Юпитере имеется мощная, плотная многослойная атмосфера. Ее химическими компонентами являются водород H_2 и гелий He. По их объемному содержанию в атмосфере, водороду отводится $\approx 86\%$, а гелию $\approx 14\%$. Имеются также следы метана, аммиака, водяных паров и др. Яркие красные, оранжевые и коричневые облака могут быть окрашены различными химическими соединениями и находиться на различной глубине.

Верхние слои облачного покрова имеют температуру до 130 К. Атмосфера простирается вглубь на 1000 км. Предполагается, что плотность газообразного водорода постепенно увеличивается от верхних слоев к центру, непрерывно переходя в жидкое состояние.

На Юпитере хорошо развиты магнитогидродинамические процессы. Одной из причин является увлечение во вращение достаточно ионизированной атмосферой Юпитера его магнитосферы (благодаря частичной или полной «вмороженности» юпитерианского магнитного поля в среду). Это обстоятельство ведет к возникновению разного рода динамо-механизмов генерации интенсивных электрических полей. Последние создают сложную систему токов и ускорения заряженных частиц. В магнитном поле планеты движение, в частности, ускоренных электронов рождает синхротронное радиоизлучение. Мощные его всплески порою сравниваются с мощностью радиоизлучения Солнца. Что касается магнитосферы Юпитера, то ее строение во многом подобно магнитосфере Земли. Размеры же юпитерианской магнитосферы грандиозны (~ 10 млн км).

Геофизика и солнечно-земные связи

К § 20.4.

Торнадо: его топология, физика и гидродинамика

До 1970 г. торнадо было во многом загадкой для метеорологов. С появлением в руках исследователей таких инструментов, как доплеровский радар, природа торнадо стала заметно проясняться. Направленная параболическая антенна радара излучает радиоволны в сантиметровом диапазоне, и зондирует, например, грозовое облако, которое формирует мощный вихрь — торнадо. Скорость воздушных потоков в облаке определяется по изменению частоты принятого отраженного радиосигнала (доплер-эффект).

В чем трудности этого метода при изучении динамики самого торнадо? Дело в том, что диаметр воронки вихря, как правило, не превышает несколько сотен метров. Такие масштабы оказываются малыми для уверенной регистрации с помощью радиоволн распределения скоростей воздушных потоков в вихре. Применение световых пучков (киносъемка), при сохранении самого принципа зондирования, позволило разобраться во многих особенностях воздушного потока в воронке торнадо. Разумеется, лабораторное и компьютерное моделирование явления торнадо вносят свой вклад в его исследование.

Каковы условия возникновения торнадо? Это: 1) крайне неустойчивое распределение температуры и влажности в атмосфере, 2) наличие резких холодных фронтов, которые способствуют подъему теплого приземного воздуха (конвекция), 3) существование струйных высотных течений, рождающих вертикальную «тягу» для приземных масс воздуха.

Указанные условия активно реализуются при встрече континентального полярного воздуха (холодного и сухого) с морским тропическим воздухом (теплым и влажным). На нашей планете наибольшая частота возникновения торнадо, по-видимому, достигается в центральной части США в весенний период. В это время со стороны Канады надвигается воздушный полярный фронт, а со стороны Мексиканского залива идут мощные потоки тропического влажного воздуха. Температурный контраст при столкновении воздушных масс максимален в апреле месяце. Кстати, на полуострове Флорида, где на мысе Канаверал расположен космодром им. Дж. Кеннеди, частота «обитания» торнадо очень высока, что иногда срывает намечаемые старты космических кораблей типа «Шаттл».

Как формируется само торнадо? На высотах $10 \div 12$ км струйное течение, шириной примерно 100 км и толщиной 1 км, имеет скорость потока — от 80 до 300 км/ч. Структура струйного течения напоминает движение «сгустков» — областей, длиной в сотни километров, имеющих особенно большие скорости. Передний фронт этих сгустков оттесняет встречный воздух вниз, тыльная часть сгустков — наоборот, вызывает «подсос» воздуха снизу. Такая локальная циркуляция способствует возникновению грозового облака. Кучево-дождевые облака (об их природе см. § 10.4) достигают в поперечнике $10 \div 20$ км и до 17 км в высоту. Существующее в них интенсивное конвективное движение запасает в себе огромную энергию.

Возвратимся к скоростным «сгусткам» струйных течений. Из-за большой разницы в касательных составляющих скоростей на границе сгусток — окружающая среда, возникает тангенциальная неустойчивость потока. Последняя, как известно, ведет к возникновению вихрей, в данном случае, к формированию почти горизонтально расположенного вихревого вала. Однако отвесно поднимающиеся потоки приземного воздуха (возникшие, как отмечалось, благодаря созданной струйными течениями «тяге» — эффект Бернулли), этот вихревой вал «установят» вертикально. Этому будут способствовать и конвективные движения в грозовом облаке. Таким образом, «вихревой столб» возникает в верхней атмосфере.

Крайне неустойчивое состояние внутри большого грозового облака возникает, например, в случае, когда тяжелый сухой воздух холодного фронта оказывается вверху, а теплый влажный воздух внизу (неустойчивость типа Рэля—Тейлора). Такое состояние системы стимулирует возникновение процессов, сопровождающихся освобождением от избытка энергии, и происходит концентрация избыточной энергии огромного грозового облака в «вихревом столбе», пронизывающим само облако.

Динамика «вихревого столба» формируется под влиянием двух сил — центробежной, стремящейся создать вакуум в окрестности оси вращения, и силы внешнего давления, препятствующей указанному расхождению слоев вращающегося воздуха. В результате, вихревой столб является, по существу, «вихревой трубой». Через стенки такой трубы внешние потоки воздуха проникать не могут. Сама вихревая труба имеет тенденцию уменьшать диаметр и увеличиваться по вертикали. При этом, в силу сохранения момента количества движения, скорость вихревого движения в «трубе» возрастает.

Заметим, что диаметр «вихревой трубы» составляет $2 \div 6$ км, высота же ее простирается от верхней границы облака (15 км) до нижней границы (около 1 км).

Не мудрено, что под таким могучим вихрем возникнет (благодаря вязкости) вихревое движение и приземных слоев воздуха. При этом скорости в вихре достигают $100 \div 120$ км/ч.

Надкритический сток энергии из крайне неустойчивой системы — крупномасштабного грозового облака — в вихревую трубу, может последнюю вытянуть до самой земной поверхности — возникает собственно торнадо.

Обычно у поверхности Земли поперечник вихревой воронки торнадо $\sim 10^2$ м. Внутри воронки давление понижено, и окружающий приземный воздух интенсивно втягивается в канал воронки, поднимаясь вверх.

Доплеровские измерения на инфракрасном излучении были использованы для снятия параметров с гигантского торнадо (США, шт. Оклахома, май 1981 г.). Его воронка имела диаметр 1600 м, скорость ветра составила 300 км/ч. При этом радарные измерения показали, что воронка простиралась до высоты верхней границы «материнского» грозового облака (12 км).

Источник: *Сноу Дж.* // В мире науки. 1984. № 6.

К § 20.4.

О солнечной сейсмологии и акустическом зондировании океанов и мантии Земли

По каким наблюдаемым явлениям мы судим о структуре, составе и динамике солнечных недр? Непосредственно доступен наблюдению лишь внешний слой Солнца — фотосфера (его толщина $\sim 10^2$ км). Зернистая структура фотосферы (грануляция) и ее постоянная изменчивость указывает на сильное турбулентное движение газа вблизи поверхности.

Едва различимая крупномасштабная структура (супергрануляция) свидетельствует о конвективной циркуляции вещества более глубоких слоев (их глубина $\sim 10^4$ км). Солнечные магнитные поля также проявляют себя на поверхности (спикулы, протуберанцы, солнечные пятна).

Эти и другие видимые явления позволяют лишь косвенно судить о процессах, идущих в недрах Солнца. Новые пути в изучении недр нашей звезды открывает гелиосейсмология. Акустические (звуковые) волны, постоянно возбуждаемые внутренними процессами, «дают знать о себе» в виде колебаний солнечной поверхности. Форма и период этих колебаний позволяют составить представление о внутренней «жизни» Солнца.

Как известно (см. § 8.1), в жидкой, газообразной и плазменной средах распространяются волны сжатия и разряжения — акустические волны. Скорость и направление их распространения зависят от температуры, химического состава и движения вещества. Акустические волны, распространяясь сквозь толщу Солнца, выходят на поверхность и заставляют ее участки подниматься и опускаться. Это проявляется в периодическом изменении частот спектральных линий солнечного излучения от этих участков (действие эффекта Доплера). Локальное сжатие и разряжение газа на поверхности (под влиянием волн) изменяет его температуру и оптическую яркость.

Сейсмическая активность на Солнце весьма слаба, и связанные с ней флуктуации частоты и яркости излучаемого света малы. Усовершенствованная аппаратура уже позволила зарегистрировать конфигурацию и периоды собственных акустических колебаний шарового солнечного «резонатора»⁴⁾.

Представления о Солнце как акустическом резонаторе позволило воссоздать картину внутреннего строения Солнца, независимо от каких бы то ни было теоретических моделей. Тем не менее, эта картина оказалась в хорошем соответствии с существующей «стандартной солнечной моделью». Однако методы гелиосейсмологии выявили ряд новых данных о радиальной структуре Солнца (что особенно ценно) и о динамике солнечного вещества. В частности, была лучше понята роль взаимодействия интенсивных горизонтальных течений (в гигантских конвективных ячейках) с дифференциальным вращением солнечного вещества в процессе генерации магнитных полей механизмом гидромагнитного динамо (см. § 19.2).

Поговорим теперь об акустических исследованиях земного океана. В отличие от гелиосейсмологии, где «акустозондирование» происходило путем самовозбуждения звуковых волн и образованием для них естественного резонатора, в изучении океана применяется прямое зондирование его глубин сторонними источниками акустических волн.

⁴⁾ Вспомните акустические «фигуры Хладни» на вибрирующей пластинке, покрытой тонким слоем сухого песка. Последний собирается по линиям «узлов» и уходит из мест «пучностей».

Метод акустической томографии, как называют его океанологи, имеет целью получить трехмерную картину океанических течений, распределения температуры и др. При этом для зондирования используют низкочастотные звуковые (акустические) волны (с частотой <100 Гц), которые слабо затухают с расстоянием, преодолевая тысячи км.

На примере подводного звукового канала в океане (см. § 8.6) мы видели, что скорость распространения звука в морской воде зависит от ее температуры, солености, плотности и характера течения. Посылая по разным направлениям в глубины океана акустические сигналы от системы источник-приемник, можно получить «трехмерное изображение» течений, иными словами, восстановить значения скоростей и направлений потоков в водной среде. По акустическому отклику океана, т. е. анализу принимаемых возмущенных сигналов (фиксируется, главным образом, изменение скорости звука), составляется карта распределения температур, плотностей и др.

Для изучения временных изменений параметров состояния океана (особенно при исследовании его больших акваторий), систему приемно-передающих акустоэлектронных устройств располагают на оси подводного звукового волновода (на глубине примерно 1 км).

Методы прогноза поведения Мирового океана только зарождаются. Уже сейчас с помощью акустической томографии океана возможно получать огромный объем информации о его состоянии.

Теми же методами акустической томографии пользуются геофизики и при изучении сложного слоистого строения земного шара. Источниками акустических волн в этих исследованиях являются землетрясения, в связи с чем эти волны именуют сейсмическими. В год в среднем происходит около 10 тыс. сдвигов земной коры.

Землетрясение умеренной силы порождает волны, которые фиксируются сейсмографами в любой точке Земли. С помощью широкой сети сейсмических станций анализ акустических волн в их совокупности дает возможность картировать мантию Земли в трех измерениях. Полученные карты позволяют судить о структуре конвективных потоков в мантии, приводящих в движение плиты земной коры.

Конвективная циркуляция «жидкой» мантии является причиной многих геологических процессов на Земле.

Подчеркнем роль конвективных движений в процессах перемешивания в мантии. Сами конвективные смещения мантийных слоев происходят со скоростью около 1 см/год. Однако за времена $\sim 10^8$ лет конвективное перемешивание способно сделать все вещество верхней мантии однородным по составу. Механизм такого перемешивания, по-видимому, во многом подобен рассмотренному в (§ 10.5).

Источники:

Лейбахер Дж. // В мире науки. 1985. № 11;

Спиндел Р. // В мире науки. 1990. № 12;

Андерсон Д. // В мире науки. 1984. № 12;

Мак-Кензи Д. // В мире науки. 1983. № 11.

Физика плазмы

К § 19.1.

Самоподдерживающийся режим «горения» термоядерной плазмы

Идея термоядерного реактора, использующего высокотемпературную водородную плазму, состоит в том, чтобы выход энергии от реакций ядерного синтеза превосходил затраты энергии, идущие на создание самой плазмы и ее удержание.

Будем рассматривать плазму, состоящую из изотопов водорода D (дейтерий) и T (тритий). Пусть плазма содержит $n/2$ ядер дейтерия и $n/2$ ядер трития, где n — число ядер/м³. Тогда плотность числа электронов окажется n . В результате плазма будет иметь $2n$ частиц в м³.

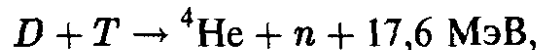
Предположим, что температура всех трех компонент плазмы одинакова и равна T . На каждую частицу будет приходиться энергия движения $(3/2)kT$, а полная энергия всех частиц

$$E = 2n \cdot \frac{3}{2}kT = 3knT.$$

Такая энергия понадобилась для создания и нагрева плазмы.

Потери энергии характеризуют временем удержания τ_E плазмы. Тогда ежесекундно плазма будет терять энергию $3knT/\tau_E$.

В стационарном режиме работы реактора указанный уход энергии должен компенсироваться, хотя бы за счет части энерговыделения в реакциях ядерного синтеза. Сама реакция протекает по схеме



при этом ядро гелия ${}^4\text{He}$ получает 3,5 МэВ, а нейтрон n уносит 14,1 МэВ.

Если плотность и объем плазмы относительно велики, то ядра ${}^4\text{He}$, испытывая многократные столкновения с частицами плазмы, практически передадут весь свой избыток энергии плазме⁵⁾. Для нейтронов же, не обладающих зарядом, плазма по существу прозрачна. Они достигают стенок плазменной камеры, окруженной поглотителями нейтронов. Здесь их энергия переходит в тепло, которое преобразуется в электроэнергию, частично идущую на нагрев плазмы.

Указанный многоступенчатый процесс преобразования энергии нейтронов идет с к. п. д. η около 30%. В итоге, в плазму может быть возвращена энергия (рассчитанная на один акт реакции ядерного синтеза)

$$E = E_{\text{зар}} + \eta E_{\text{нейт}}.$$

Здесь $E_{\text{зар}}$ — энергия, приходящаяся на заряженные продукты реакции, $E_{\text{нейт}}$ — энергия, уносимая нейтроном.

Оценим число термоядерных реакций, происходящих в 1 с в 1 м³. Другими словами, найдем скорость таких реакций. Для этого нужно знать

⁵⁾ Про указанную ситуацию говорят, что ядра гелия испытали термализацию.

оценку среднего числа ежесекундных столкновений отдельной частицы со всеми другими. Ее можно получить из данных, имеющих в (§ 5.1). Действительно, так как среднее время между двумя последовательными столкновениями частиц есть l/v , где l — средняя длина свободного пробега частиц, v — их средняя относительная скорость при столкновениях, то обратная величина v/l даст величину искомую. Учитывая, что $l \sim 1/n\sigma$, где σ — эффективное сечение столкновения частиц, ведущее к реакции ядерного синтеза, получим $n\langle\sigma v\rangle$. Угловые скобки означают, что произведение σv просуммировано по всем значениям скорости с учетом относительного числа частиц, обладающих такой скоростью; иначе говоря, произведено усреднение по распределению Максвелла.

Для получения скорости термоядерных реакций [$1/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$], нужно домножить приведенное выражение на n . В итоге, среднее число актов реакций ядерного синтеза, имевших место в ед. объема в ед. времени есть

$$n^2\langle\sigma v\rangle.$$

Под n^2 , в применении к реакции $D + T$, нужно понимать произведение плотностей дейтерия и трития в среде.

Теперь нам предстоит составить баланс тепла для термоядерного реактора. В плазме будет выделяться энергия [$\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$]

$$(E_{\text{зар}} + \eta E_{\text{нейт}})\langle\sigma v\rangle \frac{n^2}{4},$$

а потери энергии есть

$$\frac{3knT}{\tau_E}.$$

Первая величина должна быть больше (или равна) второй. Из уравнения баланса находим

$$n\tau_E \geq \frac{12kT}{(E_{\text{зар}} + \eta E_{\text{нейт}})\langle\sigma v\rangle}.$$

В случае реакции $D + T$ правая часть полученного неравенства имеет минимум при температуре $T \sim 10^8$ К. Численные значения величин при этом

$$\langle\sigma v\rangle = 10^{-22} \text{ м}^3/\text{с},$$

$$E_{\text{зар}} = 3,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж},$$

$$E_{\text{нейт}} = 14,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ Дж},$$

$$\eta = 0,3.$$

В результате для реакции $D + T$

$$n\tau_E \geq 2 \cdot 10^{20} \text{ с}/\text{м}^3.$$

Полученное условие называется критерием Лоусона.

Используя указанное условие, разрабатывают различные варианты решения проблемы управляемого термоядерного синтеза. Так, в лазерном

термояде (см. Очерк ниже) применяют сверхсжатие газовой ДТ-смеси до плотностей, в десятки и сотни раз превышающих плотность твердых тел, при этом времена удержания образовавшейся плазмы порядка времени излучения лазерного импульса (10^{-9} с). Однако достигнутые в эксперименте температуры на порядок меньше необходимой.

В тороидальных магнитных ловушках типа «Токамак», наоборот, используют плазму с плотностью почти в миллион раз меньшей плотности нормальной атмосферы, а времена ее удержания относительно велики — порядка 1 секунды. При этом максимальная температура плазмы $T \sim 10^8$ К. Эти значения параметров тороидальной плазмы уже близки к тому, чтобы удовлетворить критерию Лоусона.

В заключение заметим, что даже при выполнении критерия Лоусона, лишь 0,7 % всех ядер в горючей ДТ-смеси вступает в термоядерную реакцию. Так что, перед заинтересованным читателем, который захочет посвятить себя ядерной физике и энергетике, еще будет уйма захватывающих дух практических задач.

К § 19.1.

Кумулятивное сверхсжатие лазерной плазмы

Одним из способов инициирования термоядерной реакции является сжатие дейтерий-тритиевой смеси лазерным излучением. Стеклообразные сферические баллончики размером в 1 мм и с отношением толщины стенки к радиусу порядка 10^{-2} заполняются газовой ДТ-смесью под давлением 100 атм. Мощное лазерное излучение с интенсивностью $\sim 10^{16}$ Вт/см² ⁶⁾ падает на «мишень» — стеклянную сферу с ДТ-смесью. При этом создают сферически-симметричное облучение световым потоком. Вещество поверхности стенки, поглощая огромную энергию излучения, начинает бурно испаряться и истекать в виде газового потока в направлении внешней нормали. Возникает газодинамическое «реактивное» давление, всесторонне сжимающее мишень.

Величину газодинамического давления $P_{ГД}$ можно оценить исходя из общего соотношения

$$P \simeq \frac{\text{(плотность потока энергии)}}{\text{(скорость переноса энергии)}}.$$

В нашем случае плотность потока энергии 10^{16} Вт/см² = 10^{20} Дж/(с · м²), а под скоростью переноса энергии следует понимать скорость перемещения «схлопывающейся» оболочки. Измерения показали, что эта скорость порядка 100 км/с. В результате

$$P_{ГД} \simeq \frac{10^{20} \text{ Вт/м}^2}{10^5 \text{ (м/с)}} \sim 10^{15} \text{ Па} \simeq 10^{10} \text{ атм.}$$

⁶⁾ Чтобы читатель мог представить себе, насколько велик такой мгновенный поток энергии, заметим, что суммарная мощность всех электростанций мира составляет 10^{13} Вт. Разумеется, они работают в непрерывном режиме.

Заметим, что световое давление в этих условиях будет на три порядка меньше. Это связано с тем, что скорость переноса световой энергии в тысячу раз превосходит соответствующую газодинамическую скорость.

Заметим также, что максимальные давления, достигнутые с помощью статических прессов, около 10^6 атм, а путем взрыва химических ВВ — 10^7 атм.

Общая величина энергии, поглощаемая поверхностью мишени в течение одного лазерного импульса (длящегося $1 \div 10$ наносекунд)

$$E \sim 10^{20} \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \cdot 10^{-9} \text{ с} \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \sim 10^5 \text{ Дж},$$

т. е. энергии импульсных лазеров могут составлять $10^5 \div 10^6$ Дж.

Чтобы термоядерная ДТ-реакция пошла, необходимы температуры порядка 100 млн градусов. Учитывая энергетические возможности лазеров, какими количествами вещества необходимо оперировать с целью их разогрева до указанных температур? Оценка следует из хорошо известного соотношения

$$E = cm\Delta T,$$

где c — теплоемкость вещества, m — его масса, ΔT — интервал температур. Для жидкого водорода $c \sim 10^4$ Дж/(кг · К), а следовательно,

$$m = \frac{E}{c\Delta T} \simeq \frac{10^6 \text{ Дж}}{10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 10^8 \text{ К}} \simeq 10^{-6} \text{ кг} = 1 \text{ мг}.$$

Время коллапса («схлопывания») мишени должно совпадать с длительностью лазерного импульса. Это требование выполняется, ибо скорость схождения внутренних слоев вещества мишени достигает 1000 км/с, а время коллапса, соответственно

$$\Delta t \simeq \frac{R}{v} \sim \frac{10^{-3} \text{ м}}{10^6 \text{ (м/с)}} \sim 10^{-9} \text{ с}.$$

Достигнутые в экспериментах по лазерному термоядерному синтезу степени объемного сжатия вещества мишеней имеют значения порядка 10^4 , а температуры около 10 млн градусов. Получить термоядерный микровзрыв пока не удалось, а ведь при его осуществлении был бы возможен энерговыход в 100 МДж. Основной причиной является гидродинамическая неустойчивость, ограничивающая процесс кумуляции вещества и энергии в мишени (в связи с этим см. § 12).

Проанализируем типы гидродинамических неустойчивостей, которые могут возникать при сжатии вещества лазерных мишеней. Во-первых, это гидродинамическая неустойчивость типа Рэлея—Тейлора. Классический ее пример приведен в (§ 7.1), где рассматривалась тяжелая жидкость, налитая поверх жидкости легкой. В случае мишени уплотненный фронт испарения вещества будет двигаться ускоренно, и в системе отсчета, связанной с фронтом, возникает сила инерции, направленная

против движения; она-то и будет играть роль силы тяжести. Возмущениями на фронте испарения могут явиться неоднородности давления и плотности вещества. Последние могут возникать вследствие отклонения от сферически-симметричного облучения, неоднородности оболочки и шероховатости ее поверхности.

Другой тип гидродинамической неустойчивости, который может реализоваться в процессе сжатия лазерной мишени, — это неустойчивость Кельвина—Гельмгольца. Она возникает на границе раздела двух жидкостей или газов разной плотности при их скольжении относительно друг друга. Это ведет к зарождению вихрей и перемешиванию слоев среды с различной плотностью.

Третий тип гидродинамической неустойчивости, который может развиться в процессе сжатия вещества, интенсивно подогреваемого «снизу» — это конвективная неустойчивость Бенара. Ее мы рассматривали в (§ 7.4). Напомним, что конвективная неустойчивость реализуется лишь для сред, находящихся в поле тяжести. В случае быстро сжимающегося вещества лазерной мишени аналогом поля тяжести, как мы уже отмечали, является поле сил инерции.

К § 19.5.

«Серфинг» на плазменной волне — новый метод ускорения частиц

При помощи продольных волн плотности заряда в плазме (ленгмюровских волн — см. § 19.3) можно осуществить «накачку» энергией пучка заряженных частиц. Это следует из возможности получения в плазме больших напряженностей электрических полей, направленных вдоль распространения указанных волн. При этом фазовые скорости волн близки или равны скорости света, что позволяет поддерживать непрерывный синхронизм (резонанс) между волной и ускоряемыми частицами.

Сделаем пояснения. Например, электронные пучки в электростатических полях достаточной напряженности быстро становятся релятивистскими, т. е. достигают окрестностей предельной скорости c — скорости света. Дальнейший рост их энергии E происходит практически при неизменной скорости $v \approx c$, согласно соотношению

$$E = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Одинаковость скоростей распространения волн и частиц обеспечивает резонансную передачу энергии от волн к частицам.

Оценим максимальную напряженность электрического поля \mathcal{E}_{\max} при данной плотности n_e плазмы. Исходим из условия равенства плотности энергии электрического поля и плотности кинетической энергии сгустка электронов, находящихся в электростатическом поле плазмы (в ед. СГС)

$$\frac{\mathcal{E}_{\max}^2}{4\pi} \approx n_e m_e c^2,$$

где c — релятивистская постоянная (скорость света). Тогда

$$\mathcal{E}_{\max} = \sqrt{4\pi n_e m_e c^2}.$$

При $n_e \sim 10^{11} \text{ см}^{-3}$ получим

$$\mathcal{E}_{\max} \sim (10 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-27} \cdot 10^{21})^{1/2} \sim 10^3 \frac{\text{ед. СГСЭ}_v}{\text{см}} \sim 10^5 \frac{\text{В}}{\text{см}}.$$

При $n_e \sim 10^{16} \div 10^{20} \text{ см}^{-3}$ электрические поля достигают значений $\mathcal{E} \sim 10^7 \div 10^9 \text{ В/см}$. Такие поля делают возможным создание ускорителей электронов на энергии в десятки ТэВ, т. е. 10^{13} электрон-вольт. Это энергии частиц ускорителей близкого будущего.

Заметим, что плазма даже при больших плотностях остается «прозрачной» для ускоряемых частиц. Плазма также обладает хорошими собственными волновыми свойствами, что делает ненадобными сторонние волноводные и резонаторные устройства. Кстати сказать, именно последние ограничивают напряженности ускоряющих электрических полей из-за пробоя на своих поверхностях. В полностью ионизованной плазме такой опасности не существует.

В (§ 19.5) отмечалось, что продольные плазменные волны могут возбуждаться лазерными пучками. В экспериментах с лазерами средних значений интенсивности излучения (10^{13} Вт/см^2) и энергии (10 Дж) уже достигнуты ускоряющие поля 10^7 В/см .

Отметим необходимые условия и возможные трудности метода. Чтобы достичь ускорения заряженных частиц, требуются регулярные волны с фиксированными частотами и фазами. Однако при больших напряженностях полей регулярных волн обычно возникают разного рода неустойчивости, приводящие к хаотизации волн.

Несколько слов об аналогиях. Экспериментальные установки по ускорению зарядов на плазменной волне иногда называют серфатронами. Имеется в виду аналогия с картиной катания на океанских волнах — серфингом. Суть аналогии в следующем. На продольной ленгмюровской волне для заряженных частиц имеются «фазы ускорения» и «фазы торможения», когда электрическое поле волны направлено соответственно вдоль распространения волны или против. Чтобы частице оставаться «долгое время» на гребне фазы ускорения, вводится стороннее магнитное поле, направленное поперек распространения волны. Тогда, под влиянием силы Лоренца, у движущегося заряда появится составляющая скорости вдоль фронта плазменной волны. При этом магнитное поле подбирается таким, чтобы составляющая скорости заряда по направлению распространения волны оставалась равной фазовой скорости волны, чем обеспечивается приток энергии волны к заряду. В результате заряд смещается по ширине фронта плазменной волны, оставаясь одновременно в резонансе с ней. Именно так поступает спортсмен-серфист, направляя свое движение под углом к океанской волне. Предварительно же доска серфиста должна быть разогнана до скорости распространения волны, чтобы «зацепиться» за волну.

Источники:

Файнберг Я. Б. // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 5.

Горбунов Л. М. // Природа. 1988. № 5.

Доусон Дж. // В мире науки. 1989. № 5.

Физико-техническая область

К § 19.4.

Нелинейная среда становится антенной

Представьте могучего великана, но который не видит и не слышит — он будет беспомощным. Нечто подобное случится и с современным подводным атомоходом без технических средств, обеспечивающих его способность «видеть» и «слышать» под водой. Гидроакустическое оборудование — это глаза и уши ядерных субмарин.

Как ни велики достижения в военной области, поистине вселенские задачи встают перед людьми при освоении богатств Мирового океана.

Рост народонаселения планеты, недостаток пищевых и истощение минеральных ресурсов рано или поздно приведет людей к необходимости превращения океана в своеобразную «среду обитания».

В морской воде, являющейся в сущности электролитом, свет и радиоволны быстро затухают. Зато звуковые (акустические) волны имеют большой «радиус действия». Вот почему обмен информацией под водой обеспечивается лишь средствами гидроакустики.

Современная гидроакустика занимается изучением законов распространения интенсивных звуковых волн в морской и океанской среде. Звук большой амплитуды влияет на свойства среды. В свою очередь, изменившаяся среда искажает форму исходной акустической волны и приводит к нелинейным эффектам. Последние были рассмотрены в (§ 19.4). Здесь существенным для нас будет нелинейный эффект возникновения комбинационных частот.

Напомним условия, в которых возникает указанный эффект. Пусть в среде в одном направлении распространяются две звуковых волны с большими амплитудами и близкими, но разными частотами. Тогда в акустическом поле, наряду с исходными частотами, будут зафиксированы частоты равные сумме и разности частот первичных волн. Эти комбинационные тона появляются в результате взаимодействия акустических волн в среде, или, иначе, рассеяния звука на звуке.

Описанный эффект позволил создать новый тип крупномасштабных нелинейных акустических антенн. Эти так называемые параметрические антенны являются «бестелесными», ибо их роль выполняет сама нелинейная среда. Дело в том, что если звуковой пучок высокой интенсивности встречает на своем пути слабый сигнал, он взаимодействует с ним, порождая комбинационный тон. Выделяя этот тон, можно принять сигнал. При этом зона среды, в которой распространяются первичные волны накачки, играет роль антенны.

К § 13.**Пузырьковые камеры в физике частиц высоких энергий**

Сначала о метастабильных состояниях жидкости. Это термодинамически неустойчивые состояния равновесия жидкости при данных внешних условиях, т. е. при данных давлении P и температуре T . Отметим, что ранее (см. § 7) мы рассматривали механически неустойчивые состояния равновесия и движения жидкостей.

Примером метастабильного состояния жидкости может явиться ее перегрев при данных T и P . Дело в том, что фазовый равновесный переход жидкость — пар осуществляется при строго определенных значениях P и T : изменение внешнего давления на жидкость ведет к изменению ее температуры кипения. Однородная жидкость, не содержащая в себе пузырьков воздуха или газа и всякого рода примесей, может быть нагрета (при данном P) до температуры, несколько большей обычной температуры кипения. При этом с поверхности жидкости идет интенсивное испарение, но внутри объема она остается «спокойной», т. е. нет бурного процесса образования пузырьков, их роста и подъема на поверхность.

Если в такую перегретую жидкость влетит заряженная частица, например протон или электрон высокой энергии, то на своем «пути» частица будет ионизовать встречные атомы или молекулы вещества. На этих ионизованных неоднородностях будет происходить быстрое зарождение парообразной фазы. В результате путь частицы — ее трек — окажется усеянным быстро растущими газовыми пузырьками. Используя в момент пролета частицы световую вспышку и фотографирование, можно зафиксировать процесс рождения новых частиц, их рассеяния, распада и гибели.

Именно на этих соображениях основывалась идея создания пузырьковых камер — детекторов элементарных частиц. За их разработку была присуждена Нобелевская премия.

Для пузырьковых камер обычно употребляют жидкий водород, который играет сразу две роли — и мишени, и регистрирующей среды. Сам жидкий водород — криогенный объект, его температура кипения — 253°C . Объем камеры с жидким водородом $10 \div 30 \text{ м}^3$. Благодаря этому могут фиксироваться самые длиннопробежные частицы и каскады их превращений. При этом сама камера помещается в сильное магнитное поле. Это позволяет измерить многие параметры образующихся элементарных частиц.

Схема работы пузырьковой камеры следующая. Жидкий водород в камере находится под давлением гидростатического пресса. Снятие этого давления осуществляется за время $5 \div 15 \text{ мс}$, и жидкость оказывается перегретой. В этот момент «впрыскивается» пучок протонов из ускорителя. Образующиеся вдоль «траекторий» частиц пузырьки газа за время $0,5 \div 3 \text{ мс}$ достигают размеров $50 \div 300 \text{ мкм}$ и могут быть сфотографированы. На практике применяют стереофото съемку с помощью нескольких объективов. Этот цикл процессов заканчивается поджатием жидкости-детектора и исчезновением (схлопыванием) в ней пузырьков. Камера вновь готова принять «посланцев» из ускорителя.

Методика с использованием пузырьковых камер позволяет регистрировать лишь случайные события. Для поиска нужных событий или открытия новых необходимо «перебрать» сотни тысяч фотографий. Сейчас этим занимаются специализированные ЭВМ.

К § 10.3.

«Окна» для газодинамических лазеров

О самих газодинамических лазерах (ГДЛ) речь шла в (§ 10.3). Из изложенного там материала ясно, что для понимания принципов работы ГДЛ нужно быть осведомленным в довольно широком круге вопросов. Требуется знакомство с элементами квантовой механики и статистической термодинамики, спектроскопией и физической оптикой; иметь представление о физико-химической кинетике и о релаксирующих потоках газа, и, конечно, нужно владеть основами газовой динамики.

Ключевыми словами к (§ 10.3) являлись: энергетические молекулярные уровни, спонтанное и вынужденное излучение, инверсная населенность молекулярных уровней и ряд других.

Здесь нас будет интересовать вопрос о выводе мощного лазерного луча из резонатора ГДЛ. Оптические твердые материалы, которые обычно применяют для окон вывода сформировавшихся лазерных пучков в атмосферу, в случае высоких интенсивностей пучков испытывают сильный нагрев, потерю прозрачности и просто разрушение.

У газодинамиков возникла идея создать в качестве завесы для окон ГДЛ пристеночный сверхзвуковой поток сухого воздуха. Для инфракрасного излучения ГДЛ такая воздушная стенка практически прозрачна, но в то же время она является надежной преградой, отделяющей внешнюю среду от среды внутренней. Чтобы разобраться в предложенных идеях, необходимо остановиться на понятии слабых разрывов в газодинамике.

Принципиальной особенностью сверхзвуковых течений является наличие в потоке поверхностей разрыва. На этих поверхностях величины, описывающие поток, — плотность ρ , давление P , скорость \vec{v} и т. д., испытывают скачок в своих значениях; такие поверхности называют ударными разрывами или ударными волнами (см. § 11). Однако могут существовать и так называемые слабые разрывы. На поверхностях слабых разрывов сами величины ρ , P , \vec{v} и т. д. непрерывны, но претерпевают скачкообразное изменение их производные по координатам.

Известно (см. § 11.3), что ударный разрыв в рамках газодинамики рассматривается как геометрическая поверхность. Слабые же разрывы могут обладать значительным уширением, образуя переходный слой между однородными потоками. При этом размеры области уширения возрастают при удалении от

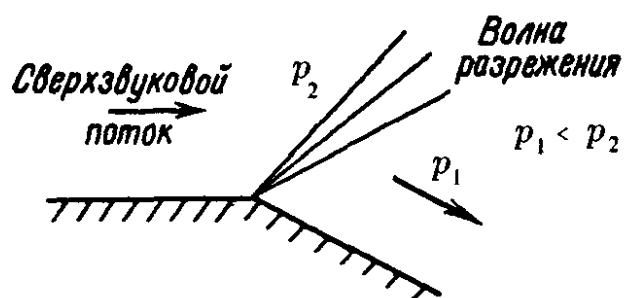


Рис. 1.П. Характер изменения давления в волне разрежения

«места возмущения» потока. Такая ситуация возникает, например, при обтекании сверхзвуковым потоком угла на поверхности тела (см. рис. 1.П).

Картина сверхзвукового обтекания края угла образует режим течения, называемый волной разрежения. В направлении обхода вокруг вершины угла, совпадающем с направлением течения, плотность и давление падают, а вектор скорости возрастает по абсолютной величине и поворачивается в направлении обхода. Такой поток испытывает монотонное разрежение. Границами между волной разрежения и областями однородного течения являются слабые разрывы. На рис. 1.П они изображены в виде «веера» линий.

Заметим, что при дозвуковом обтекании угла на краю угла наблюдался бы отрыв потока и его турбулилизация. Сверхзвуковое течение вокруг угла не сопровождается отрывом и турбулизацией потока, но образуются слабые разрывы, отходящие от края угла. Само их существование обусловлено конечной скоростью распространения возмущений, которой является скорость звука. Наклон линий слабого разрыва определяется значением чисел Маха в потоке (см. § 14.1).

После вышеизложенного обсуждения становится ясным принцип работы аэродинамических окон в резонаторе ГДЛ (см. рис. 2.П). Из рисунка 2.П видно, что с помощью сопла Лавалья создается пристеночный сверхзвуковой поток, направленный поперек выходного отверстия лазерного пучка. Давление воздуха на выходе из сопла равно внешнему атмосферному. Край среза раструба сопла возмущает сверхзвуковой поток и возникает «веер» слабых разрывов. Сформированная ими волна разрежения поворачивает поток. Покинув область волны разрежения, поток имеет давление, равное давлению газа в резонаторе ГДЛ. В результате слабые разрывы станут границей, отделяющей внешнюю среду от среды в резонаторе.

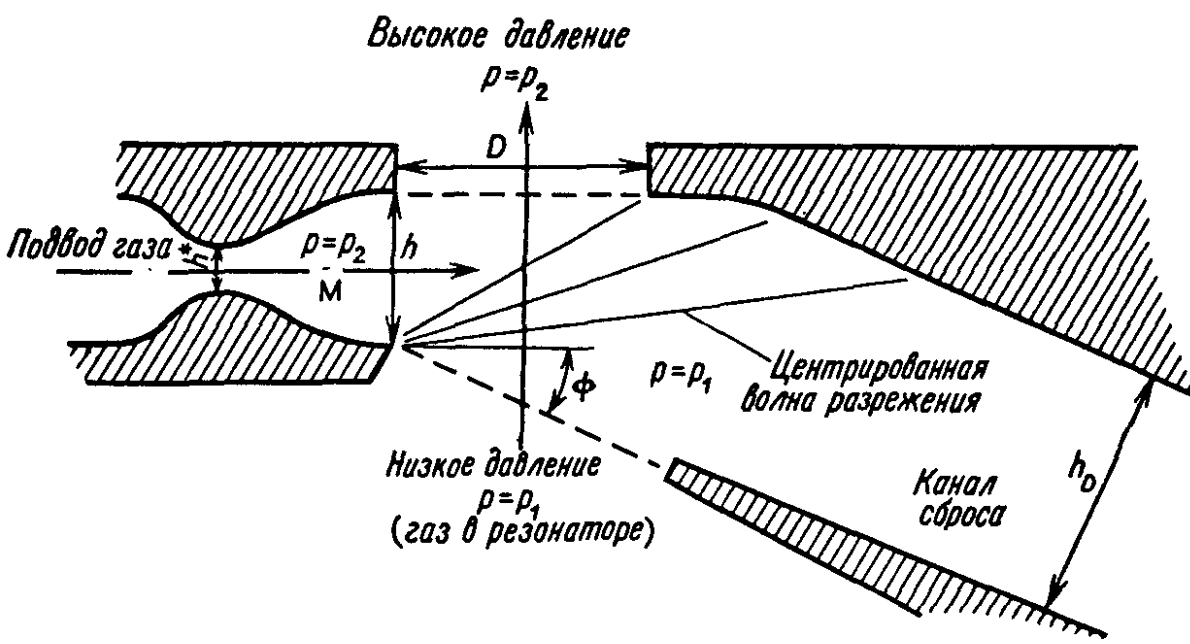


Рис. 2.П. Схема аэродинамического окна

Естественно, что аэродинамические окна найдут применение не только как средство вывода мощных лазерных пучков из замкнутых объемов.

К § 9.4.

Магнитогидродинамический генератор (МГД-генератор)

На Баренцевом море в районе полуострова Рыбачий (на его узком перешейке) установлен мощный импульсный МГД-генератор «Хибины». Его назначение: геоэлектрическое зондирование глубинных земных слоев, с целью нахождения рудных месторождений, нефтеносных слоев и др.

Полная мощность МГД-генератора «Хибины» может достигать 100 МВт. При этом генерируемый ток 20 тыс. ампер обтекал полуостров Рыбачий по контуру с площадью 10^4 км². В результате возникал излучающий магнитный диполь с моментом \vec{M} по модулю равным 10^{14} А · м². Напомним, что магнитный дипольный момент (в СИ)

$$|\mathcal{M}| = I \cdot S,$$

где I — ток, S — площадь, охватываемая током. Создаваемое излучающим диполем магнитное поле

$$\langle \vec{B} \rangle \sim \mu_0 \frac{\vec{M}}{R^3},$$

где R — точка, в которой ищется усредненное магнитное поле.

С помощью широкой измерительной сети датчиков наблюдалось, как силовые линии искусственного магнитного поля диффундируют по всей территории Кольского полуострова. В случае, когда силовые линии наткнулись на электропроводящее тело (залежь), диффузия поля замедлялась, и по распределению полей на поверхности можно было определить места резких контрастов в электропроводимости земной коры.

Как известно, акустические методы георазведки дают возможность судить лишь о механических свойствах земных пород. С помощью геоэлектрических методов можно получить дополнительно сведения об емкости и электропроводности, а также о некоторых магнитных свойствах пород.

Анализ уже первых результатов позволил надежно установить распределение проводимости до глубин $30 \div 40$ км. Удельное сопротивление пород здесь оценивается величиной 10^6 Ом · м. Это очень высокое сопротивление, которое свидетельствует, что земная кора на этих глубинах сухая и имеет температуру около 400° С.

Полученные результаты стали возможны благодаря созданию мощных импульсных магнитогидродинамических генераторов. Что же представляют собой подобные МГД-генераторы? Они работают на низкотемпературной газовой плазме, являющейся продуктом сгорания специальных твердых топлив с легко ионизирующимися добавками (К, Cs). Параметры плазмы следующие: температура $2000 \div 2700^\circ$ С и давление порядка атмосферного.

Образовавшаяся плазма устремляется в сопло Лавая, разгоняясь до скоростей $2 \div 2,5$ км/с. Боковые стенки сверхзвукового МГД-канала заподлицо выложены электродами. Плазменный поток, представляющий собой движущийся проводник, пересекает силовые линии магнитного поля, создаваемого магнитной системой МГД-генератора. Это поле характеризуется магнитной индукцией $B \approx 3$ тесла.

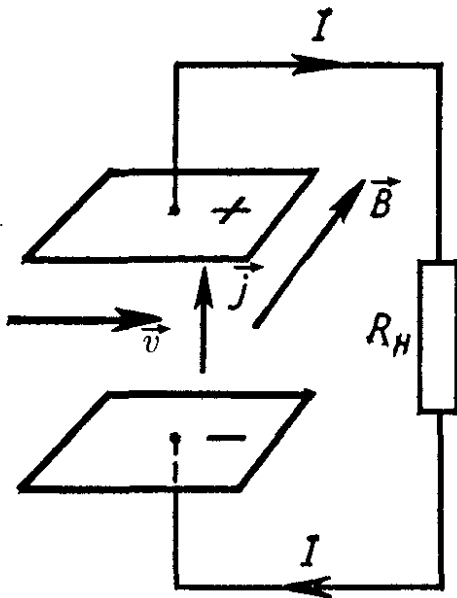


Рис. 3.П. Простейшая схема МГД-генератора

Согласно закону Фарадея, в описанных условиях в проводнике — газовой плазме — должен возникнуть индуцированный электрический ток \vec{j} . Направление тока \vec{j} , по известному правилу, будет перпендикулярно полю \vec{B} и скорости \vec{v} потока (см. рис. 3.П). Соответственно, на электродах возникнет разность потенциалов, а во внешней проводящей среде (морской воде) ток I .

Мощность МГД-генераторов

$$N \sim \sigma v^2 B^2,$$

где σ — электропроводность плазмы.

КПД импульсных МГД-генераторов около 20 % а мощность, снимаемая с единицы объема плазмы, порядка 10^3 МВт/м³.

К § 10.2.

Роль «капельной физики» в эффективной работе газодинамических двигателей (ГД)

Несомненно, что процесс рационального смесеобразования горючего с воздухом (или, вообще, с окислителем) может обеспечить наиболее полное сгорание. Чтобы достичь этого, естественно, нужно увеличивать поверхность испаряющейся жидкости — горючего. Другими словами, необходимо в камеры сгорания ГД подавать горючее в мелкокапельном (туман) состоянии. При этом процесс горения должен происходить в скоростном потоке воздуха.

В начале пути исследователи указанных процессов начали изучать физико-химию капли и ее гидродинамику. В состоянии невесомости на каплю действует практически лишь поверхностное натяжение, и капля принимает сферическую форму. Известно, что сфера обладает минимальной поверхностью при данном объеме тела. Для величины давления поверхностного натяжения $P_{\text{ж}}$ существует формула Лапласа

$$P_{\text{ж}} = 2 \frac{\alpha}{R},$$

где α — коэффициент поверхностного натяжения, R — радиус сферической капли.

В воздушном потоке на каплю воздействуют аэродинамические силы. Их наибольшее значение будет в лобовой части капли, где поток

почти полностью тормозится. Величина аэродинамического давления $P_{\text{аэр}}$ оценится как

$$P_{\text{аэр}} \approx \rho u^2 / 2,$$

где ρ — плотность воздуха, u — скорость воздушной струи.

В гидродинамике капли, т. е. при эволюции ее формы в потоке газа, при ее распаде на более мелкие капли и др., существует закон подобия. Составим безразмерное отношение (с точностью до постоянного численного коэффициента)

$$\frac{P_{\text{аэр}}}{P_{\text{ж}}} = We = \frac{\rho u^2 R}{\alpha},$$

называемое числом Вебера We . Для капель жидкостей различной плотности, имеющих различные параметры R и α , в потоках газа различных скоростей, при одинаковых числах Вебера, будут наблюдаться одинаковые явления.

В приводимой графической таблице ⁷⁾ (см. рис. 4.П) изображена деформация и распад капля при последовательном возрастании числа Вебера. Так, при докритическом режиме ($We < We_{\text{кр}}$) возникают устойчивые колебания каплей. Период их колебаний T можно оценить по формуле (см. § 8.7)

$$T \sim \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)^{1/2} R^{3/2}.$$

При $We = We_{\text{кр}} = 10$ капля испытывает распад на две меньшие. При $10 < We < 20$ капля деформируется в тороидальное кольцо, при этом: 1) из кольца выдувается парашютообразная пленка, распадающаяся на капли значительно меньших размеров; 2) на периметре кольца возникают длинноволновые колебания, переходящие в коротковолновые. При $We = 33$


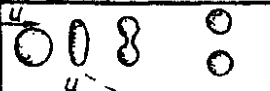
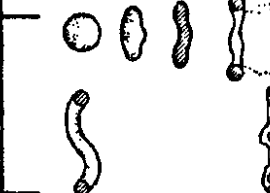

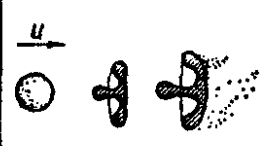
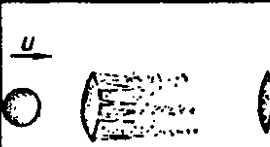
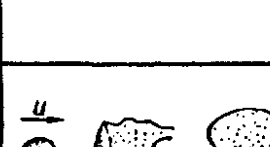
Формы деформации и распада	Число Вебера
	$We < We_{\text{кр}}$
	$We = We_{\text{кр}} = 10$
	$10 < We < 20$
	$We = 33$
	$We = 70$
	$We = 1000$
	$We = 50000$

Рис. 4.П

⁷⁾ Таблица взята из книги М. С. Вольтского «Необыкновенная жизнь обыкновенной капли», М.: Знание, 1986.

на капле становится существенным неравномерное распределение аэродинамического давления: передняя часть капли, находясь под повышенным (положительным) давлением, становится более плоской; задняя часть капли формируется при пониженном (отрицательном) давлении, и тоже уплощается; в результате возникает дискообразная пленка, распадающаяся на мелкие капли под влиянием коротковолновых колебаний. При $We = 70$ распределение давления на капле, благодаря развитой турбулентности, таково, что образуется «нечто», напоминающее облицовку из металла в выемке кумулятивного заряда (см. § 12.1); в случае схлопывания такого образования, возникает кумулятивная струйка, направленная вперед (против течения). При $We = 1000$ капля сильно уплощается, напоминая линзу; идет интенсивный «сдир» — распыливание капли (см. рис. 4.П). Наконец, при $We = 50\,000$ происходит взрывной распад капельной «линзы». По-видимому, за «линзой» возникает аэродинамическая «тень» (полный отрыв потока и образование вакуумной области), ведущая к мгновенному вскипанию жидкости⁸⁾.

Интересны технические способы формирования мелких капель горючей жидкости в ГД. Одним из наиболее универсальных устройств являются центробежные форсунки. В дискообразную круговую камеру по касательным каналам (под давлением в десятки атм) подается горючее. Жидкость, испытывая ускоряющееся спиральное закручивание, стремится вырваться через малое отверстие-сопло наружу. Центробежные силы формируют на выходе струи тонкую пелену (в объеме быстро вращающейся жидкости возникает воздушная вихревая воронка). Конфигурация пелены напоминает раструб однополостного гиперболоида. Течение элемента поверхности жидкой пелены близко к двумерному течению. Само это течение является неустойчивым (существует тангенциальный разрыв в скоростях на границе жидкость—газ).

Чтобы нагляднее представить себе механизм потери устойчивости течением пелены, рассмотрим аналогичный пример «одномерного» течения — тонкую цилиндрическую струю жидкости. Неизбежно существующие в ней возмущения могут вызвать: 1) симметричную волну перетяжек сечения вдоль струи; по соотношению Бернулли это ускорит поток в сужающихся сечениях, и соответственно приведет к падению давления в этих местах; последнее еще более усугубит ситуацию и вызовет преимущественно разрыв струи по ее длине с образованием множества капель; 2) асимметричное волновое возмущение струи ведет к ее хаотичному изгибу и распаду на капли⁹⁾.

Указанным образом двумерное течение пелены горючей жидкости превращается в факел распыливания. Однако в случае пелены, естественно, есть особенности. Так, волна перетяжек пелены вызывает образование

⁸⁾ См. близкое по природе явление кавитации (§ 13).

⁹⁾ Изгиб и перетяжка плазменного шнура (см. § 19.1) хотя имеют другую природу, но результат один и тот же.

оторвавшихся деформированных колец жидкости, которые распадаются на капли.

С точки зрения гидродинамики, рассмотренные капельновоздушные течения относят к категории двухфазных. Процессы горения в таких течениях требуют включения в систему уравнений гидродинамики также уравнений кинетики химических реакций (см. § 10.2).

Ударные волны

К § 11.2.

К истории учения об ударных волнах

Отметим основные этапы истории открытия ударных волн. Они были предсказаны из теоретических соображений в конце 50-х гг. XIX века немецким математиком Риманом. В 1870 г. к тем же результатам, что и Риман, но другим путем, пришел английский ученый Ирншоу. В уяснение физической природы ударных волн большой вклад сделал в конце 80-х гг. XIX века французский исследователь Гюгонио. Примерно в это же время австрийский физик Мах впервые воспроизвел ударные волны в эксперименте.

Наиболее интенсивно и теоретически, и экспериментально ударные волны стали изучаться со времени начала второй мировой войны. Решение ядерных проблем и проблем выхода в космос особенно заострили физическую сторону представлений об ударных волнах (структура фронта ударного скачка, процессы релаксации в нем и др.).

Фундаментальный вклад в изучение физики ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений внесли работы Я. Б. Зельдовича. Говоря о роли Зельдовича в становлении гидродинамики как части физики, Ландау заметил: «Он первым, можно сказать, своим телом проложил мост между теоретической физикой и гидродинамикой».

Сегодня учение об ударных волнах стало хорошо разработанной главой современной физики сплошных сред. Обобщение понятия об ударных волнах, в применении к астрофизическим проблемам, вновь ставит вопросы перед исследователями (см., например, о бесстолкновительных ударных волнах в плазме — § 20.3).

К § 11.4.

Расчет ударного скачка в газе

Сам указанный расчет в математическом отношении может быть выполнен средствами элементарной алгебры. Однако ввиду его трудоемкости, он не был помещен в § 11.4, в котором рассматривались лишь следствия этого расчета в отношении весьма интенсивных ударных волн.

Чтобы вычислить термодинамические величины по обе стороны ударного фронта в идеальном газе, требуется его уравнение состояния и знание внутренней энергии и тепловой функции.

Предварительно получим удобные для наших целей выражения для внутренней энергии и тепловой функции идеального газа. Исходим из известной связи

$$c_v = \left(\frac{dE}{dT} \right)_v, \quad (1.П)$$

где индекс « V » у производной означает, что дифференцирование производится при постоянном объеме V (ведь внутренняя энергия E является функцией целого ряда переменных, в том числе V и температуры T). Из (1.П)¹⁰⁾ следует, что для идеального газа с не зависящей от температуры теплоемкостью c_v , с точностью до аддитивной постоянной, внутренняя энергия единицы массы

$$\varepsilon = c_v T. \quad (2.П)$$

Выражая температуру из уравнения состояния

$$PV = RT \quad (3.П)$$

и используя для газовой постоянной R ее выражение

$$R = c_p - c_v, \quad (4.П)$$

где c_p и c_v — теплоемкости соответственно при постоянных давлении и объеме, перепишем (2.П) в виде

$$\varepsilon = \frac{c_v}{c_p - c_v} PV = \frac{PV}{\gamma - 1}, \quad (5.П)$$

где

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}. \quad (6.П)$$

Исходя из

$$c_p = \left(\frac{dW}{dT} \right)_p, \quad (7.П)$$

где W — тепловая функция, находим аналогично ее значение для единичной массы идеального газа

$$w = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} PV. \quad (8.П)$$

Теперь у нас есть все необходимое, чтобы приступить к расчету скачков основных величин на поверхностях разрыва в идеальном газе. При этом сам расчет будет строиться так, чтобы отношения однородных величин на скачке выражались через давление P_1 газа перед фронтом и давление P_2 газа за фронтом (может входить также начальная плотность $\rho_1 = 1/V_1$ газа). Отношение P_2/P_1 задает интенсивность ударной волны, поэтому оно является произвольно изменяемым параметром.

¹⁰⁾ Здесь для нумерации формул мы вводим дополнительную букву «П», что означает Приложение.

Итак, приступим к расчету. Подставим (8.П) в общее соотношение для скачка тепловой функции

$$w_1 - w_2 + \frac{1}{2} (V_1 + V_2)(P_2 - P_1) = 0$$

(см. формулу (11. 16) в § 11.3), тогда получим

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} (P_1 V_1 - P_2 V_2) + \frac{1}{2} (V_1 + V_2)(P_2 - P_1) = 0,$$

или

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{(\gamma + 1)P_1 + (\gamma - 1)P_2}{(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_2}. \quad (9.П)$$

Исходя из связи

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \quad (10.П)$$

следующей из уравнения состояния идеального газа, найдем для отношения температур с обеих сторон ударного разрыва:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{P_2}{P_1} \left[\frac{(\gamma + 1)P_1 + (\gamma - 1)P_2}{(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_2} \right]; \quad (11.П)$$

здесь в качестве V_2/V_1 использовано его выражение (9.П) Плотность потока массы j получим, если в общее его выражение

$$j^2 = \frac{P_2 - P_1}{V_1 - V_2}$$

(см. формулу (11.11) в § 11.3) подставим $V_1 - V_2$ из (9.П); в результате

$$j^2 = \frac{(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_2}{2V_1}. \quad (12.П)$$

Для скоростей движения газа относительно поверхности разрыва получим

$$\begin{aligned} v_1^2 &= \frac{V_1}{2} [(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_2], \\ v_2^2 &= \frac{V_1}{2} \frac{[(\gamma + 1)P_1 + (\gamma - 1)P_2]^2}{(\gamma - 1)P_1 + (\gamma + 1)P_2}. \end{aligned} \quad (13.П)$$

При вычислении (13.П) использовалась общая связь

$$v_1 = jV_1, \quad v_2 = jV_2$$

(см. формулы (11. 9) в § 11.3), а также (12.П), причем при выводе второго равенства в (13.П) выражение для V_2^2 бралось из (9.П). Здесь же заметим, что формулы (13.П) описывают не только скорости движения газа относительно ударной поверхности, но и в равной степени скорость распространения ударной волны относительно газов впереди и позади нее.

Рассмотрим ударные волны весьма большой интенсивности, в которых $P_2 \gg P_1$. Из (9.П) в этом случае следует

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}. \quad (14.П)$$

Для отношения температур из (11.П) получим

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(\gamma - 1)P_2}{(\gamma + 1)P_1}. \quad (15.П)$$

Выражения для скорости распространения сильной ударной волны относительно газов, находящихся перед ее фронтом и за фронтом, найдутся из (13.П)

$$v_1 = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2} P_2 V_1}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{(\gamma - 1)^2}{2(\gamma + 1)} P_2 V_1}. \quad (16.П)$$

В обратном предельном случае ударных волн малых интенсивностей, когда $P_2 \rightarrow P_1$, из первого равенства формул (13.П) следует

$$v_1 \rightarrow \sqrt{\gamma \frac{P_1}{\rho_1}} = c_s. \quad (17.П)$$

Таким образом, нам удалось убедиться в справедливости утверждений, сделанных в (§ 11.4).

Задача о скорости звука

К § 21.

Задача. Как оценить скорость распространения звука в ядерном веществе?

Решение. Согласно § 9.2, скорость звука, определяемая через сжимаемость вещества, есть

$$c_s^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{s=\text{const}} \sim \frac{P}{\rho}.$$

Индекс « S » у частной производной означает, что берется так называемая адиабатическая сжимаемость вещества, т. е. процесс распространения звука происходит без учета теплопередачи и вязкости, когда энтропия S остается постоянной. Порядок величины производной определяется правой частью написанного выражения.

Заметим, что в адиабатическом процессе, при неизменной энтропии, полная производная $dP/d\rho$ и частная производная $(\partial P/\partial \rho)_s$ совпадают.

Ясно, что для вычисления производной нужно знать уравнение состояния ядерного вещества. При энергиях столкновения ядер, когда на каждый нуклон ядра приходится энергия превышающая его энергию

покоя, можно воспользоваться предельным уравнением состояния для ультрарелятивистской материи

$$P = \frac{\mathcal{E}}{3},$$

где \mathcal{E} — плотность энергии вещества, включая релятивистские энергии покоя его частиц.

В итоге, для скорости звука в релятивистской гидродинамике, получим

$$c_s \sim \left(\frac{P}{\rho}\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{3} \frac{\mathcal{E}}{\rho}\right)^{1/2} = \frac{c}{\sqrt{3}},$$

где c — скорость света. Здесь были использованы выражения $\mathcal{E} = E/V \approx Mc^2$, где M — масса в единице объема, и $\rho = M$. \triangleright

Заметим, что уравнение состояния ультрарелятивистской материи описывает также черное излучение, т. е. равновесный фотонный газ.

Литература

Общее руководство

Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Гидродинамика. М.: Наука, 1988.

Предмет изложен как часть теоретической физики.

Литература к параграфам

К § 6. Законы сопротивления...

Альбом течений жидкости и газа / Под ред. М. Ван-Дайка. М.: Мир, 1985.

К § 7. Неустойчивости в гидродинамике

Дж. Кратчфилд и др. Хаос // В мире науки. 1987. № 2.

Я. Г. Синай. Случайность неслучайного // Природа. 1981. № 3.

А. В. Гапонов-Грехов, М. И. Рабинович. Хаотическая динамика простых систем // Природа. 1981. № 2.

Б. В. Чириков. Нелинейные резонансы и динамическая стохастичность // Природа. 1982. № 7.

Г. М. Заславский, Р. З. Сагдеев. Введение в нелинейную физику. От маятника до турбулентности и хаоса. М.: Наука, 1988.

Одна из первых книг в мировой литературе по новому разделу науки — нелинейной физике. Вся современная физика выходит на этап нелинейности. Гидродинамика — типичная область нелинейных явлений.

К § 8. Волны на воде

Б. Б. Кадомцев, В. И. Рыдник. Волны вокруг нас. М.: Знание, 1981.

Широкомасштабный подход к волновым явлениям. Один из авторов — крупнейший специалист по физике плазмы.

А. Т. Филиппов. Многоликий солитон. М.: Наука, 1990. (Библиотечка «Квант». Вып. 48.)

О линейных и нелинейных волнах, об удивительной уединенной волне — солитоне, об универсальности понятия «солитон» в нелинейной физике.

К § 10. Гидродинамика и физико-химические процессы

Я. Б. Зельдович и др. Горение: современный взгляд на древнейший процесс // *Природа*. 1985. № 2.

К. И. Щелкин, Я. К. Трошин Газодинамика горения. М.: Наука, 1963.

Дж. Андерсон. Газодинамические лазеры: введение. М.: Мир, 1979.

Э. Вильяме. Электризация грозовых облаков // *В мире науки*. 1989. № 1.

Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5. М.: Мир, 1966. (См. гл. 9.)

Дж. Оттино. Перемешивание жидкостей // *В мире науки*. 1989. № 3.

Подход к явлению с точки зрения представлений детерминированного хаоса.

К § 11. Ударные волны

А. С. Компанец. Ударные волны. М.: Физматгиз, 1963.

Одна из первых популярных работ на указанную тему.

Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.

Книга удивительно физична, наглядна и привлекательна.

К § 12. Гидродинамическая кумуляция

Е. И. Забабахин. Кумулятивные явления // *Механика в СССР за 50 лет*. Т. 2. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1970.

Е. И. Забабахин. Кумуляция энергии и ее границы // *Успехи физических наук*. 1965. Т. 85. С. 721.

Дж. Сомон. Кумулятивные процессы в газодинамике // *Физика высоких плотностей энергии*. М.: Мир, 1974.

И. В. Соколов. Гидродинамические кумулятивные процессы в физике плазмы // *Успехи физических наук*. 1990. Т. 160. Вып. 11.

А. Д. Сахаров. Взрывомагнитные генераторы // *Успехи физических наук*. 1966. Т. 88. Вып. 4.

А. И. Павловский. Магнитная кумуляция // *Природа*. 1990. № 8.

К § 13. Кавитация

И. Пирсол. Кавитация. М.: Мир, 1975.

Краткий обзор. В частности, о связи кавитации с сферической кумуляцией, ударными волнами, световым и акустическим излучениями.

Р. Кнэпп и др. Кавитация. М.: Мир, 1974.

Солидный коллективный труд, богато иллюстрированный, с изложением истории развития представлений о физической природе кавитации.

К § 14. Моделирование и опыт

А. Поуп, К. Гойн. Аэродинамические трубы больших скоростей. М.: Мир, 1968.

Современная техника аэродинамических исследований при гиперзвуковых скоростях. М.: Машиностроение, 1965.

Техника гиперзвуковых исследований. М.: Мир, 1964.

Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений. М.: Наука, 1967.

Дж. Линхарт. Ускорение макрочастиц до гиперскоростей // Физика высоких плотностей энергии. М.: Мир, 1974.

К § 15. Эксперимент на дисплее

Ю. П. Попов, А. А. Самарский. Вычислительный эксперимент. Серия «Новое в жизни, науке, технике. Математика, кибернетика». М.: Знание, 1983.

И. И. Мазин, Е. Г. Максимов. Вычислительная физика — новая область науки // Природа. 1985. № 1.

Д. Чепмен. Вычислительная аэродинамика и перспективы ее развития // Ракетная техника и космонавтика. 1980. Т. 18. № 2.

К § 16. За пределами гидродинамики

Л. П. Питаевский и др. Ионосферная аэродинамика // Успехи физических наук. 1969. Т. 99. Вып. 1.

Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Статистическая физика. Ч. 2. М.: Наука, 1978. (См. гл. IX «Гидродинамические флуктуации».)

Г. Уленбек. Фундаментальные проблемы статистической механики // Успехи физических наук. 1971. Т. 103. С. 275.

В лекциях, в частности, рассмотрены некоторые следствия гидродинамической теории флуктуации. Показано, что движение жидкости влияет на величину флуктуации: они возрастают по сравнению с уровнем флуктуации в состоянии равновесия жидкости. Приближение к критическому режиму потери устойчивости течением сопровождается резким скачком интенсивности флуктуации.

Э. Козн. Введение в кинетическую теорию жидкостей // Физика за рубежом. Серия А. М.: Мир, 1986.

В работе на микроскопическом уровне, в частности, анализируется состояние жидкости вблизи критических значений чисел Рэлея при конвективном движении. Рассматриваются гидродинамические флуктуации

К § 17. Сверхтекучая жидкость

Л. М. Лифшиц. История открытия и объяснения сверхтекучести жидкого гелия // Природа. 1968. № 1.

М. И. Каганов. Гелий продолжает удивлять // Природа. 1967. № 3.

О критических явлениях в жидком гелии.

Э. Л. Андроникашвили. Квантовая когерентность и проблема сверхтекучести // Природа. 1973. № 1.

К § 18. Экзотические жидкости

Я. И. Френкель. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975.

1-е издание книги вышло в 1945 г. Автор в рамках качественного микроскопического подхода «нарисовал» широкую картину возможных явлений и процессов в простых жидкостях, вязкоупругих телах и других сложных по структуре средах. Многие из предсказанного было в дальнейшем подтверждено. Идеи Френкеля оказались счастливой находкой для современных материаловедов.

Р. Доннелли. Сверхтекучая турбулентность // В мире науки. 1989. № 1.

А. Мизирович, Дж. Вольф. Экситонное вещество // В мире науки. 1984. № 5.

Дж. Вольф. Термодинамика экситонов в полупроводниках // Физика за рубежом. М.: Мир, 1983.

Р. Берд и др. Удивительные полимерные жидкости // Физика за рубежом. Серия А. М.: Мир, 1986.

К § 19. Исследования по УТС и магнитная гидродинамика.

Турбулентное геодинамо. Нелинейные явления в плазме

Д. А. Франк-Каменецкий. Плазма — четвертое состояние вещества. М.: Атомиздат, 1968.

Д. А. Франк-Каменецкий. Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1968.

Б. Б. Кадомцев, Р. З. Сагдеев, В. Д. Шафранов. Теория термоядерной тороидальной плазмы // Вестник АН СССР. 1985. № 3.

Превосходное изложение идей и современного состояния.

Б. Б. Кадомцев. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988.

Гидродинамическое описание плазмы. Линейные и нелинейные волны в плазме. Турбулентность плазмы. Перезамыкание магнитных силовых линий в плазме.

Л. М. Горбунов. Нелинейная динамика плазмы // Междунар. ежегодник «Наука и человечество». М.: Знание, 1989.

С. В. Мирнов. Токамаки: триумф или поражение? / Природа. 1999. №№ 11, 12.

В токамаке сохраняется возможность катастрофической неустойчивости срыва тока, при которой горячая сердцевина плазмы как бы выворачивается наружу и сбрасывает накопленную энергию на стенку камеры. Эта неустойчивость — одна из серьезнейших проблем токамака. Кардинальным для УТС решением были бы стационарные системы магнитного удержания плазмы, среди которых наиболее перспективны стеллараторы.

В. Д. Шафранов. Перспективы винтовых магнитных систем для УТС / Успехи физических наук. 1999. № 7.

Винтовые магнитные системы — это расширенное название стеллараторных систем магнитного удержания плазмы. Стеллараторы — тороидальные установки, в которых необходимая для удержания плазмы система вложенных магнитных поверхностей создается внешними токами без необходимости возбуждения тока в плазме (как это осуществляется в токамаке).

- Ю. Паркер.* Космические магнитные поля (МГД-динамо) // В мире науки. 1983. № 10.
К. Хоффман. Инверсии древнего магнитного поля — ключ к геодинамо // В мире науки. 1988. № 7.
Дж. Блоксхам. Эволюция магнитного поля Земли // В мире науки. 1990. № 2.

К § 20. О солнечно-земных связях и геофизической гидродинамике

- А. В. Бялко.* Наша планета — Земля. М.: Наука, 1983. (Библиотечка «Квант». Вып. 29.)
Р. З. Сагдеев и др. Бесстолкновительные ударные волны // В мире науки. 1991. № 6.
Э. Хоунс. Хвост магнитосферы Земли // В мире науки. 1986. № 5.
А. М. Обухов. Вихри и погода // Междунар. ежегодник «Наука и человечество». М.: Знание, 1989.

Качественно рассмотрены основные понятия геофизической гидродинамики. Данные глобального эксперимента по исследованию общей циркуляции атмосферы (ПИТАП, 1978–1979 гг.) сочетаются с лабораторным моделированием этих процессов.

- С. Д. Данилов и др.* Квазидвумерная турбулентность // Успехи физических наук. 2000. № 9.

Обсуждается важнейшее свойство геофизической гидродинамики.

- Л. М. Бреховских и др.* Акустика океана // Междунар. ежегодник «Наука и человечество». М.: Знание, 1981.

Об открытии и исследовании в океане среднемасштабных вихревых структур с повышенной концентрацией энергии, а также подводного звукового канала.

- М. В. Незлин.* Большое красное пятно Юпитера и его экспериментальное моделирование // Природа. 1986. № 10; *то же* // Успехи физических наук. 1986. Т. 150. С. 3.
Р. Хаутон. Глобальные изменения климата // В мире науки. 1989. № 6.
С. Шнайдер. Моделирование климата // В мире науки. 1987. № 7.

К § 21. Мир сверхвысоких плотностей энергии и релятивистская гидродинамика

- У. Мак-Харис.* Столкновения атомных ядер при высоких энергиях // В мире науки. 1984. № 3.

В. Грайнер и др. Горячая ядерная материя // В мире науки. 1985. № 3.

О релятивистских столкновениях атомных ядер, о гидродинамике процессов, о кварк-глюонной плазме.

Х. Гутброд и др. Уравнение состояния ядерной материи // В мире науки. 1992. № 1.

Его знание позволяет предварительно судить об условиях внутри вспыхнувшей сверхновой звезды, а также во время Большого взрыва «рождающейся» Вселенной.

Х. Бете и др. Как взрывается Сверхновая // В мире науки. 1985. № 7.

К § 22. Крупномасштабная гидродинамика Вселенной

И. Д. Новиков. Эволюция Вселенной. М.: Наука, 1990.

Л. Э. Гуревич, А. Д. Чернин. Происхождение галактик и звезд. М.: Наука, 1987.

А. Д. Чернин. Гидродинамика Вселенной // Природа. 1976. № 6.

М. В. Незлин и др. Вихри Россби и спиральные структуры. М.: Наука, 1989.

Гидродинамические вихри Россби, имеющие солитонную природу, существуют в океанах Земли, атмосферах планет-гигантов Юпитера и Сатурна, галактических образованиях.

А. М. Фридман, О. В. Хоружий. Предсказание и открытие гигантских вихрей в галактиках / Природа. 1998. №№ 8, 9.

На основе экспериментов и теоретических работ М. В. Незлина с сотрудниками (РНЦ «Курчатовский институт») были проведены астрономические наблюдения на оптическом 6-метровом телескопе (Северный Кавказ) с целью обнаружения вихрей Россби в спиральных галактиках. Наблюдения и анализ данных показали их существование.

Литература к Приложению

Н. Г. Басов и др. Физика лазерного термоядерного синтеза. М.: Знание, 1988.

Р. Роза. Магнитогидродинамическое преобразование энергии. М.: Мир, 1970.

Издательство УРСС

специализируется на выпуске учебной и научной литературы, в том числе монографий, журналов, трудов ученых Российской Академии наук, научно-исследовательских институтов и учебных заведений.



Уважаемые читатели! Уважаемые авторы!

Основываясь на широком и плодотворном сотрудничестве с Российским фондом фундаментальных исследований и Российским гуманитарным научным фондом, мы предлагаем авторам свои услуги на выгодных экономических условиях. При этом мы берем на себя всю работу по подготовке издания — от набора, редактирования и верстки до тиражирования и распространения.

Среди недавно вышедших книг мы предлагаем Вам следующие.

Пенроуз Р. Новый разум короля.

Грин Б. Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории.

Арнольд В. И. Математические методы классической механики.

Арнольд В. И., Козлов В. В., Нейштадт А. И. Математические аспекты классической и небесной механики.

Галимов Э. М. Феномен жизни. Между равновесием и нелинейностью. Происхождение и принципы эволюции.

Пригожин И. От существующего к возникающему: Время и сложность в физических науках.

Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса.

Пригожин И., Стенгерс И. Время. Хаос. Квант.

Капица С. П., Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г. Синергетика и прогнозы будущего.

Малинецкий Г. Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент.

Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики.

Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.

Эбелинг В., Энгель А., Файстель Р. Физика процессов эволюции.

Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении.

Агеев Е. П. Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах.

Блюменфельд Л. А. Решаемые и нерешаемые проблемы биологической физики.

Петров К. П. Аэродинамика транспортных космических систем.

Ляховский В. Д., Болохов А. А. Группы симметрии и элементарные частицы.

Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.

Вигнер Э. Инвариантность и законы сохранения. Этюды о симметрии.

Вильф Ф. Ж. Логическая структура частной теории относительности.

Вильф Ф. Ж. Логическая структура квантовой механики.

Тарасов В. Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям: философия, психология, информатика.

По всем вопросам Вы можете обратиться к нам:
тел./факс (095) 135-44-23, тел. 135-42-46
или электронной почтой urss@urss.ru.
Полный каталог изданий представлен
в Интернет-магазине: <http://urss.ru>

Издательство УРСС

Научная и учебная
литература



НАУЧНАЯ **УРСС**
И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА



9 785354 001514 >

Предлагаемая книга основана на общефизических принципах классической гидродинамики. Обладая наглядностью понятий, она допускает обобщения на широкий круг явлений из различных областей. Так, например, рассматриваются квантовые сверхтекучие жидкости, замагниченная плазма, среды с высокой плотностью энергии. Гидродинамические модели в астрофизике и космологии позволяют осмыслить физику Солнца и звезд, механизм солнечно-земных связей, космические выбросы вещества и вспышки Сверхновых, происхождение галактик и их скоплений и др. Изучение четырех глобальных стихий нашей планеты: магнитосферы Земли, ее атмосферы и океана, подкоркового расплава мантии и жидкометаллического ядра, ведется, в частности, с помощью методов физической гидродинамики.

Среди общефизических тем уделено внимание проблемам неустойчивости и турбулизации движения, нелинейным волновым процессам, кумулятивным явлениям.